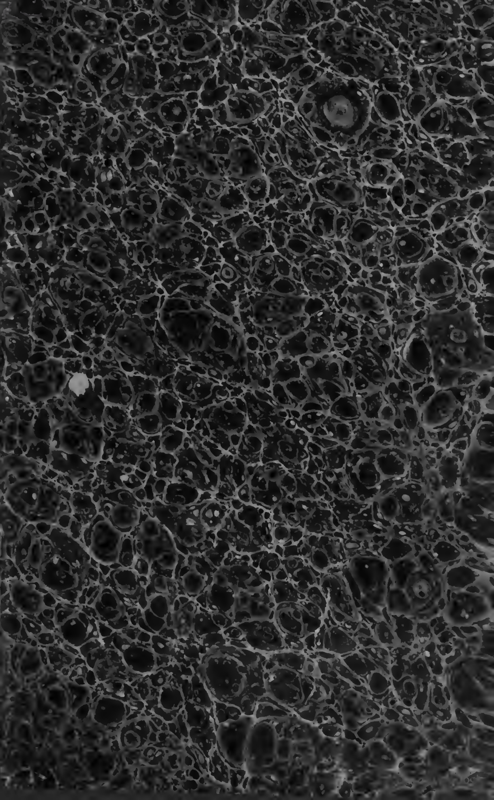



201
37 G
20





ELEMENTI
DI FISICA

TERZA EDIZIONE

ELEMENTI

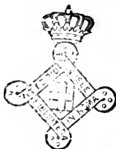
DI

FISICA

DEL PROFESSORE

GIACOMO MARIA PACI

DOTTORE NELLE SCIENZE FISICO-MATEMATICHE, PROFESSORE ED INCARICATO DEL GABINETTO FISICO DELLA REALE BIBLIOTECA PRIVATA DI S. M. SICILIANA, SOCIO ORDINARIO DEL REALE ISTITUTO D'INCORAGGIAMENTO, E DELL'ACCADEMIA PONTANIANA DI NAPOLI, CORRISPONDENTE DELLA REAL ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO, DELLA SOCIETA' DI SCIENZE FISICHE E CHIMICHE DI PARIGI, DELL'ACCADEMIA DI SCIENZE MEDICHE E NATURALI DI BRUSSELLES, DELL'I. R. ACCADEMIA DE' GEORGOFILI DI FIRENZE, DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DE' LINCEI DI ROMA, DELLE REALI ACCADEMIE DELLE SCIENZE DI LUCCA E DI PALERMO, DELLA GIOENIA DI CATANIA, DELLA PELORITANA DI MESSINA, DELLA CIVETTA DI TRAPANI, EC.



TOMO I.



NAPOLI
STABILIMENTO TIPOGRAFICO COSTER
1846.

ALLA

GIOVENTU' STUDIOSA

DELLE SCIENZE FISICHE

L' Autore

Addetto da più anni all' insegnamento della Fisica sperimentale, non ho mancato d' interessare i miei allievi alle lezioni adottando successivamente per testo di esse le migliori opere classiche tanto estere che nazionali. Avendole però trovato per varie ragioni disadatte all' intelligenza de' principianti; ho sentito da lungo tempo il bisogno di una istituzione, che con chiarezza e precisione esponesse le verità di cui la scienza è ricca, mettendole alla portata di coloro che altra preparazione non arrecano al suo studio che quella che somministra un corso di Matematica elementare. Essendomi quindi occu-

pato di provvedere a questo bisogno, ardisco di presentarvi, o Giovani studiosi, il mio lavoro. Altro del suo merito non posso dirvi, che di esser desso eseguito con tutta la severità del metodo analitico; le teorie vi sono dedotte da' fatti e confermate con altri fatti, sono ragionate quando l' uopo il richiede coi principii combinati della scienza del calcolo e di quella dell' estensione; e lungi dall' esser distribuite in un modo arbitrario, vi sono classificate secondo la natura de' loro scambievoli rapporti. Lo stile dell' opera si risente dell' influenza dell' ordine che ha preseduto alla sua compilazione.

Convinto di non potersi contribuire alla diffusione de' lumi ed al progresso delle scienze che colla più esatta e facile loro esposizione, mi auguro d'impegnarvi con questo mezzo nello studio del ramo fondamentale dello scibile umano, e di rendervi atti all' intelligenza de' classici trattati ch' esso vanta. Se non fa parte di questo lavoro la Meteorologia ciò è per esser questa, scienza di applicazione della Fisica e della Chimica. Chi di Voi intanto amasse d' istruirsene potrebbe avvalersi del Saggio di Meteorologia che all' oggetto ho benanche composto.

È questo il mio operato per rendervi facile l' arduo sentiero dell' istruzione in una materia per quanto vasta altrettanto importante. Se vi sia, o no, riuscito, non tocca a me, ma a Voi il decider-

lo. A me non spetta che implorare sul mio travaglio, qualunque ne sia per essere il vostro giudizio, l'indulgente vostro compatimento. Ottenendolo, mi sarà esso non solo di premio pel servizio resovi, ma di sprone ancora a rendervene degli altri.



NOZIONI PRELIMINARI.

Chiamasi *Fisica* la scienza, che tratta de' corpi. Ma di questi non si possono prendere in esame che l'esistenza, le proprietà, le forze da cui sono investiti, i fenomeni a cui queste dan luogo, le leggi secondo cui essi avvengono , e gli effetti che producono. Tali ricerche dunque costituiscono gli oggetti, di cui la cennata scienza si occupa.

Il metodo, che all' uopo essa serba, è quello additato dalla Logica per iscoprire la verità in ogni scientifica discussione. Per mezzo di esatte osservazioni e di scrupolose e rigorose esperienze si giunge all'*evidenza di sentimento*, evidenza fondamentale, perchè risultante dalla realtà delle nostre sensazioni; e non alterandosi questa prima specie di evidenza coll' inesattezza de' giudi-

zii successivi si ottiene l' altra *di deduzione*, derivante dalla giustezza del ragionamento.

Colpiti infatti i nostri sensi esterni da una folla d'impressioni, noi le sentiamo. Essendo sicuri di tutto ciò che sentiamo, queste sensazioni sono per noi cose reali. Cercando poi coll' azione del giudizio di conoscere dond' esse ci vengano, ci accorgiamo bentosto di provenir esse da cose diverse da noi, che chiamiamo *corpi*. Riconoscendo questi come cause delle nostre esterne sensazioni, non possiamo non attribuir loro la potenza di affettarci in diverse guise. Queste diverse potenze o facoltà sono appunto quelle, che in Fisica diconsi *caratteri*, o *proprietà* de' corpi; e le idee, che di questi abbiamo, non sono che riunioni di quelle de' loro caratteri o proprietà. Queste proprietà distinguonsi in *generali* e *particolari*, secondocchè costituiscono le idee di tutti i corpi da noi conosciuti (1), o quelle di alcuni di essi.

Formate così le idee de' corpi e delle loro proprietà, noi gli scorgiamo agir sempre gli uni

(1) Qualitates corporum, quae intendi et remitti nequeunt, quaeque corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus corporum universorum habendae sunt. NEWTON *Tract. Nat.*

sugli altri in varie guise qualora vi concorrono alcune circostanze; ed usi a rimontare dagli effetti alle cagioni, attribuiamo ai corpi un'altra specie di potenze o facoltà, che li rendono operosi. Queste azioni degli esseri gli uni sugli altri diconsi *fenomeni*; le cause, che li producono, chiamansi *forze*; e le diverse maniere, in cui costantemente questi fenomeni succedono qualora concorrono le medesime circostanze, ossia in cui costantemente queste forze agiscono nel concorso delle medesime circostanze, *leggi naturali* si appellano. La descrizione di un fenomeno osservato o sperimentato dicesi *fatto*, e l'esposizione del modo di sua produzione chiamasi sua *spiegazione*, la quale perciò importa una ragionata indicazione della causa del fenomeno e del modo con cui essa agisce per produrlo.

Per spiegare i fenomeni non solo si richiede la loro esatta descrizione , ossia il preciso racconto de'fatti, ma benanche il maggior numero possibile di essi per paragonarli tra loro onde esaminare se dipendendo da qualche fatto principale vi si possano riferire come effetti ad una causa comune, e classificarli ancora qualora offrissero de' punti di convenienza. Senza di questa classificazione non si potrebbe assegnare ai fenomeni simili la stessa causa, e si ripeterebbero da

una istessa causa effetti diversi (1). Classificati i fenomeni, fa d'uopo paragonare fra loro queste classi per farne delle altre più estese delle prime, qualora offrissero queste de' punti di somiglianza. Tale ulteriore classificazione, se sia possibile, serve mirabilmente a sempreppiù restringere il numero delle cause di cui si va in cerca, non essendo ammisibili che le vere e sufficienti a spiegare i fenomeni (2).

Si ricercano le cause de' fenomeni, ossia le forze che li producono, non per conoscerne la natura, essendo ciò impossibile, ma per determinarne le direzioni, le intensità, e gli effetti per mezzo della Geometria e del Calcolo, qualora riuscisse di ottenere la precisa espressione del modo, della quantità e dell' effetto di loro azione, riferendo questa direttamente od indirettamente all'estensione, proprietà de' corpi sommamente divisibile, e quindi eminentemente com-

(1) Effectuum naturalium ejusdem generis eaedem assignandae sunt causae, quatenus fieri potest. Newton, loc. cit.

» Alle cause del medesimo genere corrispondono » sempre i medesimi effetti. » Brugman.

(2) Causas rerum naturalium non plures admitti debere, quam quae et verae sint, et earum phaenomenis explicandis sufficiant. Newton loc. cit.

mensurabile e calcolabile. A determinare però le forze, per un effetto di astrazione non si considerano esse inerenti ai corpi; ossia per precisare i diversi effetti, che in questi producono la comunicazione, la presenza e la perdita delle forze, si considerano essi di queste privi, cioè *inerti*; come per dimostrare nella Planimetria le proprietà dell'estensione si considera questa, per effetto di astrazione, come indipendente dai corpi, a cui essenzialmente appartiene.

Se i mezzi additati per la spiegazione de'fenomeni fossero talvolta insufficienti, si potrebbero supporre delle cause ne'limiti prescritti dal calcolo della fisica probabilità. Questa ragionata supposizione dicesi *ipotesi*. All'ipotesi dunque non si può aver ricorso che in alcuni casi ed in ultimo luogo, quando, cioè, si sono invano impiegati tutti i mezzi che la Logica prescrive per rintracciare il vero. È così che si verifica della Fisica ciocchè è proprio di qualunque altra scienza, cioè di aver essa la parte certa e la parte probabile, quella sottoposta al rigor logico, e questa alla discrezione di una ben fondata opinione. L'ipotesi è destinata a segnalare questa importante distinzione, avvertendo essa che non potendo più raggiungere la verità, dobbiamo contentarci delle congetture. Ed essendo di queste le più forti quelle

che riposano sull'analogia ; ben s'intende, che godendo esse del massimo grado di probabilità, debbonsi preferire a tutte le altre sino a che ulteriori fatti non le facciano passare nel regno della certezza, o non le rendano soggette a qualche eccezione (1).

Se la limitazione e la debolezza del nostro intendimento ci costringono talvolta a congetturare, non ci permettono però mai di fare, od adottare dei *sistemi*. Son questi delle ardite supposizioni di cause, fatte per spiegare intere serie di fenomeni non bene osservati. Partono esse dallo spirito di vanità e d'infingardaggine, tanto funesto al progresso de'lumi. Volendosi imporre alla moltitudine senza darsi la pena di raccogliere i fatti in numero opportuno, di ben descriverli e di classificarli, si osa opinare sulle loro cause alle più lievi verisimiglianze; e se si teme di veder smentite queste gratuite opinioni dall'esatta descrizio-

(1) In philosophia experimentali, propositiones ex phaenomenis per inductionem collectae, non obstantibus contrariis hypothesibus, pro veris aut accurate, aut quam proxime haberi debent, donec alia occurrerint phaenomena, per quae aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxiae. Hoc fieri debet, ne argumentum inductionis tollatur per hypotheses. Newton, loc. cit.

ne de' fatti medesimi, o dal loro maggior numero, non si ha scrupolo di snaturarli, o di sopprimer quelli che potrebbero recar onta. Sono questi tratti di mala fede, che caratterizzando lo spirito sistematico ben lo distinguono dall'ipotetico. Non si vuol dunque confondere le ipotesi coi sistemi. Per quanto son quelle talvolta necessarie, altrettanto sono questi sempre pericolosi.

Ecco quanto preventivamente dovea dirsi sull'oggetto della Fisica, sul metodo con cui è trattata, e sulla determinazione della sua nomenclatura.



Elementi

DI

FISICA



LIBRO PRIMO

DELLA ESISTENZA DE' CORPI, E DELLE LORO PROPRIETÀ.

CAPITOLO I.

DELLA ESISTENZA DE' CORPI.

1. Noi siamo convinti della nostra esistenza non solo consultando il senso intimo, ma ancora avvertendo le nostre sensazioni derivanti dalle impressioni degli oggetti esterni.

2. Le sensazioni non hanno la proprietà di avvertirci delle loro cause, nè degli organi che ce le trasmettono. I vaghi ed incerti moti de' bambini indicano ch'essi sentono per qualche tempo delle impressioni senza conoscerne le cagioni. Noi stessi, se quasi sempre conosciamo l'organo che ci trasmette un' impressione, non sem-

pre distinguiamo il corpo che ha agito su di esso, nè ove precisamente sia. Sentire un'impressione è un atto della sensibilità, ma riferirla ad un tale corpo o ad un tale organo è un atto della facoltà di giudicare, che non mai agisce contemporaneamente a quella di sentire.

3. Le cose che crediamo cause delle nostre sensazioni, chiamansi *corpi*. Per poter giudicare che le sensazioni ci vengono da essi, devono questi esistere e produrre realmente le impressioni che sentiamo. Ma per non essersi mai esaminato il modo, con cui noi giungiamo a conoscere l'esistenza de' corpi, e metterci così in relazione cogli oggetti circostanti; alcuni, disperando di acquistare questa importante cognizione, fondamento di tutte le altre, o hanno impugnato tale esistenza e con essa tutte le verità che ne derivano, o ne hanno dubitato; ed altri si sono contentati di ripeterla troppo leggermente dalle semplici sensazioni.

4. Quei che hanno negato l'esistenza de' corpi e con essa ogni specie di verità, sono stati gli Scettici; quelli poi che l'hanno messa in dubbio sono stati i fautori delle idee innate, ed alcuni Ideologi poco accurati. Quando infatti si pensa che tutte le nostre idee esistono in noi al momento in cui nasciamo, e che quando le riceviamo o le componiamo non facciamo altro che ricordarcene, non si suppone che queste impressioni sieno cagionate in noi da cose realmente esistenti. Alcuni Ideologi poi, osservando che noi abbiamo delle sensazioni interne, come la colica, la nausea, la fame, la sete, ec., che ci ricordiamo, giudichiamo, desideriamo, e componiamo delle idee senza alcun intervento estraneo, han creduto che potrebbe forse esser lo stesso delle nostre

sensazioni esterne; cioè che queste potrebbero esser modificazioni interne della nostra sensibilità prodotte da cause ignote, ma senza alcuna causa esterna; e che in tal caso gli oggetti circostanti e 'l proprio corpo, che si crede di sentire e per mezzo del quale si crede egualmente di sentire, sarebbero vane apparenze risultanti da queste medesime interne modificazioni della nostra sensibilità; e che purchè queste e le loro combinazioni seguissero le stesse leggi che ora seguono, per chi le provasse sarebbe lo stesso, e quindi non potrebbe egli conoscere come avverrebbe la cosa, e non sarebbe certo che degli effetti che proverebbe.

5. Quelli poi, che hanno ammesso l'esistenza de'corpi, ne hanno ripetuto la conoscenza dalle sensazioni che essi ci cagionano. Ma non è questa che una opinione gratuita, come in aggiunta di quanto all'uopo si è detto (§. 2), si prova coi seguenti fatti. Le sensazioni interne non sono che semplici affezioni piacevoli o dolorose, che da se sole non possono avvertirci che della nostra esistenza. Spesso abbiamo delle sensazioni esterne di odorato, di udito, o di gusto senza l'intervento di alcun corpo estraneo; ed anche quando i corpi le producono, per lo più non conosciamo d'ond'esse ci provengono. Le sensazioni visuali non sono più istruttive delle precedenti; un'istesso corpo comparisce all' occhio nostro in diversi aspetti secondocchè è illuminato in uno o in un'altro modo, veduto più da vicino o più da lontano, più da alto o più da basso, da un lato o dall'altro. Or non potendoci la sola sensazione visuale far conoscere quale di tutte queste maniere di esser veduto sia la vera maniera di essere di questo cor-

po, non ci potrebbe essa mai far conoscere l'esistenza reale del medesimo, anche se si mostrasse d'onde ci pervenga. Inoltre le sensazioni visuali talvolta c'ingannano pienissimamente, facendoci vedere i corpi ove non sono; un bastone immerso per metà nell'acqua non è dove si vede; il bel paesaggio, che si osserva nello specchio, non vi è affatto.

6. Le sensazioni di tatto passivo neppure ci fanno conoscere l'esistenza de'corpi, che ce le cagionano. Non vi è infatti motivo di credere che il semplice sentimento di una puntura, di una scottatura, di un solletico, di una impressione qualunque ci debba far conoscere la causa che la produce, più che ce la possa far conoscere un colore, un suono, un dolore interno. Finchè siamo immobili, finchè non operiamo da noi stessi, finchè riceviamo passivamente le impressioni che sopraggiungono, quelle che affettano il nostro tatto non c'istruiscono più delle altre.

7. La conoscenza dell'esistenza delle cose diverse da noi è il risultato dell'esercizio della nostra sensibilità, e dell'attività e volontà del nostro principio senziente. Se noi potessimo muovere le nostre membra senza sentire questi moti, la resistenza ch'essi incontrerebbero, non sarebbe per noi nè una opposizione a ciò che chiamiamo *moto*, ignorando noi cosa esso sia e che ne facciamo; nè la cessazione della sensazione di moto, non avendo questa luogo. Onde l'impressione, che in questo caso riceveremmo da un corpo resistente, potendo tutto al più consistere in una di caldo, o di freddo, o di bagnato, od in ogn'altra sensazione di tatto passivo, sarebbe poco istruttiva.

8. Noi però movendoci sentiamo il moto; or se questo cessasse per una causa esterna qualunque, la sensazione di moto cesserebbe senza farci conoscere che ciò, che l'avrebbe fatta cessare, fosse un essere a noi estraneo. Ma se movendoci, sentendo il moto, e volendo continuare a sentirlo, esso si arrestasse, la sensazione del moto cessata e'l desiderio ancora sussistente di sentirla, non potrebbero farci attribuire questo fatto alla nostra volontà, ma ad una causa da essa diversa. Ecco come la cessazione della sensazione di un moto voluto ci farebbe giudicare degli esseri diversi da noi, e che agiscono su di noi.

9. Solo la sensazione di moto accompagnata dal desio di continuarla può istruirci della esistenza degli esseri da noi diversi. Noi possiamo desiderare di prolungare o di rinnovare una sensazione di vista, o di tatto, o di udito, o di odorato, come quella di moto; ma ignorando tutto, il moto, le cose e noi stessi, nulla possiam fare per soddisfare questo desiderio, non potendo darci direttamente la sensazione di tale odore, o colore, o suono, od altra simile. Al contrario ogni dolore, ogni patimento ci fanno sentire il bisogno di muoverci, di agitarci. Questo sentimento di moto è un sollievo; noi godiamo finchè dura, e possiamo ordinariamente prolungarlo a nostro arbitrio; e quando nostro malgrado resta sospeso, ciò non succede per opera nostra, ma per opera di qualche cosa da noi diversa, che ora agisce su di noi ed ora non agisce; e ben presto lo stesso moto ci fa conoscere questa qualche cosa con molte esperienze, di cui questa è la base.

10. Spesso i neonati si agitano unicamente pel pia-

cere di muoversi; è per essi una soddisfazione, e si rattristano quando ne sono privati; si agitano egualmente quando provano dolore, e s'indispettiscono violentemente quando ne sono impediti; e si agitano anche quando desiderano qualche cosa, essendo ogni desiderio non soddisfatto un patimento. Ma in questi tre casi i loro moti non hanno una direzione determinata; cominciano essi a dirigersi verso l'oggetto del loro desiderio dopo di aver imparato a distinguere i diversi corpi, a riconoscerli per le cagioni delle impressioni che sentono, ed a comprendere che non desiderano già vagamente di provare una tale impressione, ma che vogliono possedere l'oggetto ch'è causa della tale impressione, e godere di esso.

CAPITOLO II.

DELLA ESTENSIONE E DELLO SPAZIO.

11. Si è detto (§. 9) che la resistenza al nostro moto sentito e voluto ci fa conoscere l'esistenza dei corpi. Or questa resistenza, che da principio si fa in un punto, se si presenta in più punti successivi qualora ci moviamo in altre direzioni per evitarla, ci fa conoscere che la cosa resistente non costa di una sola parte, ma di più parti poste le une accanto alle altre, ossia che è *estesa*. Quindi la proprietà di essere esteso è per un corpo quella di aver delle parti distinte poste le une appresso le altre; ed è per noi la proprietà di essere da esso continuamente toccati mentre facciamo una certa quantità di moto.

12. Conoscendo l' esistenza e l' estensione de' corpi collo stesso mezzo, ossia mediante la resistenza ai nostri moti sentiti e voluti, non possiamo più concepire separatamente queste due idee. Possiamo quindi ben supporre un corpo eccessivamente piccolo, ammettere la sua estensione ridotta al punto di essere impercettibile ai nostri sensi; ma non possiamo immaginarla nulla affatto senza ridurre a nulla nel nostro concetto il corpo stesso.

13. Niun corpo può essere esteso all' infinito, perchè non ne esisterebbero altri, e perchè noi non possiamo farci una reale idea dell' infinito in alcun genere. Ogni corpo dunque ha limiti, ossia ha parti che lo terminano. Chiamasi *superficie* di esso l' unione di questi limiti, passati i quali non c' impedisce più di muoverci. Le dimensioni della superficie sono tre, la lunghezza, la larghezza e la profondità. La quantità dell' intera superficie di un corpo determinata colla sua triplice dimensione chiamasi *volume* dai Fisici, e *solidità* dai Geometri. *Forma* di un corpo è la sua maniera di essere esteso, che conosciamo per mezzo del tatto movendocivi intorno. Sua *figura* dicesi l' impressione, che la sua forma fa sull' occhio nostro. La stessa forma presenta parecchie figure secondocchè è veduta da un lato o dall' altro, da vicino o da lontano; ma fa sempre la stessa impressione sul tatto. Onde la forma e non la figura è la vera maniera d' essere de' corpi, che conosciamo colla loro resistenza al nostro moto.

14. Qualora scorrendo l' estensione di un corpo ci moviamo su di esso senza incontrare resistenza, la quantità di estensione scorsa dicesi *spazio*. Se su que-

sto spazio non ci possiamo muovere, perchè occupato da uno o più corpi, noi lo chiamiamo *spazio pieno*, e la parte occupatane da ognuno di essi dicesi *luogo* dello stesso. La quantità di questo luogo dicesi *spazio relativo* al corpo occupante. La mancanza di questi corpi, che ci permette di muoverci in ogni direzione senza incontrare alcun ostacolo, ci dà l' idea dello *spazio vuoto*, ossia del *vuoto*, senza del quale non può esservi moto, ossia esercizio di mobilità, non potendo più corpi essere contemporaneamente nello stesso luogo. Lo spazio può essere finito o infinito secondocchè ha, o no, de'termini che lo circoscrivono, e che non possono costituirsi che dalla superficie continuata di un corpo circostante. Il vuoto mondano ci dà l' idea dello spazio infinito. Potendo un vuoto finito essere perfettamente ripieno da un corpo, ben s'intende che in tal caso la superficie di questo si confonde con i termini che circoscrivono quello. Ma tale superficie ha le tre dimensioni (§. 13), quindi è che le attribuiamo anche al vuoto finito, e per analogìa bensì all'infinito colla modificazione dell'immensità, cagionata dall'impossibilità di determinarle.

CAPITOLO III.

DELLA IMPENETRABILITA'.

15. Un corpo se esiste non può non essere esteso (§. 12); quindi se due corpi potessero occupare nel tempo stesso il medesimo luogo, si ridurrebbero ad un solo, uno dei due sarebbe annientato, e più non vi sarebbe coesistenza. Ogni corpo dunque non può occupare

il luogo di un altro a meno che questo non glielo ceda, ossia è *impenetrabile*, e come tale dee resistere a chiunque venga ad urtarlo. La resistenza dunque, che i corpi oppongono ai nostri moti sentiti e voluti quando con essi c'imbattiamo, e che ne rivela l'esistenza e l'estensione, non deriva che dalla loro impenetrabilità (1).

16. I fenomeni, che sembrano mettere in dubbio questa proprietà de' corpi, esaminati non fanno che comprovarla. I chiodi e gli altri corpi aguzzi penetrano le mura, i legni ed i metalli, premendone e ravvicinandone le molecole, e quindi alterando il sito di queste. Il pezzo di pietra o di metallo, che cadendo nell'acqua sembra penetrarla, non fa che attraversarla rimovendone le parti; infatti segnandosi il livello del liquido prima e dopo l'immersione del solido, si trova quello tanto più elevato per quanto il volume del corpo immerso è maggiore.

17. Avvezzi sin dalla nascita a muoverci nell'aria, non abbiamo idea di movimento fatto senza questo mezzo resistente, onde non avvertiamo i continui sforzi che in ogni minima azione facciamo per traslocare le mobilissime e scorrevolissime sue particelle, se non quando il suo stato abituale si altera. Ma i seguenti sperimenti provano a sufficienza che l'aria è impenetrabile al pari dell'acqua e di tutti gli altri corpi. Immergendosi capovolto nell'acqua un bicchiere, nel di cui fondo siasi adattato un pezzetto di carta, non si riempie mai com-

(1) Con molta sensatezza quindi opina Biot, che le proprietà fondamentali della materia non possono essere che due, cioè l'*estensione*, e l'*impenetrabilità*.

pletamente del cennato liquido, perchè questo non giunge mai a bagnare la carta riposta nel fondo. Coprendosi con un bicchiere anche capovolto ed immerso nell' acqua un lume galleggiante su di essa, resta questo acceso per qualche tempo; perchè l'aria contenuta nel bicchiere resistendo all' acqua non ve la fa penetrare che sino ad un certo punto, che è quello del volume a cui può l'aria restringersi. È su questo principio costrutta la campana dei palombari, chiamati dai Latini *urinatores*, sotto la quale situandosi una persona può discendere nel fondo del mare per pescarvi gli oggetti perduti in naufragio. La resistenza derivante dall' impenetrabilità dell' aria e dell' acqua offre alle vele delle navi, alle ali de' mulini a vento, ed ai remi dei battelli una forza motrice ed un punto di appoggio per metterli in movimento.

18. Se mescolando acqua e spirito di vino (alcoole), o fondendo zinco e rame per formare l'ottone, o sciogliendo un sale nell' acqua, o tuffando un pezzo d'oro nel mercurio, il volume del miscuglio risulta minore della somma dei volumi de' componenti isolatamente presi, quest' apparente penetrazione deriva dalla nuova disposizione delle molecole di questi, le quali unendosi si avvicinano fra loro più di quello che lo erano ne' corpi stessi separati; e cambiando così la grandezza degli interstizii diminuiscono sensibilmente la somma degli spazii de' componenti. Un esempio contrario prova la giustezza di questa asserzione: nella lega dell' argento col rame il volume del composto è alquanto maggiore della somma dei volumi de' metalli prima della loro fusione.

CAPITOLO IV.

DELLA DIVISIBILITA'.

19. L' estensione di un corpo è la proprietà di aver esso delle parti poste le une accanto alle altre (§. 11), in modo che sia necessario un moto per andare dall'una all' altra ; or potendoci arrestare in mezzo a questo moto , possiamo trovarci tra l' una di queste parti e l' altra , ed in conseguenza separarle. Dunque ogni corpo , per piccolo che sia , come esteso , risulta dalla unione di un certo numero di parti separabili , e costituisce quindi un tutto divisibile nelle sue parti. La *divisibilità* dunque , ossia la possibilità di essere diviso , deriva necessariamente da quella di essere esteso (1).

20. Ogni particella di materia , per infinitesima che sia , essendo estesa , dee costare di parti , ed essere quindi divisibile. La materia in conseguenza è divisibile all' infinito. Resta però a sapersi se questa divisione abbia , o no, de' limiti. Alcuni hanno opinato che dessa non ne riconosca, ed altri han creduto che ne abbia degli insuperabili nelle molecole indivisibili, e quindi semplici, a cui la materia giunge dopo un certo numero di divisioni e suddivisioni delle sue parti.

21. Poggia la prima opinione su di un ragionamento geometrico, che è il seguente. Rappresenti la retta AB

(1) Non si vuole però confondere l' attitudine della materia ad esser divisa coll' atto della divisione , differendo l' una dall' altra quanto la potenza dall' atto.

(Tav. 1 fig. 1) una particella di materia di piccolissima grandezza. Tirate dai suoi estremi due parallele CD, EF, e preso nella parte BF un numero qualunque di parti finite, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*...; dal punto G preso ad arbitrio tra A e C si tirino altrettante rette ai varii punti di divisione, come G*a*, G*b*, G*c*, G*d*, G*e*..; intersecando queste la particella AB, la divideranno in altrettante parti. Potendosi però protrarre all' infinito la retta EF dalla parte di F, si potrà prendere nella BF un infinito numero di parti, ed un infinito numero di rette si potrà quindi tirare dal punto G ai rispettivi infiniti punti di divisioni. Benchè la particella AB resti così divisa in un infinito numero di parti, non la si potrà giammai segare interamente; non potendosi pel parallelismo delle rette CD, EF tirare giammai dal punto G una retta ad un qualunque punto di divisione assegnabile nella BF, la quale vada a coincidere colla retta CD; resterà quindi sempre in niun modo divisibile una parte di AB tra A ed H. Ripetendosi su questa parte AH l' operazione eseguita sull' intera AB, e così di seguito, si rileverà ad evidenza la divisione di quest' ultima in un infinito numero di parti.

22. Consultando però i fatti e non le astrazioni, essi depongono della divisione della materia non all' infinito, ma in un numero di parti maggiore di qualunque immaginabile. Sciogliendosi un grano di carminio (1) in 40 libbre di acqua, ne resta questa interamente colorita. Poichè il peso del liquido è 288000 volte maggiore di

(1) Specie di polvere colorante, che si estrae da un insetto chiamato Cocciniglia.

quello del carminio, nella supposizione che ogni grano del primo contenesse 10 molecole del secondo, vi avrebbero 3680000 parti visibili di un grano dello stesso.

23. Boyle assicura, che una certa quantità di assa fetida esposta per otto giorni all' aria libera non diminuì nel peso che di 1/8 di grano; ne perdè quindi in un giorno 1/48, ed in un minuto primo 1/69120 di grano, costando un giorno di 1440 minuti primi. Or ripetendo questa perdita di peso dalla esalazione della materia odorifera, e supponendo di esalarsene in ogni minuto primo tanta quantità da empirne una sfera del raggio di 5 piedi; se una sola particella si contenesse in uno spazietto cubico del lato di una linea, risulterebbe da un facile calcolo, che 1/69120 di grano di questa gommoresina si divide in 1492992000 parti, e quindi un intero grano in 1492992000 × 69120 parti.

24. A simili conchiusioni menano gli esperimenti istituiti su tutte le sostanze odorifere, e specialmente sull' ambra grigia e sul muschio. L' odore di quest' ultima sostanza si sente per molti anni in un ampio locale quantunque se ne rinnovi continuamente l' aria, senza che soffra dessa una notabile perdita di peso.

25. La malleabilità e duttilità de' metalli somministrano anch' esse delle pruove luminose della somma divisione della materia. Dietro accurate esperienze Boyle e Reaumur hanno assicurato di potersi ridurre l' oro in una foglia sì sottile da avere 1/30000 di spessezza, ed appena giungere all' altezza di 1,6 di linea colla soprapposizione di 30000 di tali fogliette; d' onde Reaumur inferisce di potersi 2,29 di grano assottigliare in modo

da risultarne 12 trilioni di parti visibili. Il filaloro estende le lamine di questo metallo su di un filo di argento; e passandolo per la trafila, prodigiosamente lo allunga. Giacomo Rohault (1) con mezz' oncia di oro fece indorare un cilindro di argento del peso di otto libbre francesi (2); e facendo passare questo cilindro per la trafila ne ottenne un filo lungo 307200 piedi. Guardato questo filo col microscopio, si trovò coperto di oro in tutta la sua lunghezza (3). Quindi mezz' oncia di oro fu divisa dalla trafila in tante parti visibili quante linee contengonsi in 307200 piedi; ma questi costano di 44236800 linee parigine, ognnna delle quali è divisibile con una sottil punta in otto parti visibili; quindi 44236800 × 8=353894400 esprime il numero delle parti visibili, in cui restò divisa una mezz' oncia di oro. Passandosi d' altronde questo filo per la trafila a fine di acciaccarlo e vestirne così più comodamente i fili di seta, si distinguono agevolmente ad occhio nudo nel filo quattro volte più di parti, due sotto e due sopra, onde 353894400×4=1415577600 esprime il numero delle parti visibili della mezz' oncia di oro. Guardandosi in fine questo filo con un microscopio capace d' ingrandire di 100 volte il diametro degli oggetti, si vedrà divisa la mezz'oncia di oro in 141557760000 parti visibili.

26. Il celebre Wollaston è giunto con un ingegnoso artifizio a dare ai fili di platino un tal grado di sottigliezza, che invano si sarebbe ottenuto coll' ordina-

(1) *Fisica* part. 1 cap. 9 §. 11.
(2) La libbra francese costa di 16 once.
(3) *Mem. dell' Accad. Reale di Parigi* per l' anno 1713.

rio processo delle filiere. Rivestì egli di argento un filo di platino della grossezza di $1/100$ di pollice Inglese, ed usando della trafila ne formò un filo sottilissimo, da cui tolto l' argento per mezzo dell' acido nitrico ebbe un filo di platino quasi impalpabile, cioè della spessezza di $1/1200$ di millimetro.

27. La materia organizzata somministra le più ampie pruove del nostro assunto. Quasi contemporaneamente Malpighi in Italia e Leehwenoek in Olanda mostrarono per mezzo del microscopio nel 1660, cioè 40 anni dopo la scoverta della circolazione del sangue fatta da Harvey, che questo liquido non è, come sembra, uniforme; ma che costa di una immensa quantità di globetti ondeggianti in un liquido particolare, detto *siero*; che son dessi sferici nel sangue dei mammiferi, ed allungati in quello degli uccelli e de' pesci; che le loro dimensioni variano a seconda della specie di tali animali; che i massimi, di $1/125$ di millimetro, esistono nel Callittrico di Africa, ed i minimi, di $1/250$ di millimetro, nella capra; e che gli intermedii, esistenti nel sangue umano, sembrano costantemente di $1/150$ di millimetro. Quindi si è calcolato che una gocciola di sangue di un millimetro cubico, che si potesse sospendere in punta di un ago, conterrebbe un milione di questi globetti; i quali non sono certamente atomi, potendo esser decomposti dai chimici agenti, e col servire alla nutrizione danno origine ad una moltitudine di parti distinte, componendosi le fibre muscolari e degli altri tessuti, di globetti differentissimi da quei del sangue, e sempre più piccoli di questi.

28. Il menzionato Leehwenoek ha osservato nell' a-

ceto, e nell' acqua delle ostriche delle piccole anguille; e nella milza del merluzzo degli animaletti, che in più migliaja possono stare sulla punta di un ago; ed ha fatto particolar menzione di un animaletto eguale in grandezza ad una bilionesima parte di un grano di sabbia. Or dovendo essere ben distinti gli organi di questi esseri, e supponendo che i globettini del loro sangue abbiano con la loro picciolezza lo stesso rapporto che i globetti del nostro hanno col corpo umano; si è calcolato che un minutissimo grano di sabbia potrebbe contenerne più che 10256 monti i più grandi della terra potrebbero contenere granelli di arena.

29. La divisione della materia all'infinito è impossibile, poichè, essendo finita l'estensione de' corpi, il numero delle loro parti non può essere infinito. Esiste dunque un termine, che la divisione della materia non può oltrepassare; se non può da noi fissarsi, questa indeterminazione non deve ripetersi che dalla limitazione de' nostri sensi e dall' imperfezione de' nostri strumenti. Questa verità conosciuta da Leibnizio e da Newton indusse il primo ad ammettere delle sostanze semplici, cioè non composte di parti, che chiamò *punti metafisici*, *atomi di natura*, *monadi*, ed a far derivare dalla loro contiguità l' impressione della estensione; e determinò il secondo a credere la materia composta di diverse specie di molecole elementari, solide, dure, invariabili, di forme e qualità analoghe alla loro particolare destinazione.

30. Or noi rigettando la prima delle due opinioni, che ammette la divisione della materia all' infinito, come puramente ideale; conveniamo della giustez

za della seconda, la quale, mentre riconosce questa divisione superiore a qualunque limite assegnabile dalla nostra immaginazione, non la crede però illimitata; tantoppiù che i fatti contestano di aver luogo tutte le chimiche combinazioni fra parti piccolissime, anche più piccole di quelle addotte in esempio, ma ulteriormente indivisibili; e la costanza delle chimiche proprietà dei composti obbliga a riconoscere nelle *parti costituenti* dimensioni costanti; per cui non variando di grandezza e di forma, sono talmente fisse da non potersi dividere ed alterare con alcuna operazione artificiale, nè coll'impiego di alcuna forza, senza indursi un cambiamento nell' essenza de' corpi; onde conchiudiamo che qualunque modificazione della materia debba esclusivamente ripetersi dalle vicende subite dalle molecole che la compongono, nel numero, nel sito, o nella qualità; e che queste molecole costituenti sieno gli *elementi* de' Fisici e gli *atomi* de' Chimici.

CAPITOLO V.

DELLA POROSITA'.

31. Essendo ogni corpo un composto di un incalcolabile numero di molecole prime, dette *atomi* (§. 30), l'infinita *varietà materiale* de'corpi non può derivare che dall'immensa varietà delle combinazioni di questi atomi. Diversamente hanno opinato i Fisici sulla natura di tali combinazioni; ma trascurando noi le loro gratuite opinioni, e seguendo quella che le osservazioni e le esperienze rendono probabile, crediamo formati i corpi

nel seguente modo. Due o tre elementi, o piccolissime particelle materiali, unendosi insieme costituiscono una *particella di primo ordine;* combinandosi ugualmente insieme due o tre particelle di primo ordine, ne costituiscono una di *secondo ordine*; due o tre di secondo ordine ne costituiscono una di *terzo*, e così di seguito; e dall' unione di questi diversi ordini di particelle risulta il corpo. Le microscopiche osservazioni fatte sul sughero e sulle soluzioni di varii corpi nell' acqua provano questo singolar modo di aggregazione (1).

32. Comunque però l'unione degli atomi avvenga, non si adagiano essi gli uni sugli altri in modo da combaciare perfettamente in tutti i loro punti, ma lasciano disseminati fra loro de' piccoli interstizii, chiamati *pori*, i quali esistendo tra le particelle di prim' ordine diconsi *pori di prima composizione;* similmente le particelle di prim' ordine producendo colla loro unione quelle di second' ordine di maggior grandezza, lasciano fra queste i *pori di seconda composizione* più grandi de' primi, e così successivamente, finchè non si giunga a quelli di una sensibile grandezza. Avendo provato i Fisici con moltiplici esperienze di esser tutti i corpi porosi, hanno riguardato la *porosità* come una proprietà generale della materia.

33. Gli esperimenti comprovanti la porosità dei corpi sono i seguenti. Dietro quelli istituiti sopra parecchie sostanze, i Chimici ci assicurano di occupar esse dopo la loro combinazione uno spazio minore di quello che occupavano quando erano isolate. I mattoni, i

(1) Musschenbroek *Introd. ad Phys.* T. I. §. 99.

legni, le stoviglie, quantunque secchi in apparenza, perdono nondimeno una quantità di peso nel prosciugarsi o disseccarsi; il che deriva dalla perdita dell'acqua contenuta nel loro interno. Le bolle d'aria, che appariscono alla superficie di un pezzo di zucchero gittato nell'acqua, indicano di essersi quella rimpiazzata da questa ne'pori del corpo. Il mercurio si filtra attraverso del legno, e l'acqua attraverso delle pietre; i colori penetrano i marmi; ed i metalli stessi, che sembrano tanto uniformi e compatti, sono anche porosi. Di fatti una sfera d'oro ripiena di acqua e fortemente compressa, si copre in tutta la sua superficie di tante goccioline di acqua simili a quelle della rugiada. Questo sperimento eseguito la prima volta in Firenze dagli Accademici del Cimento nel 1661, ha dato sempre lo stesso risultato quando si è ripetuto sugli altri metalli. La contrazione de'corpi per raffreddamento prova l'esistenza di intervalli fra le loro molecole, per cui possono queste avvicinarsi fra loro. Il massimo raffreddamento però non giunge a mettere le molecole in perfetto contatto fra loro, essendovi sempre fra esse uno slontanamento prodotto dalla loro forma o disposizione o da qualunque altra causa dipendente dalla natura de'corpi. L'espressione quindi di *contatto immediato*, spesso usata riguardo alle molecole dei corpi, non indica che la minima distanza a cui queste possono giungere secondo le circostanze in cui si trovano.

34. A tutte queste pruove della porosità de'corpi i Fisici aggiungono in ultimo quella della traspirazione degli animali, i quali per mezzo de' pori della epidermide esalano tutto ciò ch' è superfluo all' assimilazione.

Benchè le scoperte anatomiche abbiano mostrato non essere questi pori che tante aperture di esilissimi vasi comunicanti col sistema circolatorio generale, e che la traspirazione quindi non sia una trasudazione, ma una secrezione (1); nondimeno si sostiene dal maggior numero de' Fisici e degli Anatomici esser fornita l'epidermide di un prodigioso numero di piccolissime aperture, che versano continuamente alla superficie del corpo un fluido, e talvolta un liquido composto in gran parte di acqua con materie solide in dissoluzione (2).

(1) Il chiarissimo prof. Delle Chiaje fin dal 1827 pubblicò nel IV vol. degli *Atti del R. Istituto d'Incoraggiamento* una Memoria sulla struttura della cuticola umana: nella quale 1) espose le principali opinioni emesse dagli Anatomici circa la fabbrica di tale velamento; 2) ne indagò alla miglior possibile maniera la natura; 3) vi negò la esistenza de' vasi arteriosi, venosi, linfatici, esalanti, assorbenti, de' nervi e pori; 4) ne considerò il numero delle lamine; 5) e ne annunziò la genesi da' globetti cruorici agglutinati derivanti dalla esalazione ed escrezione immediata delle dermiche estremità arteriose. E l'analogia tra essa e 'l sangue è tanto decisa per quanta sia la convenienza ch' esister deve fra la parte generante (sangue) e la generata (epiderma), ossia nella proporzione di 5=1. E pel mio oggetto è da sapersi che il dotto Autore, dopo reiterate osservazioni microscopiche negandovi i canali esalanti assorbenti ed i pori, si è deciso ad ammettervi lo imbevimento e la transudazione eseguita a traverso le maglie e le areole della epiderme con meccanismo analogo alla endosmosi ed esosmosi del Dutrochet.

(2) Qualora il materiale si esala in poca quantità, si evapora a misura che traspira, e la pelle resta asciutta, onde fu detta questa funzione *insensibile traspirazione*. Quando poi si fa moto, o di molto si aumenta la temperatura esterna, nello stato sano o morboso, il materiale emesso resta sulla cute sotto l'aspetto di tante gocciole liquide, chiamate *sudore*. Niuno avrebbe potuto mai credere tanto abbondante questa traspi-



35. Risultando da tutti questi fatti di non essere i corpi perfettamente pieni di materia, ma di esser dis-

razione cutanea, quanto lo ha provato Santorio, il quale ebbe la costanza di passare una parte di sua vita su di una bilancia, in cui da se si pesava per conoscere le perdite, che soffriva per traspirazione. Questo celebre fisico ritrovò che l'uomo in 24 ore perde circa $^5/_8$ dell'alimento di cui si nutrisce. Ripetute queste esperienze da Dodart e da Reit, questi dopo aver tenuto conto della differenza dell'età si assicurarono che la traspirazione è molto maggiore nell'età giovanile. Non avendo però essi distinto la traspirazione polmonare, che per mezzo della espirazione fa scomparire molto materiale, dalla traspirazione cutanea; Lavoisier e Seguin rinnovarono le esperienze di Santorio per conoscere separatamente questi due effetti. Ad impedire la dispersione del traspirabile cutaneo, Seguin si chiuse in un sacco di taffetà incerato, nel quale non comunicavano coll'aria esterna che le narici e la bocca. Essendosi dopo alcune ore pesato nuovamente, scoprì che la perdita derivava dall'acqua evaporata colla respirazione ec; uscito poi dal sacco si pesò un'altra volta, e la differenza di peso indicò il peso del sacco e del materiale traspirato contenutovi, la di cui quantità fu calcolata sottraendo dal peso totale quello del sacco. Non avendo egli ottenuto da queste esperienze risultati costanti, conobbe 1. che la traspirazione varia continuamente; 2. che la sua quantità supera quasi sempre quella dell'urina, e che quando n'è minore, rendesi questa più abbondante e più acquosa; 3. che è dessa più attiva nei giovani, che nei vecchi; 4. che un uomo, il di cui peso si aumenta di quello degli alimenti e delle bevande, riprende una volta al giorno il suo peso normale, talchè si segrega giornalmente dal corpo quanto in esso s'introduce; 5. che nel primo periodo di una malattia il peso del corpo si aumenta, non più seguendo l'escrezioni regolarmente; e che in caso di affezione o debolezza di stomaco il peso del corpo si aumenta per quattro giorni, e nel quinto dimi-

seminata la loro struttura di spazietti vuoti, la di cui quantità varia a seconda di questa, si è ricercato il loro numero preciso. Lungi però dal potersi questo ottenere, un'ipotesi, che le osservazioni han contestato molto superiore del vero, mostra di esser desso superiore a qualunque immaginazione. Supponendo infatti con Newton (1) che le particelle dell'ordine estremo, che formano infine i corpi, siano composte in modo da aver tanto di vuoto o di poroso, quanto hanno di pieno; e che egualmente tanto di vuoto quanto di pieno abbiano successivamente le particelle degli ordini inferiori sino ai primi elementi affatto privi di pori, il numero dei pori sarebbe espresso dalla somma di tanti termini della progressione geometrica ∺ 1 : 2 : 4 : 8 : 16. . . quanti sarebbero gli ordini delle particelle che li compongono. Or essendo il numero di questi ordini indefinito, quello de' pori esistenti ne' corpi non può che esser superiore a qualunque numero immaginabile. Dall'essere gli spazii vuoti di materia nel numero incomparabilmente maggiori di quelli che ne sono occupati, si è inferito essere la quantità di materia dell'universo molto mino-

nuisce, ma in gran parte per effetto di frequenti dejezioni alvino; 6. che durante il pranzo ed immediatamente dopo si traspira meno, e durante la digestione più; 7. che nello stato di quiete la perdita di peso sofferta dal corpo per traspirazione giunge nel minimo ad undici grani, e nel massimo a trentadue grani per minuto. Questi effetti però variano secondo la statura, lo stato di salute, e la maggiore o minore magrezza degli individui; onde ciò ch'è minimo o massimo per uno, può non essere che la metà od il terzo per un altro.

(1) *Optice lucis*, lib. III, quaest. 31.

re di quella che apparisce. La Place quindi colla supposizione di essere nei corpi più densi sei migliaja di milioni di volte più di vuoto che di pieno, spiegò la cristallizzazione de' corpi, le chimiche combinazioni, ed altri effetti dell'attrazione.

36. Gli sforzi fatti per indagare la causa della diversa porosità de' corpi essendo riusciti infruttuosi, han dato luogo a due sistemi formati per spiegarla, uno de' quali s' intitola *Dinamico* e l'altro *Atomistico*. Supponendo col primo alcuni Fisici, e sopratutto i Germani, che la riunione degli elementi formi una massa essenzialmente continua, sommamente dilatabile, compressibile; non attribuiscono che ad un accidente i pori, di cui si trova essa disseminata, e che possono dilatarsi o restringersi secondo l' azione di due forze opposte, attrattiva e ripulsiva. Riguardando altri al contrario i corpi come composti di *atomi* congiunti bensì dalla forza attrattiva, ma non sino all' immediato contatto, attesa la forza ripulsiva, che li mantiene tra loro ad una certa distanza; credono essere la porosità una proprietà essenziale della materia, dipendere il volume de' corpi dal rapporto scambievole delle cennate due forze, e derivare tutte le loro materiali differenze da quelle degli atomi che li compongono, sia nella grandezza, che nella forma, posizione e distanza. Non tenendo noi dietro ad alcuno di questi sistemi, che dividono le scuole, passiamo a ragionare sui fatti antecedenti.

37. Non essendo tutti i corpi egualmente porosi, di due di diversa natura, quantunque abbiano lo stesso volume, quello che costa di un maggior numero di molècole dee averne uno minore d' interstizietti. Quindi,

chiamando *quantità di materia* o *massa* de' corpi la somma degli atomi che li compongono, la massa del primo corpo dee di tanto eccedere quella del secondo, di quanto la porosità di quello è minore della porosità di questo; onde dicesi che *la massa dei corpi è nella ragion inversa della loro porosità.*

38. Riferendo la massa di un corpo al sno volnme, si è formata l'idea della *densità*, intendendosi con tal nome la somma delle parti materiali comprese in un dato volume, ossia il rapporto che vi ha tra la massa ed il volume; onde dicesi più denso qnel corpo che sotto un più piccolo volume contiene maggior quantità di materia. Così, per esempio, un pezzo di legno pnò pesare più di un pezzo di oro, se il suo volume è tanto maggiore del volume dell' oro da contenere delle molecole in numero maggiore di qnelle contenute in qnesto; ma se si riducono allo stesso volume, si scorge essere la densità del metallo tanto maggiore di quella del legno, quanto il numero delle parti materiali del primo è maggiore del numero delle parti materiali del secondo, ossia quanto il peso del primo eccede quello del secondo. Dunque se la quantità di materia è maggiore in quei corpi la di cui densità è maggiore, può dirsi che *la massa è in ragion diretta della densità.*

39. Paragonandosi due corpi della stessa densità, per esempio, due sfere di piombo, ma di diverso volume, è chiaro che il più voluminoso dee costare di una maggior qnantità di materia. Onde *a densità eguali le masse sono come i volumi.*

40. Paragonandosi due corpi di egual volnme, e differente peso, per esempio, un cubo di legno ed un'al-

tro di piombo; è chiaro che il metallo contenendo un maggior numero di parti sotto le medesime dimensioni del legno, dev' essere necessariamente di questo più denso. Quindi *a volumi eguali le densità sono in ragion diretta delle masse.*

41. Il paragone di due corpi dello stesso peso e di diversa densità, per esempio di una libbra di sovero e di un' altra di ferro, mostra che costando questi due corpi di un egual numero di parti, le molecole di ferro debbono essere più condensate fra loro, perchè occupano uno spazio minore di quello delle molecole di legno. Onde *a masse eguali le densità sono in ragione inversa dei volumi.*

42. Essendovi tre corpi della stessa materia, come per esempio tre sfere di argento, la prima del peso di un'oncia, la seconda di due, e la terza di quattro; poichè la densità è eguale, i loro volumi debbono essere proporzionali alle masse; ma quando le densità sono disseguali il volume de'corpi è minore di tanto, di quanto è maggiore la densità; quindi *i volumi sono in ragion composta della diretta delle masse e dell' inversa delle densità.*

43. Se la quantità di materia cresce in ragione della densità e del volume (§. 38 e 39); dicesi *essere la massa in ragion composta dalla diretta della densità e del volume.* La massa quindi può riguardarsi come l' aja di un rettangolo, di cui due lati sono espressi dalla densità e dal volume, onde moltiplicandosi l' una per l'altro si ottiene la massa. Supponendo che il corpo A abbia la densità $= 2$ ed il volume $= 4$, ed il corpo B abbia la densità $= 3$ ed il volume $= 6$, le quantità di

materia saranno :: 8 : 18, essendo 8 = 2 × 4, e 18 = 3 × 6. Ma se il prodotto di una moltiplicazione dividesi pel moltiplicando si ha per quoziente il moltiplicatore, e se dividesi pel moltiplicatore, si ha per quoziente il moltiplicando; dunque la massa di un corpo divisa pel volume darà per quoziente la densità, e divisa per la densità esprimerà il volume.

44. Potendo la naturale disposizione delle parti dei corpi essere alterata da forze ad essi estranee; un corpo dicesi *condensato* quando se ne diminuisce il volume restando la massa com' era prima, e dicesi *rarefatto* quando restando com' era la massa se ne aumenta il volume. Or derivando la diversa densità de' corpi dal diverso numero e dalla varia grandezza de' pori; la condensazione, ossia l'aumento di densità, non è che la diminuzione della porosità, ed al contrario la rarefazione, ossia la diminuzione della densità, non è che l'aumento della porosità.

CAPITOLO VI.

DELLA INERZIA E DELLA MOBILITÀ.

45. Esaminando i corpi che ci circondano, non scorgiamo in essi che due specie di fenomeni, o quelli del movimento, o quelli del sentimento. Non potendo però, attesa la loro grande differenza, attribuirli alle medesime cause; se ripetiamo i primi dall' azione delle forze motrici sulla materia, non possiamo far dipendere i secondi che da sostanze diverse dalla materia, cioè da sostanze immateriali che agiscono su di essa. Tutti

i fenomeni dunque che i corpi ci presentano, non potendo derivare che dall'azione di forze loro inerenti o loro comunicate, o da quella di sostanze spirituali; dobbiamo inferirne che senza queste forze o sostanze non siano i corpi di loro natura che inattivi, incapaci cioè di muoversi da loro stessi, e quindi di determinarsi piuttosto al moto che alla quiete, di muoversi in un senso più che in un altro, e di diminuire, togliere od aumentare il moto una volta ricevuto. Questa proprietà de' corpi, che li rende indifferenti allo stato di moto o di quiete, e quindi perseveranti in quello in cui si trovano, finchè non sia esso turbato da cause estrinseche, dicesi propriamente *inerzia*.

46. Non essendo questa che una proprietà, e non una forza de' corpi (vedi i preliminari), non possono questi per la loro inerzia reagire contro quelle forze che li sollecitano al moto quando stanno in quiete, ma devono riceverle in loro, ed obbedire al loro impulso senza poterlo alterare in alcun modo nell' intensità e direzione, onde debbono sempre muoversi uniformemente e nella stessa direzione finchè una causa esterna non li disturbi. Quindi il cambiamento di stato, che risulta nel corpo agente da quello da esso indotto nello stato del paziente, non puole attribuirsi nè ad una resistenza da questo opposta a quello, nè ad uno sforzo fatto dal corpo agente per cambiare lo stato del paziente. Questo corpo per conservare il suo stato primiero non può reagire contro dell' agente per distruggerne la forza, non potendo esso preferire il suo stato attuale a quello che quest' ultimo tende a dargli, nè fare uno sforzo contro se stesso per cedere tutto o parte del suo moto, essendogli indiffe-

rente il muoversi ed il restar fermo, ed il muoversi più o meno. Non v' ha in tal caso che una comunicazione di forza motrice da corpo a corpo, per la quale il corpo agente ne perde tanto quanto ne acquista il paziente. Questo non diminuisce la forza di quello, opponendogli una resistenza; esso non fa che riceverla in se al pari di un vase vuoto, che comunicando con un' altro pieno di aria ne riceve in egual dose per l' equilibrio di questa nelle due capacità, ossia per l' eguale sua distribuzione ne' due vasi. Se percuotendosi colla mano un corpo in riposo o moventesi men celeremente di essa, sembra sentirsi una resistenza, questa non è che illusione, producendosi sulla mano la stessa impressione che vi si produrrebbe se essendo essa in quiete fosse urtata dal corpo in contraria direzione.

47. Sono dunque i corpi inerti, inattivi, cioè indifferenti allo stato di moto e di quiete, capaci di esser mossi da forze, o da sostanze di natura alla loro opposta, o di esser posti in quiete, se sono in moto, dall'azione di forze contrarie. La *quiete* non è in conseguenza che la mancanza di moto, e la *mobilità* non è che la possibilità di esser mosso (1).

(1) Consultisi per maggiore sviluppo di questo capitolo la nostra *Memoria sulla pretesa reazione dell' Inerzia*, seconda edizione 1832.

LIBRO SECONDO

DELLE FORZE INERENTI ALLA MATERIA.

CAPITOLO I.

DELL' ATTRAZIONE DELLE MASSE OSSIA DELLA GRAVITA'.

48. Essendo la materia inerte (§. 45), tutti gli atomi dovrebbero essere naturalmente in riposo e distaccati gli uni dagli altri. Ma noi gli osserviamo formare uniti in diverso numero ed in varie guise tutte le specie di corpi che ci circondano, e scorgiamo ancora che questi corpi cercano di avvicinarsi scambievolmente. Non possiamo dunque attribuire questi prodigiosi fenomeni che ad una forza estranea alla materia (v. i prelim.), la quale incessantemente agendo su di essa, capace la rende di produrli.

49. Chiamasi generalmente questa tendenza *attrazione*; ed operando essa diversamente secondo le varie circostanze, dicesi *gravitazione*, *attrazione universale*, od *attrazione delle masse* quando avviene fra grandi masse ed a notabili distanze, ed *attrazione molecolare* se si osserva tra le parti della materia site a minime distanze.

50. Per spiegare la caduta de' corpi abbandonati a loro stessi, ossia la prima specie di attrazione, varie ipotesi furon fatte dagli antichi Filosofi. La maggior parte di essi opinò muoversi i corpi da qualche agente invisibile, senza poterne provare l' esistenza. Fra i mo-

derni CARTESIO ripetè i fenomeni della gravitazione dal moto della materia sottile, che supponea aggirarsi in vortice intorno alla terra, poichè allontanandosi le sue parti da questa per effetto di una forza centrifuga obbligano i corpi a muoversi dall' alto in basso, in direzione cioè contraria a quella di siffatta forza. Ma dopo la teoria della gravitazione universale, che sola forma l' elogio del suo autore, non fu più un dubbio che il divisato fenomeno fosse l' effetto di un impulso (1); e convenendosi della nostra assoluta ignoranza sulla causa prima dello stesso, fu altamente proclamato il principio, che lungi dal perdersi nella ricerca della natura della causa motrice, non si dovea che studiarne attentamente gli effetti per conoscerne il modo di azione, e le leggi che lo regolano.

51. Fedele NEWTON a questo principio, avendo osservato l' esposta tendenza in tutti i corpi terrestri, e scoverto dietro le orme tracciate da HOOK e da KEPLERO, che scorrendo per essa i pianeti le loro orbite con inalterabili leggi, perpetua si mantenea l' armonia dell'universo; non riguardò la *gravitazione terrestre* che come un caso particolare della *universale*. Formando questa l' oggetto della Meccanica Celeste, ci occuperemo esclusivamente di quella.

52. Or dicesi propriamente *gravitazione terrestre* la tendenza de' corpi verso la terra, per cui abbandonati a loro stessi cadono sulla sua superficie, e sostenuti premono i sostegni e tendono a trarli giù seco loro.

(1) NEWTON. *Optice lucis*, lib. III. quaest. 31.

Lungi dal dimostrare la generalità di questa tendenza, che i fatti provano abbastanza, verificheremo col ragionamento e coll'esperienza ciò che in proposito si è cennato altrove (§. 48), cioè di non esser dessa che l'effetto d'una forza incessantemente agente sulla materia, che *gravità* vien denominata. Essendo infatti i corpi indifferenti al moto ed alla quiete (§. 47), non possono da loro stessi produrre il moto dell'attrazione; e non cadono essi giammai per direzioni obblique all'orizzonte, nè si muovono da basso in alto se non vi sono spinti da una forza. Onde se i corpi cadono e tendono sempre a cadere verticalmente dall'alto al basso, questi effetti non possono ripetersi che dall'azione di una forza, ch'è appunto la gravità.

53. Agendo questa in ogni istante e nello stesso modo su ciascuna molecola, la tendenza ch' essa imprime ad un corpo di cader giù, non dipende dalla massa di questo, ma è la stessa tanto per tutte le molecole insieme unite, quanto per ogni molecola distaccata dalla massa; onde grande o piccola che questa sia, il corpo costerà di un maggiore o minor numero di molecole egualmente tendenti a discendere, ma questa tendenza non ne resterà perciò aumentata o diminuita. Tanto si prova col seguente sperimento. Si adatti sulla campana BC (Tav. 1 fig. 2) l'apparecchio intitolato *della discesa de' gravi*, e posate sulla piastrina D le palette E, F... mobili per mezzo delle rispettive cerniere, si collochino su di esse varii oggetti di diverso peso, come per esempio, un pezzo di piombo, una piuma, un pezzo di legno ed un poco di bambagia; estratta l'aria dalla cam-

pana (1), si giri il cursore A per far cadere simultaneamente le palette E, F... ; guardando il piano dell'apparato si vedranno giungere al fondo nello stesso tempo tutti gli indicati oggetti, benchè di vario peso. Questo esperimento non potrebbe aver luogo se la gravità non comunicasse ai corpi di qualunque massa, volume, o forma, la stessa velocità a discendere per la verticale, ossia se ogni punto materiale de'corpi non ricevesse dalla gravità la stessa tendenza a cader giù. Come mille punti materiali tra loro distaccati scenderebbero nello stesso tempo, avendo ognuno la medesima tendenza all'ingiù, così 990 uniti nel piombo e 10 nella piuma debbono giungere nello stesso istante sulla superficie terrestre. Fu questa verità presentita da Epicuro e da Lucrezio (2), ma Galilei la sostenne col ragionamento contro di Aristotile (3), e la provò coi fatti.

54. Se l'esperienza giornaliera ci mostra che più corpi di vario peso lasciati liberamente cadere dalla medesima altezza non giungono tutti giù nello stesso tempo, ciò deriva dalla resistenza dell'aria che debbon essi superare, e che cresce in ragion del volume; onde nn corpo di maggior volume di un altro, benchè a questo eguale in peso, arriva a terra più tardi del secondo, perchè le perdite di forza che fa in ogni istante di sua

(1) Si estrae l'aria da una data capacità mediante la macchina pneumatica, la di cui descrizione si darà altrove.

(2) *De rerum natura* lib. 2 v. 238.

(3) Dial. I. p. 519, e *Lettera al Bartizzolo*, tom. 2 p. 720, ediz. Fiorentina 1718.

caduta, eccedono di tanto quelle dell' altro, di quanto il volume del primo eccede quello del secondo; e per la stessa ragione un corpo più pesante di un altro, benchè di egual volume, giunge a terra prima di questo ad onta che siano ambi discesi dalla stessa altezza.

55. Questi fatti non avverrebbero se la gravità non agisse nello stesso modo su tutti i punti materiali de'corpi: quindi se ognuno di essi riceve dalla detta forza lo stesso impulso a discendere verso la terra, ne segue che a misura del maggiore o minor numero delle parti di un corpo risulta maggiore o minore il numero delle azioni parziali che la forza esercita su di quello; onde *la gravitazione de' corpi è in ragion diretta delle loro masse.*

56. Non devesi dunque confondere la *gravitazione* de' corpi col loro *peso*. Quella non è che la tendenza di ogni atomo di materia a cadere verso la terra, quale tendenza è eguale in tutti i corpi, ed è indipendente dalla massa; mentre non è il peso che la somma di tutte le tendenze parziali degli elementi, la quale è maggiore o minore secondochè i corpi costano di un maggiore o minor numero di parti, ossia secondo la quantità delle masse. Si determina la gravitazione dalla velocità, che essa imprime ad ogni punto materiale per scendere secondo la verticale; mentre si valuta il peso dallo sforzo che far devesi per sostenere un corpo che tende a cadere per la verticale. Ed essendo questo sforzo tanto più considerevole per quanto è maggiore il numero delle molecole costituenti il corpo stesso, ne segue che *il peso è proporzionale alla massa.*

57. Quindi i corpi di maggior massa per avvicinarsi alla superficie attraente debbono fare uno sforzo mag-

giore di quello che debbono all' uopo fare i corpi di minor massa, onde questi debbono cedere a quelli il loro posto. È per ciò, che quantunque corpi di vario peso cadano nel vuoto al tempo stesso (§. 53), ossia con eguale celerità, pure urtano il piano con diverso moto; e l' urto prodotto, per esempio, dal piombo eccede di tanto quello prodotto dalla piuma, di quanto il numero delle molecole gravitanti che compongono il piombo, eccede quello delle molecole gravitanti che compongono la piuma; ossia di quanto il primo eccede in peso la seconda. È anche per ciò che talvolta alcuni corpi si muovono in direzione contraria a quella della gravità, d' onde surse la falsa idea della *leggerezza assoluta*. Questi corpi non ascendono perchè leggieri, ma perchè cedono il posto ai corpi contigui di essi più gravi, i quali per discendere in loro vece gli spingono in alto. Il fumo, le esalazioni, ed altri corpi nuotanti nell' atmosfera ascendono contro le leggi di gravità per l' aria che gli spinge; e se questa non esistesse, essi discenderebbero al pari di tutti gli altri corpi, come si verifica nel vuoto.

58. Le più ovvie e giornaliere osservazioni provano che i corpi abbandonati a loro stessi, e liberati da qualunque ostacolo cadono per un sentiero rappresentato da una linea verticale alla superficie delle acque stagnanti. Ciò ha fatto considerare la forza di gravità come accumulata nel centro della terra, d'onde si diffonde tutta all'intorno nella direzione di tanti raggi tirati dallo stesso centro (Tav. 1 fig. 3), i quali prolungati al di là della superficie terrestre, rappresentano le normali

che si percorrono dai gravi nella loro libera caduta (1).

59. Attesa l'enorme lunghezza del raggio terrestre, le direzioni dei gravi non molto fra loro distanti possono considerarsi parallele per quanto la gravità sia diretta al centro della terra, o più precisamente a qualche punto molto ad esso prossimo. Si è infatti osservato che le direzioni di due gravi distanti l'uno dall'altro di 200 piedi parigini formano nel centro della terra un angolo non maggiore di 0°, 0', 1''.

60. Essendo la forza di gravità inerente alla materia, la vicinanza di corpi di gran massa notabilmente elevati sulla superficie della terra, e quindi molto distanti dal centro di questa, deve sensibilmente appalesare la loro forza attraente col fare alquanto deviare dalla verticale verso di essi i gravi di piccola mole mentre discendono sulla superficie della terra. Tanto fu infatti avvertito la prima volta nel 1737 da De la Condamine e da Bouguer in occasione del celebre loro viaggio verso l'Equatore: il monte Kimborako in America elevato sulla superficie terrestre per 2317 tese fece deviare il filo a piombo dei loro istrumenti dalla verticale di $7''\frac{1}{2}$. Incaricato poi nel 1774 Maseskeline di verificare que-

(1) Questa verità suppone la terra perfettamente sferica; ma essendo questa uno sferoide schiacciato ne' poli e rilevato nell'equatore, questi raggi perpendicolari alla sua superficie non possono tutti precisamente riunirsi nel suo centro. Essendo però espresso da $\frac{1}{310}$ il rapporto de' semiassi equatoriale e polare, secondo i recenti calcoli del Barone Di Zacch, questa piccola differenza si può trascurare, e può considerarsi la terra come sferica, e quindi può dirsi senza notabile errore, che i gravi cadendo si dirigono al suo centro.

sta importante osservazione, trovò che un monticello della Scozia alto 1878 pertiche attraeva a se il detto filo per un angolo di 5″, 8. Il laboriosissimo Humboldt ha contestato questa verità colle sue ultime osservazioni, e l'illustre Cavendisch l'ha confermata con delicate esperienze. Invece di ricorrere all'azione delle montagne, ha quest' ultimo autore impiegato all' uopo due globi di piombo del peso ognuno di 498 libbre; muovendosi questi tiravano verso di essi per 10 o 12 linee due palle di piombo del peso ognuna di libbre 2 $^{1}/_{2}$, poste in equilibrio sulle braccia di una leva orizzontale sospesa ad un filo metallico non torto (Tav. 1 fig. 4.)(1). La bilancia detta di torsione (2) inventata da Coulomb manifesta ora chiaramente l' attrazione che esercitano le sfere immobili di una materia qualunque su di un ago orizzontale, che forma parte dell' istrumento. Tutti questi fatti provano che non solo i corpi tendono verso il centro della terra, ma anche gli uni verso gli altri; e che questa seconda tendenza ordinariamente non si manifesta per la prevalenza della prima.

61. Emanando la forza di gravità dal centro della terra a guisa di tanti raggi, la di cui divergenza aumenta quanto più si allontanano dallo stesso (§. 58); ne segue che l' intensità di questa forza dev' essere maggiore ove i raggi attraenti sono più concentrati ed al contrario, ossia nella ragione inversa dello spazio in cui diffondesi. Sia T la terra (Tav. 1 fig. 3) e TA, TB...

(1) *Transact. Philos. de la Soc. R. de Londres*, an. 1798.

(2) La descrizione di questa bilancia darassi quando se ne mostrerà l' applicazione alla misura delle attrazioni elettriche.

tanti raggi dal suo centro diffusi, i quali occupando alla distanza F lo spazio FG, e alla distanza A lo spazio AE, sarà l' efficacia della forza di gravità alla distanza F tanto maggiore di quella alla distanza A, di quanto la superficie FG è minore della AE; ma le superficie sferiche sono nel rapporto dei quadrati dei loro diametri o dei loro raggi FT, AT, i quali rappresentano le distanze dal centro T; dunque la forza di gravità alla distanza F è tanto più vigorosa di quello che lo è alla distanza A, di quanto il quadrato di FT è minore del quadrato di AT; ossia *la forza di gravità agisce nella ragione inversa dei quadrati delle distanze*. Onde se, per esempio, un corpo alla distanza di un piede è attratto dalla terra con 24 gradi di forza, alla distanza di due piedi lo sarà con la quarta parte di detta forza, colla nona alla distanza di tre piedi, e colla sedicesima alla distanza di quattro piedi; essendo 4 il quadrato di 2, 9 il quadrato di 3, e 16 quello di 4.

62. Per meglio sviluppare questo principio, supponendo Newton un inviluppo sferico ABG (Tav. 1 fig. 5), di cui tutte le parti esercitino una forza attrattiva in ragion inversa del quadrato delle distanze su di una molecola M sita al di fuori a qualunque distanza, ha dimostrato che l'attrazione totale risultante da tutte le attrazioni parziali è la stessa riguardo alla molecola attratta, come se tutte le molecole attraenti fossero riunite nel centro C dello stesso inviluppo sferico di esse composto (1). Se in fatti tutte si riunissero in questo punto, le attrazioni di quelle che fossero più vicine alla mole-

(1) *Princip. Math.* lib. I prop. 71 theor. 31.

cola attratta che al centro, scemerebbero per aumento della distanza, mentre le attrazioni di quelle, che fossero più lontane dalla molecola attratta che dal centro, crescerebbero per una distanza minore; ma la geometria dimostra compensarsi in tal caso le azioni decrescenti colle crescenti, in modo che la somma delle forze resti sempre la stessa. Potendosi quindi riguardare una sfera come un insieme d'inviluppi sferici gli uni agli altri sovrapposti, ad ognuno de' quali possa applicarsi il precedente ragionamento, ne segue che dessa, supposta sempre l'attrazione in ragione inversa del quadrato delle distanze, agisce su di una molecola situata esteriormente, come se tutta la sua materia fosse riunita nel centro. Si è chiamato perciò *centro di azione* quel punto in cui dovrebbero esser riunite tutte le particelle di un corpo per essere la loro azione totale la stessa di quella che avrebbe luogo quando esse fossero sparse in tutta l'estensione di questo corpo. Di leggieri poi s'intende che qualunque sia la forma del corpo attraente la molecola M, il centro di azione sarà sempre situato nell'interno del corpo ad una data distanza dalla superficie; e se alla molecola M si sostituisce un altro corpo di una data estensione, i due corpi si attrarrebbero in ragion diretta delle loro masse ed in ragione inversa dei quadrati delle distanze fra i loro centri di azione.

63. Dal fin qui detto s'inferisce che un corpo portato alla massima altezza possibile non è sensibilmente meno attratto di quello che lo sarebbe se fosse alla superficie terrestre; poichè, non essendo tale elevazione paragonabile col raggio terrestre, la distanza de' due centri di azione è pochissimo cresciuta, e quindi la di-

minuzione della forza d'attrazione si è resa tanto insensibile, che senza tema di errare i Fisici la considerano come nulla.

64. Non essendo la scambievole attrazione de'diversi corpi che la somma delle parziali attrazioni di tutte le loro molecole; l'attrazione terrestre non è realmente accumulata nel centro del nostro globo, come si riguarda per le sue azioni, ma s'irraggia da tutta la materia che lo compone. Quindi Newton ha dimostrato che *dalla superficie del nostro pianeta al centro la forza di gravità è in ragion diretta della distanza dal centro medesimo*; ossia che la sua intensità scema in ragion del raggio. Così, per esempio, supponendo il raggio terrestre di 4000 miglia, un corpo che alla superficie della terra pesasse 36 libbre non ne peserebbe che 18 alla profondità di 2000 miglia, e 9 alla distanza di 1000 miglia dal centro. È chiaro che non altrimenti possa ciò avvenire qualora riflettesi che tutti gli strati della terra soprapposti al corpo che vi s'internasse, non potrebbero spiegare su di esso alcuna azione per trarlo giù ; onde scemando la quantità della materia attraente dovrebbe diminuire in proporzione l'intensità della forza attrattiva.

CAPITOLO II.

DELL' ATTRAZIONE PARZIALE , O MOLECOLARE.

65. Non potendosi ripetere effetti simili da cause diverse (vedi i preliminari), alla forza di attrazione si è attribuita non solo la tendenza de'pianeti del nostro sistema verso il sole e fra di loro, e quella de' corpi ter-

restri verso il nostro globo, ma la tendenza benanche delle molecole di questi ad unirsi fra loro per costituirli, ed a restar poi unite in modo da resistere talora energicamente agli sforzi che facciamo per separarle. Solo per considerare a parte queste diverse specie di attrazione si è imposto alle due prime il nome di *attrazione delle masse*, ed all' ultima quello di *attrazione molecolare* (§. 49). Or esposto ciocchè concerne la prima, è d' uopo occuparci della seconda.

66. L'attrazione detta *molecolare*, perchè a differenza della gravitazione agisce su masse piccolissime, in contatto o quasi contatto, e sparisce ad una infinitesima distanza, chiamasi *coesione* ed *affinità* secondocchè le molecole sono della stessa o di diversa materia. Unendosi per affinità parti eterogenee, il prodotto che ne risulta chiamasi *composto*, e congiungendosi per coesione parti omogenee, il risultato che si ottiene dicesi *aggregato*, di densità e volume corrispondente al numero delle parti congiunte.

67. Decrescendo l'attività dell'attrazione molecolare intorno ad ogni molecola con tale rapidità, che ad una piccolissima distanza non è più sensibile; a questo termine si riguarda dessa come nulla. Si forma così una sfera detta di *attività sensibile*, il di cui centro è quello della molecola, e 'l raggio eguaglia la cennata distanza. Essendo questo brevissimo, una molecola non può estendere la sua attività attrattiva oltre di quelle che immediatamente la circondano. Quando infatti si vuol ridurre in minutissimi frammenti un pezzo di pietra o di metallo si avverte nella loro separazione quella stessa resistenza, che si sente nel distaccare il pezzo di pietra o

di metallo dalla massa di cui faceva parte; onde la massa residuale per nulla influisce sulla forza che mantiene unite fra loro le parti del frammento.

68. L'esistenza dell'attrazione molecolare è comprovata da'fatti. Facendo strisciare l'una sull'altra due ben levigate lastre di vetro, di piombo o di marmo, onde il loro contatto sia per quanto è possibile perfetto, si osserva che aderiscono fortemente fra loro. Mettendosi molti punti di una superficie in contatto o quasi contatto coi punti corrispondenti dell'altra, ne risulta una somma di attrazioni quasi eguale a quella, che lega fra loro due parti di uno stesso corpo separate da un piano immaginario. Questa adesione non puole attribuirsi alla pressione dell'aria circostante, poichè poste le due lastre nel vuoto proseguono ad aderire fra loro colla stessa forza, scemata solo di una quantità eguale all'azione dell'aria; e quando il contatto si è prolungato per qualche tempo oppongono alla loro separazione una maggior resistenza: il che pruova che la protratta azione della forza attraente produce nelle molecole delle piccole oscillazioni, per le quali le parti salienti di una superficie si collocano negli interstizii dell'altra, e danno così luogo al più intimo contatto delle due superficie. La loro aderenza si rende più forte se prima di soprapporre l'una all'altra si distende su di esse una gocciola di materia grassa. Le molecole di questa uniscono le due superficie per l'attrazione ch'esercitano su ciascuna di esse, e questa unione è tanto più stretta in quantocchè penetrando queste molecole nelle impercettibili cavità che interrompono il livello dei due piani, moltiplicano in questo modo il numero de'punti attraenti. Per giudi-

care dell'intensità della forza che unisce i due corpi, basta applicare perpendicolarmente sulle loro superficie quella che tende a separarli; questa separazione d'altronde è facile qualora si facciano lentamente strisciare l'uno sull'altro. Nel primo caso la resistenza è grande perchè essendo eguale alla somma delle attrazioni di tutte le molecole poste tra loro in contatto, per separarle bisogna vincere con un solo sforzo tutte queste attrazioni parziali; nel secondo caso al contrario si ottiene, per così dire, la separazione a poco a poco con azioni successive, ciascuna delle quali sottrae pochissime molecole al potere attraente che le tiene unite.

69. La forma sferica, che tanto nell'aria quanto nel vuoto prendono le gocciole di acqua o di mercurio, è un'altra pruova dell'attrazione molecolare. È questa conformazione tanto più esatta, per quanto la gocciola è più piccola ed è meno attratta dal piano che la sostiene. Perciò la rugiada forma sulle foglie di alcune piante de'globetti che le toccano in un punto; mentre sui vetri e su di alcune pietre le gocciole sono emisferiche per la scambievole attrazione delle molecole acquee notabilmente diminuita dall'azione di un' altra causa, che sarà altrove esposta. Inoltre una gocciola alquanto voluminosa prende per la gravità la forma di un semisferoide coll'asse minore verticale; e sospesa alla superficie inferiore di un corpo si allunga per la stessa forza in modo che il grande asse dello sferoide diviene perpendicolare.

70. Incontrandosi due gocciole di acqua o di mercurio, prima di mettersi in contatto si attraggono come di slancio, e si riducono ad una sola.

71. Gli effetti più evidenti e maravigliosi dell' attrazione molecolare sono quelli che si osservano nelle chimiche operazioni, con cui mettendosi, per così dire, in contrasto gli elementi de' corpi, per mezzo di scomposizioni e ricomposizioni rinasce ciocchè si era distrutto, o si trasforma in una sostanza affatto nuova; ossia si ottengono col sorprendente giuoco delle affinità tante fedeli imitazioni della natura, ed altri prodotti che non hanno in questa un modello.

72. L' unione però de' varii elementi, da cui risultano tutti gli svariati composti della natura, lungi dall' essere eventuale, è preseduta da due leggi fondamentali. La prima è detta *delle proporzioni definite*, perchè stabilisce che le relative o proporzionali quantità, con cui una sostanza con altre combinasi, risultano invariabili per la stessa sostanza. Determinate coll' esperienza queste quantità de' varii corpi costituenti le loro combinazioni, è facile trovare l' espressione delle loro quantità, supponendo di combinarsi in una quantità determinata di uno di essi. Tali quantità sono anche quelle, con cui formansi le combinazioni fra tutti loro. Ne risulta così la tavola de' *numeri proporzionali*, od *equivalenti chimici*, costituita dalle quantità ponderabili di tutti i corpi, che si combinano ad una data quantità di un prescelto elemento (ossigeno) espressa con 100. Ben dunque *equivalenti* diconsi queste quantità ponderabili de' varii corpi che entrano in combinazione; poichè quantunque diverse in peso soddisfano egualmente agli effetti della chimica affinità. La seconda legge è detta delle *proporzioni multiple*, poichè mostra che le dette quantità della stessa data sostanza hanno fra loro

rapporti semplici, significati e compresi in alcuni primi termini della serie de'numeri naturali; talchè quando un corpo A combinasi con un' altro B in varie proporzioni, producendo diverse combinazioni; presa la quantità di A costante, trovasi che quella di B nel secondo grado di combinazione è doppia di quella del primo, è tripla nel terzo, quadrupla nel quarto, ec. Ammesse nei corpi le molecole indivisibili, ossia gli atomi (§. 30), basta rappresentarne i pesi con numeri che sieno tra essi nei rapporti degli equivalenti chimici, cioè delle quantità ponderabili de' corpi fra cui avvengono le combinazioni, per intendere le basi fondamentali della teoria chimica atomistica.

73. Riguardando Newton l'attrazione molecolare come indipendente dalla gravità, opinò che per agire essa ad una impercettibile distanza deve seguire non la ragione inversa del quadrato delle distanze, ma quella sibbene del cubo. La Place però ammettendo in natura una sola forza di attrazione, giudicò le distanze esistenti fra le molecole di un corpo, molto maggiori dei diametri di queste; talchè se tutta la loro materia fosse uniformemente distribuita nell' interno di esso, la densità di ogni molecola sarebbe molto maggiore della media dell' aggregato, ossia del corpo. Da questa seconda opinione si deduce che messe due molecole tra loro in contatto o quasi contatto, si attraggono con una forza molto superiore a quella con cui si possono attrarre due corpi qualunque posti ad una distanza dal contatto terminata; onde unica è l' attrazione, non varia che secondo le circostanze, e le differenze de' suoi effetti non dipendono che dalle forme delle molecole elementari.

74. A meglio ripetere dalla stessa forza tanto i fenomeni che si osservano a grandi distanze fra le grandi masse, quanto quelli che avvengono fra le minime parti de' corpi, l'illustre prof. Matteucci considera l'espressione analitica dell' attrazione molecolare composta di due termini. Variando l'un d' essi in ragion diretta delle masse ed inversa del quadrato delle distanze, avrebbe per ogni distanza possibile un valore finito. Potendo dipender l' altro dalla natura e forma delle molecole, avrebbe un valore ben grande a piccolissime distanze; e diminuendo rapidamente ad ogni minimo aumento di queste, sarebbe nullo a distanze sensibilmente inapprezzabili. La prima parte di questa attrazione produrrebbe l' attrazione universale, e la gravità; la seconda l' attrazione molecolare. Supponendo per poco che tutti i punti materiali delle molecole si attraggano scambievolmente in ragion diretta della loro massa ed inversa del quadrato di loro distanza, e che tali molecole non sieno sferiche; in tal caso l'attrazione molecolare sarebbe sotto l' influenza delle forme e dimensioni delle molecole. Quindi la legge dell'attrazione molecolare dovrebbe subire grandi anomalie, agendo questa a distanze piccolissime riguardo alle dimensioni delle molecole. Essendosi dimostrato che per un corpo sferico l'attrazione ha luogo come se la sua massa fosse tutta riunita nel centro (§. 62); ne segue che l'attrazione de'corpi, che non hanno questa forma, costa di due parti, l'una delle quali è in ragione inversa del quadrato della distanza, e l'altra, che risultando dalla mancanza di sfericità, decresce secondo una potenza maggiore del quadrato. Un esempio ce ne offre l' attrazione reciproca della terra e della

luna. Lo schiacciamento del nostro globo ne' suoi poli produce ne'moti dei due pianeti delle perturbazioni che sarebbero molto più notabili se minori fossero le loro distanze, e sparirebbero affatto se queste distanze fossero maggiori. È quindi chiaro che due corpi di qualunque forma si attraggono ad una gran distanza come se fossero sferici; e che a distanze piccolissime riguardo alle loro dimensioni la loro forma non sferica modifica la forza generale di attrazione, producendo così un' altra forza, che aggiunta alla prima l'aumenta con una ben grande rapidità a misura che la distanza diminuisce.

75. La forma non sferica delle molecole farebbe anche variare inegualmente la loro forza di attrazione secondo l' azione seguita con parti più o meno distanti dal loro centro di gravità. Si osserverà in appresso ripetersi in parte da questa causa la gravità maggiore ne' poli che nell' equatore.

76. Tutto ciò che si è detto sulle masse (§. 48 a 64) come risultato d'osservazione e di calcolo, s'intende dal lodato autore applicabile alle molecole, che quantunque a noi invisibili pure hanno finite dimensioni, e le di cui attrazioni risultano dalle parziali azioni dei punti materiali che le compongono. La piccolezza delle molecole rende infinite riguardo alle loro dimensioni le distanze appena sensibili, onde l'influenza della loro forma non può mostrarsi che a distanze per noi insensibili.

77. L' influenza della forma ammessa dal dotto fisico di Pisa per spiegare la rapidità con cui decresce l'attrazione molecolare crescendo le distanze, fa credere la densità delle molecole molto maggiore di quella del corpo formato dalla loro unione, e quindi la loro di-

stanza maggiore del loro diametro. Così egli giunge a spiegare la grande energìa delle azioni molecolari. Riassumendo intanto queste teoriche può conchiudersi, che l'attrazione delle molecole indipendentemente dalla loro forma e natura produce la gravità, e l'attrazione universale; che l'influenza di loro forma e natura cagiona a piccolissime distanze l'attrazione molecolare; e che in fine l'attrazione delle molecole è dovuta a quella dei punti materiali o atomi, che le compongono. Ad onta però di tutte queste opinioni, dobbiamo convenire che le nostre cognizioni sono tuttora troppo scarse per elevare le intime azioni, che i corpi sospinti dall'affinità esercitano gli uni sugli altri, al grado di perfezione, a cui il sommo Fisico Inglese portò la teoria dell'attrazione universale.

CAPITOLO III.

MODIFICAZIONE DELL' ATTRAZIONE MOLECOLARE.

78. Esposta l'invariabile unione degli elementi dei corpi prodotta dall'attrazione molecolare, uopo è prendere in esame le varie forme di questi, risultanti dalla disposizione di quelli, ed i diversi stati dei corpi medesimi cagionati dalla contrarietà, dall'equilibrio e dall'annientamento della cennata forza attrattiva.

ARTICOLO I.

DELLA CRISTALLIZZAZIONE, DELL'ISOMORFISMO, E DELLA ISOMERIA.

79. L' attrazione molecolare non solo compone masse di diversi volumi; ma, mettendo le molecole in quasi contatto fra loro, le dispone in modo simmetrico e regolare per dare ai corpi delle forme geometriche, ossia per comporre i così detti *cristalli.*

80. Per la di costoro produzione le molecole debbono muoversi liberamente, ed essere quindi fra loro allontanate in modo da non più sentire la loro reciproca attrazione. Questa condizione non può verificarsi, che sciogliendosi o fondendosi il corpo che si vuole cristallizzato. Si scioglie desso da un liquido, o si fonde dal calorico. Le molecole del corpo, separate dapprima dall' interposizione del liquido, di bel nuovo si avvicinano e si riuniscono per scambievole attrazione a misura che sono abbandonate dal liquido istesso che si evapora. Quasi tutti i corpi fusi cristallizzano qualora gradatamente si raffreddano. Nella sublimazione le molecole de' corpi, trasportate dal calorico, si depongono simmetricamente nella parte fredda dell'apparato, in cui segue l'operazione. I vapori di solfo, che sublimandosi dalle solfatare cuoprono di belle zolle cristalline i freddi corpi circostanti ove si rappigliano, sono un esempio di quest' ultimo processo di cristallizzazione.

81. Perchè i corpi disciolti o fusi diano de' grossi e perfetti cristalli, fa d' uopo 1.° che l' evaporazione e 'l

raffreddamento della materia sciolta ed il raffreddamento della fusa seguano lentamente: 2.° che questa materia sciolta o fusa non sia in alcun modo agitata, poichè turbandosi la regolare disposizione delle molecole nell'atto della loro unione, sarebbe bensì questa dal moto accelerata, ma i cristalli risulterebbero piccoli e mal formati: 3.° che le soluzioni saline sieno esposte all'aria libera (1), e ad un grado di freddo non molto intenso: 4.° e che infine s'immerga nel liquido un cristallo dello stesso sale (2).

82. Le cristallizzazioni promosse dalla soluzione, fusione e sublimazione, non sono che imitazioni di quelle che ognora naturalmente avvengono.

83. Dividendosi con un istrumento da taglio, con una lama per esempio di acciaio, diversi cristalli originarii di una stessa materia, e facendosi corrispondere

(1) Il solfato di soda non cristallizza nel vuoto.

(2) Mettendosi in qualche soluzione cristallizzante de' corpi estranei, come pezzetti di legno, fili, ed altro, i cristalli si applicano alla loro superficie, come intorno ad un nocciuolo. Da questa disposizione de'sali ad applicarsi ai corpi che accidentalmente trovansi nelle loro dissoluzioni, deriva una malattia molto affliggente per gli uomini ed i bruti a causa di alcune pietre, che si formano nella vescica orinaria, negl'intestini, ed in altri visceri. L'urina, per esempio, tiene in dissoluzione molte sostanze, alcune delle quali sono poco solubili e facili a cristallizzare; se qualche piccolo corpo solido cade per accidente nella vescica, queste sostanze tosto cominciano a deporvisi intorno, e formano così un calcolo, che sempre più si aumenta. Quando dopo la morte dell'infermo o mediante un'operazione cerusica si estrae la pietra, rinviensi nel suo centro il corpo solido, che le ha servito di nocciuolo.

i tagli su tutte le parti similmente situate, se n' estrae costantemente un solido regolare. Sia A, B, E, F. . . (Tav. 1 fig. 6) un prisma esaedro (1); dei sei canti IN, NC, CB. . . della base superiore tre si possono dividere, cioè IN, BC, AH, mentre gli altri tre intermedii CN, AB, IH sono indivisibili. L' opposto avviene nella base inferiore; i suoi canti divisibili DE, GF, KR, sono opposti agli indivisibili dell'altra. Si hanno quindi sei piani scoperti dalle sezioni; e proseguendo le divisioni sino alla scomparsa di tutte le facce del prisma esaedro, si giunge ad un romboide, che n'è come il nocciuolo, la di cui posizione riguardo al prisma è rappresentata dalla figura. Qualunque altro cristallo della stessa specie diviso dà lo stesso risultato quando si è trovata la direzione de' tagli atti ad ottenere il romboide. Esaminando però nello stesso modo la struttura di un cristallo di diversa specie, si avrà il nocciuolo di altra forma.

84. Le forme de' solidi iscritti ne'cristalli della stessa specie diconsi *forme primitive*, e *secondarie* quelle de' solidi, che contengono le primitive. Cinque sono le forme primitive, il tetraedro regolare (Tav. 1 fig. 7), il parallelepipedo (Tav. 1 fig. 8), l'ottaedro a facce triangolari (Tav. 1 fig. 9), il prisma esaedro (Tav. 1 fig. 10), ed il dodecaedro romboidale (Tav. 1 fig. 11).

85. Se, proseguendo la divisione, dalla forma secondaria si passa al nocciuolo, si otterranno de' cristalli così piccoli da non potersi ulteriormente dividere. Que-

(1) Questa forma cristallina è una delle varietà della calce carbonata.

sti solidi cristallini, che sono il limite della divisione, diconsi *molecole integranti*, diverse dalle costituenti od elementari dello stesso corpo. Così, per esempio, le molecole costituenti della calce carbonata sono quelle, di carbonio, di ossigeno e di calcio, e le integranti quelle che dall' unione di queste risultano. Formansi i diversi cristalli da un diverso numero di molecole integranti variamente conformate e disposte. Le forme che esse hanno sono il tetraedro, il prisma triangolare, ed il parallelepipedo. Benchè il loro numero sia minore di quello delle forme primitive de' cristalli, non sempre però unendosi le molecole nello stesso modo, avvicinandosi, cioè, alcune volte per le facce, ed altre volte per gli angoli, e lasciandosi tra esse degli intervalli più o meno notabili, compongono per questa varia loro disposizione le diverse forme de' cristalli.

86. Conosciute le forme primitive e le molecole che le compongono, esaminar devesi la produzione delle forme secondarie. Considerando attentamente le forme delle lastre successive, che ricuoprono il nocciuolo di un cristallo, dette *lastre di soprapposizione*, facilmente rilevasi l' ingegnosa struttura di questi solidi regolari. Eccone infatti un esempio.

87. Se le lamine soprapposte dalla forza di cristallizzazione alle facce della forma primitiva la inviluppano egualmente da tutte le parti, essa cresce di volume senza alcun cambiamento di forma; ma se ad ogni lamina, che si aggiunge, si fa una sottrazione di ranghi di molecole paralleli ai loro lati od alle diagonali, od a queste obbliqui, l' ultima lamina si ridurrà ad una linea o ad un punto, e su di una faccia della forma primitiva

s' innalzerà uno spigolo od un angolo della forma secondaria; e spesso ancora invece degli spigoli ed angoli della forma primitiva sorgeranno faccette di varie fogge, appartenenti alla forma secondaria, che per queste sottrazioni di molecole sarà più o meno da quella diversa. Compongasi la lamina A (Tav. 1 fig. 12) de'ranghi di molecole 1,2,3... rappresentanti la faccia di una forma primitiva; supponendo adattate su di essa, prima la lamina B mancante del primo rango di molecole, poi la lamina C priva del secondo, e così in appresso le lamine D, E, F; si giungerà infine alla soprapposizione di una sola molecola F formante l' estremo di un angolo solido. S' intende quindi agevolmente che sulla lamina A, supposta faccia di un cubo, si formerà una piramide di quattro facce, e formandosi delle simili piramidi sulle altre facce del cubo si avranno sei piramidi quadrilatere; ed ogni faccia di ciascuna piramide sarà nello stesso piano con una faccia della piramide contigua, con cui formerà un rombo, e sorgeranno così dodici rombi, come si osserva nella figura 13 (Tav. 1) rappresentante il dodecaedro a facce rombe D, D, D, D, D surto sul cubo C, C, C, C... nel modo precedentemente esposto. I cristalli, che presentano il clivaggio secondo le facce della forma primitiva, provano di esser questo l' andamento della natura nella composizione delle forme secondarie. Colla stessa facilità, con cui si è esposta la genesi del dodecaedro romboidale come forma secondaria, il chiarissimo Haüy, scopritore di questa ingegnosa struttura de' cristalli, spiega la genesi di tutte le altre forme secondarie che possono formarsi sulla limitata serie delle primitive.

88. Sostituendo coll'immaginazione a questa struttura grossolana quella delicatissima della natura facilmente si concepisce composto il nocciuolo di un numero incalcolabile di piccolissime molecole e notabilmente aumentato il numero delle lastre di soprapposizione, essendo queste realmente di una impercettibile grossezza; onde insensibili risultar debbono le scanalature da esse formate coi loro orli rientranti e salienti.

89. È degna intanto di osservazione una legge che determina il rapporto tra le forme cristalline de' corpi, e le proporzioni de' loro elementi. Mitscherlich ha dimostrato il primo che tutti i corpi composti, che corrispondendo tra loro per composizione possonsi rappresentare colla stessa formola chimica (§. 72), sono *isomorfi*, cioè egualmente cristallizzati; ossia che la forma cristallina de'corpi dipenda immediatamente dal numero e dalla disposizione delle molecole; onde le stesse forme possono derivare dalla riunione di molecole di diversa natura, purchè aggruppate nello stesso numero, e disposte nello stesso ordine. Prova infatti l'esperienza che i corpi isomorfi sono nello stesso modo composti, e quei che hanno una analoga composizione sono isomorfi, generalmente parlando. I composti quindi di ogni genere possono cristallizzare insieme, e nei cristalli mescersi sotto diverse proporzioni senza modificarne la forma fondamentale, salvo qualche lieve differenza nel valore degli angoli. Quindi di rado rinvengonsi i minerali cristallizzati di costante composizione, spesso contenendo quantità variabili di altri minerali che cristallizzano nelle stesse forme. Disciogliendo in un liquido sali isomorfi, si hanno de' cristalli misti, in cui i sali

isomorfi sono tra essi in rapporti variabili, dipendenti dalle proporzioni impiegate e dalla loro relativa solubilità. Non potè altrimenti il lodato autore spiegare questo fatto, che ammettendo eguale la forma fondamentale cristallina nei corpi che hanno la stessa formola atomica. Facile è difatti concepire di poter in un cristallo un corpo rimpiazzarne un'altro senza sensibile alterazione di forma, qualora il rimpiazzante possa occupare il luogo del rimpiazzato, il che può sempre avvenire se il primo ha forme analoghe a quelle del secondo.

90. Fu anche dimostrato da Mitscherlick che i corpi cristallizzati non si dilatano col riscaldamento egualmente in tutte le direzioni, per cui variando anche gli angoli, non danno lo stesso valore misurati a diverse temperature; e che queste variazioni sono abbastanza sensibili, anche a basse temperature. È naturale il supporre che ad un grado di calore possano le differenze raggiungere un limite, in cui resti del tutto cambiata la forma cristallina. Potendo allora il corpo serbare questa nuova forma, sarà *dimorfo*. I corpi quindi di analoga composizione non sempre hanno la stessa forma cristallina. In un liquido freddo si depone il carbonato di calce in cristalli romboidali, mentre in un liquido bollente cristallizza in piccoli prismi rettangolari. E non solo i corpi dimorfi differiscono nella forma, ma anche nelle fisiche proprietà; talchè la densità, la durezza ... sono caratteri che variano moltissimo con la forma cristallina. Questo rapporto scoperto tra la forma de' cristalli e la temperatura a cui vennero prodotti è di altissimo momento per la Mineralogia e la Geologia, rivelando le condizioni in cui formaronsi i cristalli naturali, e l' origine delle rocce in cui sono essi impiantati.

91. Le cause del dimorfismo inducono spesso un cangiamento nelle condizioni molecolari di alcuni corpi, e quindi nelle loro fisiche proprietà; ossia gli stessi atomi elementari costituenti un corpo possono formarne uno o più altri dotati di diversi caratteri per la sola mutazione del relativo lor posto. Così il solfo ad una temperatura di circa 200°, si addensa e perde ogni specie di liquidità; immerso in tale stato nell' acqua fredda, anche dopo il raffreddamento resta molle ed elastico, sicchè per molti caratteri differisce dal solfo comune. I molti esempii che all' uopo potrebbonsi addurre, contestano abbastanza che i cambiamenti di temperatura possono indurre nello stato molecolare dei corpi durevoli alterazioni, e render molto variabili le proprietà che ne dipendono. Vi sono quindi molte sostanze, che quantunque chimicamente identiche, si possono offrire con caratteri differentissimi. Questa particolare condizione di alcuni corpi dicesi *isomeria*.

92. L' isomeria dei corpi semplici è degna specialmente di attenzione. Se per la diversa struttura molecolare corpi naturalmente identici mostrano forme e proprietà tanto diverse; l' isomeria dei corpi semplici più complicata dev' essere di quello che comunemente credesi. Non è il solfo il solo de'corpi semplici isomerici; il carbonio ed il fosforo si presentano ancora variamente modificati. Il diamante, il carbone ordinario sono altrettanti stati isomerici del carbonio, notabilissimi per l'antagonismo delle loro proprietà. Richiamando recentemente Berzelius l' attenzione dei chimici sull' isomeria de' corpi semplici col denominarla *allotropia*, ha provato di esser questa un fenomeno molto più comune di

quello che prima credevasi; talchè quasi ogni corpo semplice ha due e spesso tre stati allotropici diversi, che differiscono per molte intrinseche proprietà.

93. L'isomeria de' corpi semplici tende naturalmente a far ricercare, se questi, od alcuni di essi si possano riguardare come tante modificazioni isomeriche della stessa materia, prodotte nelle condizioni in cui trovossi un tempo il nostro pianeta. Questa ricerca nulla avrebbe di ripugnante; poichè se coi nostri mezzi attuali possiamo indurre nei corpi notabilissime alterazioni, è probabile che nelle circostanze, in cui le operò natura, sieno state di gran lunga più profonde e durevoli. Non manca la Chimica di fatti che sostengano questa congettura, e che non si possono riguardare come eventuali. Pur nondimeno sino a che non si giunga con diretti esperimenti a trasmutare i corpi gli uni negli altri, queste speculazioni non avranno altro valore, che quello di aver indicato una meta, a cui forse un dì giungerà la scienza.

ARTICOLO II.

DEI DIVERSI STATI DE' CORPI.

94. Prendendo in considerazione i diversi stati in cui naturalmente si presentano i corpi, bentosto rileviamo i seguenti fatti. Costando alcuni di essi di molecole unite dalla forza di coesione o da quella di affinità, più o meno energiche, costituiscono delle masse che presentano ogni sorta di forma, ritenendo quella che han sortito

dalla natura, finchè un'estranea cagione non v'induca un cambiamento: sono questi i *corpi solidi*. Risultando altri da un assieme di parti quasi indipendenti fra loro, e prive di tendenza ad avvicinarsi od allontanarsi scambievolmente, lo spazio che essi occupano è costantemente determinato dalle circostanze in cui si trovano, dalle forme de' corpi solidi che li contengono e da qualunque minima forza in azione: son dessi i *liquidi*. Componendosi infine altri di molecole che sembrano essere fra loro in continua ripulsione, perchè si allontanano scambievolmente il più possibile, e per non farle penetrare in ogni minimo spazio non occupato da solidi o liquidi debbono essere rattenute da una forza naturale od artificiale: sono essi chiamati *fluidi* o *gas*. S'ignorano le forme che questi ultimi corpi assumono nello spazio; tutto però induce a credere ch'essi vi esistano in riposo, finchè delle circostanze estranee non ne determinino il movimento e l'azione.

95. Può dunque riguardarsi ogni corpo come un composto di parti sottoposte in pari tempo al potere di due forze opposte, a quella cioè dell'attrazione che tende a riunirle, ed all'altra di ripulsione tendente a disgregarle. La causa ripellente è il calorico, che colla sua forza espansiva costantemente contraria l' esercizio della potenza attrattiva (1). Quando la forza di attrazione pre-

(1) Della natura, delle proprietà, e degli effetti del calorico si parlerà nella seconda parte di quest' opera. Per ora basta sapere d'esser desso un fluido sottilissimo, invisibile ed imponderabile, esistente in ogni corpo, e costantemente tendente ad allontanarne le molecole, e che agendo su di noi ci procura quella particolare sensazione, che *calore* volgarmente appellasi.

vale a quella di ripulsione, il corpo è nello stato solido; ma se l'energìa del principio ripulsivo si aumenta in modo da equilibrare quella della forza attrattiva, le molecole del corpo non potendo ubbidire nè all'una nè all'altra potenza, restano fra loro indipendenti, ed il corpo passa allora allo stato liquido; se poi crescendo tuttavia l'intensità della forza ripellente, prevale a quella della potenza attrattiva, le particelle si allontanano a segno da rendere insensibili le loro scambievoli attrazioni, ed il corpo si riduce nello stato *fluido*. Se al contrario in un corpo già reso fluido s'indebolisca il principio ripellente, che ne allontanava le parti, in modo da equilibrare la forza d'attrazione, il corpo ritorna nello stato liquido, e se maggiormente diminuendosi la forza ripulsiva l'attrattiva vi prevalga, il corpo si consolida. Ben dunque s'intende che dalla diversa attività delle due forze opposte, di attrazione cioè, e di ripulsione, deriva il triplice stato in cui i corpi possono naturalmente esistere.

ARTICOLO III.

MODIFICAZIONI DELLA SOLIDITA'.

96. Se la forza di attrazione non fosse contrariata nelle sue funzioni da quella di ripulsione, le molecole della materia soggette alla sola condizione di mettersi fra loro quasi in contatto non comporrebbero che de'solidi uniformi. Ma subendo esse tutte le modificazioni loro impresse dalla forza distraente (che per altro se non può sempre operare un cambiamento di stato, è at-

ta però ad indebolire la forza attrattiva); e non essendo sempre situate le une riguardo alle altre in modo da potersi tener unite con tutta l'intensità di questa forza; la composizione dei corpi solidi non può essere la stessa, e dee necessariamente avere delle modificazioni: sono queste ordinariamente conosciute sotto i nomi di *durezza*, di *tenerezza*, di *fragilità*, di *tenacità*, di *malleabilità*, di *duttilità*, di *compressibilità*, di *mollezza*, di *elasticità* e di *dilatabilità*.

97. La *durezza* infatti, ossia la resistenza, che un corpo solido oppone alla separazione delle sue parti, non dipende che dalla forza di coesione, dalla disposizione e dalla forma delle molecole che lo compongono. È dessa tanta maggiore quanto più grande è la resistenza di un corpo all'attrito di un altro. I lavoratori di pietre dure giudicano della durezza di una di esse dalla difficoltà di levigarla per mezzo della ruota. Le pietre sono generalmente tanto più dure quanto più la loro grana è fina e la loro tessitura è compatta; e sembra determinato che le resistenze opposte alla rottura dalle pietre della stessa composizione siano fra loro come i cubi delle rispettive densità. Si riconosce il diamante pel corpo il più duro, essendo le sue faccette l'opera dello stesso diamante impiegato sodo o polverizzato a tagliarlo e levigarlo.

98. L'attrito misura in preferenza della percossa la durezza de' solidi, non essendo sempre la resistenza da essi opposta un indizio di quella ch' essi oppongono alla seconda. Il vetro infatti benchè più duro del legno cede più facilmente di questo alla percossa; e lo stesso diamante a differenza di altri corpi, che non cedono alla percossa, si divide per effetto di questa forza. La

proprietà, che taluni solidi hanno di facilmente rompersi colla percossa, dicesi *fragilità*, che non si vuol perciò confondere colla *tenerezza*, solo contraria alla durezza. Non vi è forse solido, in cui la durezza e la fragilità siano fra loro in maggior contrasto, quanto una pietra verdastra, trasparente, e molto laminosa, che si trova nel Perù, chiamata Euclasia. Dopo di aver essa ceduto con moltissima difficoltà agli sforzi fatti per levigarla, si divide con gran meraviglia in ischeggie ad una lievissima pressione. Benchè non vi sia alcun metallo durissimo, pure la durezza metallica può ad arte aumentarsi. Convertendosi il ferro in acciaio, si formano degli istrumenti che intaccano i corpi più duri; e fondendosi insieme stagno e rame, si ha una lega atta a fare strumenti molto taglienti.

99. La *tenacità*, ossia la resistenza che i solidi oppongono alla rottura, è anch' essa un effetto della coesione delle loro molecole, come lo provano specialmente quelli di una certa lunghezza. Muschembroeck ha dimostrato che in solidi eguali questa forza è in ragion diretta de' quadrati della loro rispettiva grossezza e larghezza, e nell'inversa di quei della lunghezza (1). Un filo di lino, per esempio, grosso quanto un crine di cavallo e lungo un piede reggendo libbre $3\frac{1}{2}$ circa; 7000 di questi fili della grossezza di un pollice reggono libbre $7000 \times 3\frac{1}{2}$, ed una fune grossa 5 pollici regge libbre $7000 \times 3\frac{1}{2} \times 5^2 = 612500$, onde può resistere al furore delle procelle, potendo una

(1) *Experim. Phys. Introd. ad cohaer. corpor. firmor.* cap. 2. prop. VIII.

nave da guerra portare il peso di 260000 libbre (1).

100. Alcune sperienze istituite dello stesso Fisico Olandese sulla tenacità de' fili metallici diedero i seguenti risultati:

Grossezza de' fili		Rame	Oro	Argento legato con rame	Ferro	Ottone	Stagno	Piombo
di 1 linea	si rompe con libbre	300	500	380	450	360	50	30
3/4		200	350	270	310	260	36	20
1/2		130	240	180	230	180	24	13
1/4		80	150	110	130	112	13	8

(1) Pesando il detto filo 2 grana, potrebbe conoscersi la lunghezza di un simile filo, purchè si rompesse da sè per effetto del proprio peso, per mezzo di questa proporzione: grana 2: 1P :: libbre 3 1/2 = grana 24192: x = 12096 piedi. Così scoprì Galilei che un filo di ottone per rompersi da se dovrebbe esser lungo 4801 braccia. Con questo mezzo i PP. Leseur, Jacquier, Boscovich, e Poleni determinarono la forza delle due catene, con cui nel 1742 fasciar doveasi la cupola della chiesa di S. Pietro in Roma, e stabilirono all' uopo il teorema, che *la forza o il peso*, *con cui una catena circolare omogenea ed uniformemente grossa può essere dilatata e stirata fino al punto di rompersi*, *è alla forza od al peso ch' essa sosterrebbe verticalmente se fosse distesa in verga dritta*, *come la circonferenza della catena al suo raggio*. Per le catene di ferro in generale vale il principio, che debbono essere di tante libbre per braccio quante braccia conta la loro lunghezza. Supposta dunque una catena di ferro ben compatta e lunga 12 braccia, ognuno di questi pesar deve 12 libbre, esclusi i paletti, le biotte e tutt' altro.

101. Mostra questa tavola che essendo fra loro per grossezza i quattro fili metallici nella ragione di 4, 3, 2, 1; le resistenze sono quasi nella stessa ragione, onde per raddoppiare la resistenza di uno di essi basta raddoppiarne la grossezza. Risulta però da più recenti osservazioni, che i seguenti fili metallici del diametro di due millimetri possono sostenere prima di rompersi:

Il ferro da 279 a	196,0 Kilogrammi
Il rame da 175 a	137,0
Il platino	124,7
L'argento	68,2
L'oro	85,0
Lo stagno	24,2
Lo zinco	12,7
Il piombo	9,7

102. Da varie sperienze Hassenfratz ha raccolto che i seguenti pezzi di legno di cinque metri di lunghezza e di un decimetro di larghezza, poggiati orizzontalmente pei loro estremi, hanno sostenuto i seguenti pesi:

Il pruno	1447 Kilogrammi
L'olmo	1077
Il tasso	1037
Il faggio	1032
La quercia	1026
Il nocciolo	1008
Il pomo	976
Il castagno	957

L'abete	918
La noce	900
Il pero	883
La betula	853
Il salice	850
Il tiglio	750
Il pioppo italiano	586

103. La tenacità dello stesso legno varia secondo la parte dell'albero da cui è stato reciso, e secondo il luogo in cui si è questo coltivato. Può dirsi intanto che di due travi della medesima lunghezza, una grossa e larga 12 pollici, e l'altra grossa 14, la seconda è più tenace della prima, perchè più grossa, quantunque meno larga (1); onde la resistenza de' legni a differenza di quella de' fili metallici è in ragion duplicata della grossezza.

104. Una modificazione della coesione è la *malleabilità*, cioè quella proprietà di alcuni solidi e specialmente de'metalli, di ridursi in lamine colla pressione, colla percossa, e per mezzo del laminatojo; ed alla tenacità si riferisce la *duttilità*, la proprietà, cioè, di alcuni solidi di ridursi in fili mediante la trafila. In ambi i casi le molecole strisciano le une sulle altre in modo che i punti di contatto, benchè rimossi dal loro posto, restano sempre tanto vicini da poter fra loro aderire. Benchè alcuni solidi siano duttili e malleabili a caldo ed a freddo, come i metalli, pure queste proprietà si

(1) Perciò la tenacità della prima trave è a quella della seconda, come $12^2 \times 12 : 14^2 \times 10$, ossia :: 1728 : 1960.

aumentano col riscaldamento; così il ferro si lavora più facilmente quando è rovente che quando è freddo; altri però le hanno solo a caldo, mentre a freddo sono fragili, come il vetro e la pece; altri infine, come l'argilla, possono distendersi per l'interposizione di un liquido fra le loro molecole.

105. La riduzione de' solidi in laminette oltremodo sottili è un effetto della duttilità e della densità. L'ordine de' metalli secondo la gradazione delle antecedenti proprietà è il seguente:

Facilita' di essere

Esteso	*Ridotto in fili*	*Ridotto in laminette*
Piombo	Platino	Oro
Stagno	Argento	Argento
Oro	Ferro	Rame
Zinco	Rame	Stagno
Argento	Oro	Piombo
Rame	Zinco	Zinco
Platino	Stagno	Platino
Ferro	Piombo	Ferro

106. Risultando dal fin qui detto che le particelle de' corpi per l'azione di forze esterne possono sdruc-

ciolare le une sulle altre e prendere una disposizione diversa dalla naturale senza cessare di mantenersi congiunte (§. 104), e che questo cambiamento di disposizione è di tanto maggiore di quanto la loro coesione è minore e la porosità è maggiore (§. 44); ha luogo la *compressibilità*, cioè la proprietà di alcuni solidi di esser ridotti ad un minor volume apparente. Non s'ignora infatti che i tessuti molto porosi sono molto compressibili; che la spugna può ridursi ad un terzo, ad un quarto ed anche ad un decimo del suo volume apparente; che la carta, le stoffe, il legno e tutti i tessuti che possono inzupparsi di liquidi sono riducibili ad un minor volume, e perdono per la compressione i liquidi che contenevano; i metalli possono essere compressi e rendersi più compatti colla percossa; le monete e le medaglie ricevono le loro impronte da un bilanciere che le percuote di un sol colpo; e questa compressione è sì forte che il metallo si modella al pari della cera, riceve tutti i tratti più delicati incisi nel conio, e resta col volume sensibilmente diminuito.

107. Tutti i solidi compressi, che ritengono la nuova conformazione presa per l'azione della forza comprimente, diconsi *molli*. Una lamina di piombo conserva la piega ricevuta ancorchè cessi di agire la causa che l'ha piegata. Questa proprietà può considerarsi come un alto grado di duttilità, e l'argilla inumidita ce ne porge una pruova ben convincente.

108. Quei solidi poi, i quali dopo di aver sofferto un'alterazione di forma e di volume per l'azione di una forza comprimente, riprendono lo stato primiero appena cessa di agire la causa che lo avea cambiato,

diconsi *elastici*, ed *elasticità* od *elaterio* si appella questa proprietà. Una lamina di acciaio curvata si raddrizza appena ch'è lasciata a se stessa. L'arco del tornitore, le molle degli oriuoli e delle carrozze dopo di essersi piegate si ristabiliscono. Le corde degli strumenti sonori quando si toccano, i virgulti e il vetro filato quando si piegano, mostrano lo stesso fenomeno. Una palla di avorio, che si lascia cadere su di un piano di marmo coperto di fuligine rimbalza risalendo fino al punto da cui è caduta, e senza mostrare alcun segno di compressione ritiene nel punto dell'urto una macchietta nera e rotonda tanto più estesa per quanto questo è stato maggiore, e riprende dopo dell'urto la sua primiera rotondità. Questi ultimi due fenomeni, che la palla presenta, provano evidentemente al pari del primo la sua elasticità; poichè non potendo essa come sferica toccare il piano che in un solo punto, il cerchietto nero dimostra che la palla per effetto dell'urto si è schiacciata sul marmo in più punti, i quali si sono poi ristabiliti nello stato primiero (1).

109. Vi sono due specie di elasticità, una, cioè, di *compressione*, ed un'altra di *distensione*. Quella ravvicina le parti come si verifica nella palla che risalta, e questa le allontana come avviene nelle corde sonore che si strappano. Per la prima i solidi si riflettono e

(1) Beudant attribuisce in gran parte l'impronta ricevuta dalla palla all'azione dell'aria respinta dalla sfera nell'atto della percossa (*Essai d'un Cours des sciences Physiques*, p. 614). Benchè questa opinione sia priva di fondamento, pure volendosi ammettere, resta indubitato che l'impronta suddetta deriva in gran parte dalla compressione della sfera.

rimbalzano, e per la seconda si distendono o s' inflettono; ma in ambi i casi ritornano essi nello stato primiero dopo un lungo dondolare, ossia dopo una serie di oscillazioni proporzionale alla violenza con cui sono stati distratti.

110. Una compressione per lungo tempo protratta indebolisce nella maggior parte de' solidi l' elasticità, che da altri al contrario si acquista con arte. Così un arco lungamente teso ritiene in fine un poco della curvatura acquistata colla tensione equivalente alla compressione. I crini, le piume, la lana perdono in fine la loro elasticità pel continuo uso che se ne fa; possono però riacquistarla togliendosi dallo stato di compressione. Si aumenta l' elasticità de' metalli battendoli a freddo o combinandoli con altri metalli, o temprandoli. Le leghe sono infatti più dure, più rigide e più elastiche dei semplici metalli che le compongono, e l' acciaio rovente immerso tutto ad un tratto nell'acqua freddissima diviene più elastico, e si rende più atto ai diversi usi a cui è destinato. L' elasticità è mediocre fra i minerali, come quella dell' acciaio temperato e de' metalli battuti a freddo e posti in lega, e fra le sostanze animali, come quella delle cartilagini, delle piume, de' peli, de' crini, della lana, delle ossa di balene ec.; ed è nulla nel sevo, nel burro ed in altri simili corpi chiamati perciò *molli*, ossia non elastici.

111. L' elasticità è quindi una proprietà variabile, e come non vi sono corpi perfettamente duri, così non ve ne sono perfettamente elastici o molli. È perfetta l' elasticità quando il corpo si rende al suo stato primiero nel tempo e coll' energia eguale a quella con cui ha perduto.

112. Essendosi osservato, che nella tensione di un arco o di qualunque altro corpo elastico le molecole della parte convessa scambievolmente si allontanano, e quelle della parte concava si ravvicinano; che nel momento in cui la palla d'avorio percuote il piano di marmo le parti di essa più prossime al contatto sono respinte verso il centro, mentre un moto contrario investe le parti più lontane, ond'essa prende una forma schiacciata nella direzione verticale ed allungata nella orizzontale; che dopo l'urto la parte schiacciata si allunga di nuovo e la parte allungata nuovamente si schiaccia; e che questi due opposti cambiamenti di forma si succedono in progressione sempre decrescente finchè la palla non torna al pristino suo stato; per dar ragione di questo ristabilimento di parti lo hanno alcuni ripetuto dalla resistenza di una materia sottile sparsa fra le molecole de' corpi; altri, come Newton, dall'azione del calorico; ed altri infine con maggior sensatezza dall'attrazione molecolare. Mantenendo infatti questa unite le parti de'corpi ed agendo fra esse ad una certa distanza; qualora distratte queste da una forza estranea sono fra loro rimosse per uno spazio minore di quello della sfera attrattiva, per effetto della forza coesiva si riattraggono e ripigliano la loro primiera situazione.

113. Le molecole de' corpi solidi non solo si ravvicianano per la compressione (§. 106), ma si allontanano anche quando sono dal calorico investite (§. 95), onde di questo private ritornano alla loro primitiva posizione. Quest'altra proprietà de'solidi è ordinariamente indicata col nome di *dilatabilità*. Si prova dessa

col seguente sperimento. Siavi una verga di ferro AB (Tav. 1 fig. 14) capace di passare esattamente attraverso dell' anello metallico C. Riscaldata, più non passa attraverso di questo, perchè si è allungata; ma vi passerà quando si sarà raffreddata.

114. Dilatandosi i solidi col riscaldamento e restringendosi col raffreddamento, nel primo caso la loro porosità si aumenta nello stesso rapporto con cui decresce la densità, e nel secondo caso la porosità si diminuisce a misura che questa si aumenta (§. 44).

115. Di tutte le esposte proprietà dei solidi, tre sono da essi divise coi liquidi e coi fluidi, cioè la compressibilità, l' elasticità e la dilatabilità. Opponendo generalmente i liquidi una viva resistenza alla forza comprimente, furono riguardati dagli antichi come incompressibili. Ma dopo di aver ceduto all' azione degli strettoi maneggiati da Zimmerman, da Canton, da Perckins, da Oersted e da altri, sono stati dichiarati anch' essi compressibili, benchè molto meno dei solidi. L' acqua infatti premuta colla più energica potenza in un cannone metallico di tre pollici di spesszza lo fa scoppiare prima di essersi scemato il suo volume di $^{19}/_{20}$ (1).

116. I gas sono anch' essi compressibili. L' aria infatti si può comprimere per mezzo di uno stantuffo in una bottiglia di cristallo, o meglio in un tubo metalli-

(1) L' acqua si comprime di $^{48}/_{1000000}$ per ogni atmosfera, e non si rompe un cilindro di bronzo di tre pollici di spessezza che per mezzo di una pressione eguale a quella di mille atmosfere.

co, in modo che molta quantità se ne può racchiudere in un piccolo spazio.

117. L'elasticità de' liquidi è cotanto debole che non la mostrano che colla trasmissione del suono, e collo sghizzare e risaltare su loro stessi e su i corpi duri. I corpi gassosi al contrario possono riguardarsi come perfettamente elastici, onde chiamansi *fluidi elastici*. L'aria infatti compressa in un vase lo romperebbe se questo non fosse oltremodo resistente; ed appena cessata l'azione della forza comprimente riprende immantinenti il suo primiero volume (1).

118. Si prova la dilatabilità dei liquidi e de' fluidi coi seguenti rispettivi esperimenti. Immergendo nell'acqua calda, o nella neve un tubo di vetro A (Tav. 1 fig. 15) di picciolo calibro, aperto al di sopra, terminato al di sotto da una sfera, e ripieno sino alla metà *m* di mercurio o di acqua; nel primo caso si dilata appena che sente l'azione del calorico, e monta nel tubo al di sopra di *m* in ragione del riscaldamento, e nel secondo caso si deprime al di sotto del suo livello naturale *m*. Introdotto con cautela un poco di liquido colorato C nel tubo A simile al precedente (Tav. 1 fig. 16), ma più lungo di esso, e ripieno di aria sino a che sia giunto alla metà; se quando il liquido è in riposo si tocchi colla mano la sfera B, all'istante dilatata l'aria spingerà in alto il liquido, il quale, ritirandosi la mano, a poco a poco ricade, e ritorna in fine al suo luogo primiero.

(1) Gli esprimenti comprovanti la compressibilità e l'elasticità de' fluidi aeriformi saranno ampiamente descritti nella seconda parte di quest'opera.

119. Tutti i corpi adunque dilatansi per l' azione calorifica, e si restringono pel freddo. E variando in ogni istante del giorno e della notte il calore atmosferico sì per l' azione del sole che per quella di molte altre cagioni, tutti i corpi terrestri debbono risentire l' influenza di queste variazioni. Non possono quindi aver essi stabili dimensioni, come noi crediamo, avvicinandosi ed allontanandosi le loro parti secondo le alternative del caldo e del freddo; e possiamo con sicurezza conchiudere che la materia, la quale ci sembra essere in perfetta quiete, è in perpetuo movimento in tutta l' estensione della massa de' corpi sì al di fuori che al di dentro, subendo l' azione di cagioni incessantemente operose, che fanno lor sempre provare un cambiamento di densità.

LIBRO TERZO

DELLE FORZE COMUNICATE ALLA MATERIA, E DE' LORO PRINCIPALI EFFETTI.

CAPITOLO I.

DEL MOTO, DELLA QUIETE, DELLO SPAZIO, DEL TEMPO, E DELLA VELOCITA'.

120. Il *moto*, che ci ha rivelato l'esistenza e l'estensione de' corpi (§§. 9 e 11), che produce in essi i principali cambiamenti, e che mettendoli insieme colla terra in rapporto cogli altri pianeti del nostro sistema cagiona l' ordine fisico del mondo, è un fenomeno per quanto evidente, altrettanto generale, ad onta degli ingegnosi sofismi inventati da Diodoro Chrono e da Zenone per negarne la possibilità. Non è desso che il passaggio successivo di un corpo da un luogo ad un altro, ossia, da una parte dello spazio da esso occupata ad un'altra, eseguito in un dato tempo. Il suo contrario, ossia la permanenza di un corpo nello stesso luogo dicesi *quiete*.

121. Due sono dunque gli elementi essenziali del moto, l' estensione scorsa dal mobile chiamata *spazio* (§. 14), ed il *tempo* impiegato a scorrerla.

122. Non essendo lo spazio che una lunghezza, o distanza che passa tra i due luoghi successivamente occupati dal mobile può rappresentarsi da una linea, la quale secondocchè è retta o curva ci dà l' idea del moto *rettilineo* o *curvilinco*; e potendo considerarsi di-

visa in parti eguali, si rende commensurabile per mezzo di una di esse presa per *unità di misura*, ed espressa col nome di palmo, di piede, di metro ec. secondo i diversi costumi delle nazioni.

123. Non è il tempo che una durata misurata ; e la durata la continuazione dell' esistenza, e quindi una successione di sensazioni. Si acquista l' idea della propria durata, quando sentendosi un' impressione si può giudicare di averla già un' altra volta sentito, e quindi conoscere che ora si esiste, che allora si esisteva, e che per conseguenza nell' intervallo si ha continuato ad esistere. Si acquista l' idea dell' altrui durata, quando vedendo una cosa da se diversa si è sicuro di esser questa la stessa di quella altra volta veduta. Non essendo questa successione d' impressioni nè uniforme, nè invariabile; e non potendosi d' altronde fissare i limiti della durata di ciascuna di esse, non possiamo avere l' idea del tempo, che per mezzo del moto. Benchè sia questo, al pari della durata, fuggevole e poco capace di divisioni fisse e permanenti, e si misuri per se stesso; può nondimeno servir di mezzo per valutare la durata, operandosi sull' estensione, e da questa rappresentandosi. Diciamo infatti di esser passato un giorno, un' ora, un minuto, perchè il sole, o l' indice d' un oriuolo, o la verga d' un pendolo hanno scorso un certo spazio ; perchè l' acqua d' una clessidra, la sabbia d' un orologio hanno lasciato vuota una certa parte di estensione. Così per mezzo del *moto* le parti della *durata* si manifestano da quelle dell' *estensione*, e con ciò partecipano del vantaggio di queste ultime,

cioè di poter essere divise e misurate nella maniera più rigorosa ed invariabile.

124. Un moto operato rende sensibile la quantità di durata scorsa, e sempre una estensione scorsa prova il moto operato; ma perchè l' *estensione* sia la misura fissa della *durata*, la stessa quantità di estensione scorsa dovrebbe corrispondere sempre esattamente alla stessa quantità di durata scorsa, e perciò nella misura di questa si dovrebbe aver riguardo ad un moto che sia sempre lo stesso.

125. Nella misura della durata il giorno è l' unità; tutti i periodi più lunghi sono tanti moltiplici di questa, tutti i più brevi ne sono tante frazioni. Tutti questi periodi e queste frazioni sono più o meno arbitrarii. L'anno comprende più o meno giorni, secondocchè si riferisce al moto del sole o della luna; il giorno solo è un tempo che non si può aumentare, nè diminuire, essendo determinato dalla natura delle cose e non dipendendo dalle umane convenzioni. È il giorno quel tempo che scorre fra due levari del sole, è quel tempo, che la terra mette a girare sul proprio asse, e quindi il tempo,in cui un punto dell'equatore scorre tutto il gran cerchio della sfera. Ecco una durata, un moto, ed una estensione, che sono sempre gli stessi, e che sempre esattamente si corrispondono.

126. Si misura il moto di un corpo, se ne valuta l' intensità, o secondo i Fisici se ne determina la velocità, riferendolo ad un moto di conosciuta energia come quello della terra sul proprio asse. Tanto infatti si pratica quando si ottiene la velocità di un moto dividendo lo spazio scorso dal mobile pel tempo impiegato

a scorrerlo; non perchè la *velocità* sia il rapporto dello spazio col tempo, non potendo esservi alcuna relazione fra due cose tanto differenti e quindi tanto fra loro incommensurabili quanto l'estensione e la durata, e non potendo essere questo rapporto l'espressione esatta della misura di una terza cosa totalmente diversa dalle due prime; ma perchè, essendo il tempo della rivoluzione diurna della terra sul suo asse, la comune misura di ogni durata, di cui tutti i tempi possibili non sono che moltiplici o summoltiplici, e rappresentandosi ogni moto dallo spazio percorso dal mobile, il riferire questo al tempo impiegato a scorrerlo non sia che confrontare realmente il moto di un mobile col noto moto di un punto dell'equatore nella diurna rivoluzione della terra.

127. Chi volesse sostenere il contrario mostrerebbe d'ignorare i principii della divisione numerica. Non si può dividere l'una per l'altra due grandezze concrete di specie differenti, ed avere per quoziente una grandezza di terza specie. Una quantità concreta qualunque non si può dividere che per un'altra della stessa specie o per un numero astratto, nel primo caso si ha per quoziente un numero astratto indicante quante volte il divisore contiensi nel dividendo, e nel secondo caso si ha per quoziente un numero concreto della stessa specie del dividendo, il quale è compreso in questo tante volte quante unità sono nel divisore.

128. Esposta la natura e misura del moto e de' suoi elementi, ci resta a far conoscere come dai diversi scambievoli rapporti di questi ultimi risultino diverse specie di moto e di quiete.

129. Dicesi il *moto equabile* od *uniforme* quando in

ogni unità di tempo si scorre una unità di spazio, ossia quando in tempi eguali si scorrono spazii eguali, come, per esempio, una canna per ogni secondo; e *variabile* o *difforme* quando scorronsi spazii eguali in tempi disseguali, od al contrario. Un esempio della prima specie di moto ci si offre in quello dell'indice de'minuti di un oriuolo (supposto esatto), impiegando sempre l' intervallo di un'ora per descrivere l'intero giro del quadrante: il movimento di una nave nell' atto che la forza del vento,che la spingeva, comincia a scemare ci dà un'idea della seconda specie di moto; poichè se nella prima ora avrà scorso lo spazio di 5 miglia, nella seconda non potrà scorrerne che 2 od uno.

130. Questa varietà di movimento può seguire in due modi, impiegandosi cioè maggiore o minor tempo per scorrere la stessa quantità di spazio. Nel primo caso il moto dicesi *ritardato* e nel secondo *accelerato*. E potendo il decremento o l' incremento aver luogo in una maniera uniforme, il moto *uniformemente vario* si distingue in *uniformemente ritardato* ed *uniformemente accelerato*. Così il moto di un corpo che nel primo minuto secondo scorre lo spazio di una canna, nel secondo quello di 3 canne, nel terzo quello di 5, e così di seguito, è uniformemente accelerato, aumentandosi di due canne lo spazio percorso in ogni eguale quantità di tempo. Al contrario il moto di un corpo che nel primo minuto secondo scorra lo spazio di 5 canne , nel secondo quello di 3, nel terzo quello di una, è uniformemente ritardato, diminuendosi di 2 canne lo spazio percorso in ogni eguale quantità di tempo.

131. Potendo però più corpi scorrere costantemente

in pari tempo diverse quantità di spazio, o lo stesso spazio in diversi tempi; possono aver luogo diversi movimenti uniformi. Per distinguerli si ha ricorso alla loro *velocità* rispettiva, cioè alla determinazione del rapporto esistente fra lo spazio scorso da ciascun mobile ed il tempo impiegato a scorrerlo. Quel corpo, che avrà scorso in minor tempo uno spazio maggiore, si dirà più veloce di tutti gli altri.

132. Il moto inoltre si distingue in *assoluto*, e *relativo*, secondocchè si ha riguardo ai diversi punti dello spazio che il mobile occupa, od al loro rapporto con quelli occupati dagli altri corpi. Così un uomo che cammina, dicesi in moto assoluto, pel diverso luogo che occupa in ogni istante, ed in moto relativo per la distanza che man mano cresce o decresce tra il luogo in cui egli si trova, e quelli degli oggetti circostanti.

133. Anche la quiete si distingue in *assoluta* e *relativa*. Potendo due corpi, simultaneamente in moto, conservare l'uno riguardo all'altro le loro rispettive posizioni; pei loro rapporti collo spazio sono realmente in moto assoluto; ma per l'identità de' loro scambievoli rapporti con quelli che avrebbero se essi fossero in riposo, non può dirsi che si muovano. Or questa permanenza delle reciproche relazioni di più corpi in moto assoluto è ciò che dicesi loro *quiete relativa*. Così un uomo seduto in una carrozza tirata da cavalli, benchè sia in riposo riguardo alle parti della carrozza, si muove assolutamente, passando continuamente da una parte all'altra dello spazio. Tal'è ancora il caso dei corpi terrestri fissi al suolo; sono fra loro in riposo, ma girando ogni giorno la terra intorno a se stessa, ne ricevono

un moto di rotazione comune, e sono nel tempo stesso trasportati nella sua orbita intorno al sole, che forse trasporta dal suo canto la terra e tutti gli altri pianeti del nostro sistema verso qualche costellazione. Non esiste dunque che quiete relativa, e per l'assoluta dovrebbero annientarsi gli effetti delle forze che perpetuando la regolarità de' movimenti celesti ne conservano la mirabile armonia.

134. Il moto distinguesi anche in *proprio* e *comune*. Quando un corpo passa da un luogo in un altro da se stesso per una potenza che gli è propria, come un animale che cammina; o per un impulso ricevuto da un altro corpo, come un proiettile, si dice muoversi con moto proprio; se poi è trasportato da un luogo in un altro corpo, come chi viaggia in una nave od in carrozza, si dice muoversi con moto comune. Fra gli altri sperimenti prova il seguente, che i corpi trasportati da altri corpi in moto, partecipano di questo. Un pomo, un sasso, o qualunque altro corpo che si lasci cadere dalla sommità dell' albero di una nave, che rapidissimamente si muova, cade presso la base di esso, al pari di quello che si lascia cadere nell' atto che la nave è perfettamente tranquilla. Il grave dunque fin dal primo istante della sua caduta riceve due moti, il primo dalla gravità che lo fa discendere verticalmente, e l'altro dalla nave, pel quale la segue nel suo tragitto, e cade presso dell'albero mentre questo è altrove trasportato dal moto della nave.

135. In fine muovendosi insieme due mobili, possono entrambi scorrere lo spazio nella stessa direzione o in direzioni contrarie. Se i mobili fossero due esseri intelligenti, niuno di essi avrebbe idea della vera veloci-

tà, non avvertendo nel primo caso che la differenza delle rispettive loro velocità, e nel secondo la somma di entrambe. Perciò la velocità relativa dicesi anche *apparente* per distinguerla dall' assoluta, che *vera* si appella.

136. Supponendo infatti che due amici i quali partano contemporaneamente a cavallo da un luogo per giungere entrambi in un altro, il primo più veloce del secondo scorra in un'ora 5 miglia, e questo 3, dietro il paragone dei moti de' due cavalli il primo cavaliere non si accorgerà d' aver scorso 5 miglia in un'ora, nè il secondo avvertirà di averne scorso 3 nello stesso tempo; ma concepiranno entrambi la differenza delle loro velocità, cioè il primo conoscerà di avere preceduto il secondo e questo di aver indietreggiato di 2 miglia. Quindi la velocità relativa dei corpi che si muovono per la stessa direzione, si concepisce sempre minore della vera.

137. In mancanza poi di questa differenza di velocità i due corpi in moto paragonati fra loro sembrano in riposo. Sono in tal caso due carrozze, due navi, che precedono di fronte colla stessa velocità e nella medesima direzione. Due persone racchiuse in una nave o carrozza che cammina, non guardando gli oggetti esterni si credono in perfetto riposo. E noi stessi mentre siamo trasportati dalla terra con tutti gli oggetti fissati alla sua superficie, non avvertendo il moto terrestre, e non essendovi fra noi, essa e questi alcuna differenza di velocità, crediamo di essere in un riposo assoluto, mentre non è desso che relativo.

138. Al contrario a due uomini che vengono all' incontro l' un dell' altro il primo con 5 gradi di velocità e il secondo con 3, sembra che si muovano entrambi con

8 gradi di velocità. Da ciò s' inferisce che la velocità relativa de' corpi che si muovono per contrarie direzioni, comparisce sempre maggiore della vera. È perciò che passando in carrozza a lato di un' altra che si muova in opposta direzione, ci sembra correr quella velocemente; e che correndo contro il vento, o navigando contro corrente risentiamo la loro forza e velocità molto più intense di quello che realmente sono. Non si può dunque conoscere l'effettiva velocità de'corpi, che quando si è in perfetta quiete.

CAPITOLO II.

DEL MOTO EQUABILE O UNIFORME.

139. Di tutti i diversi moti finora esposti il più semplice è l'uniforme o equabile, variando tutti gli altri a seconda d' incalcolabili circostanze. Ad onta però della sua semplicità non esiste in natura, ma è un' astrazione fatta dai Fisici per esaminare con vantaggio tutto ciò che concerne lo spazio, il tempo, e la velocità del moto de' corpi, prescindendo da tutti gli ostacoli che ad esso si oppongono.

140. Or supponendo primieramente che due uomini camminando entrambi con moto uniforme e con 10 gradi di velocità, scorra il primo 4 miglia ed il secondo 12 per giungere ove son diretti; se il primo con 10 gradi di velocità impiega un'ora per far 4 miglia, il secondo egualmente veloce dovrà impiegarvene 3, essendo lo spazio di 12 miglia triplo di quello di 4. Quindi il tempo del secondo mobile è tanto maggiore di quello del

primo, di quanto lo spazio che dee percorrere il secondo supera quello del primo; ossia il *tempo è nella ragion diretta dello spazio.*

141. Se poi questi due uomini scorrano lo stesso spazio, giungerà prima al designato luogo, ossia v' impiegherà minor tempo quello dei due che sarà più veloce. Il tempo quindi diminuisce di tanto di quanto cresce la velocità del mobile, ossia *il tempo è nella ragion inversa della velocità.*

142. Considerando dunque questi due casi, può dirsi che nel moto uniforme *i tempi sono nella ragion composta dalla diretta degli spazii e dall'inversa delle velocità.*

143. Volendo però due uomini giungere nello stesso tempo in due luoghi diversi, non equidistanti dal punto di partenza, è chiaro che dovrà camminare più celeremente quello che parte dal sito più lontano. La velocità quindi dev' essere tanto più grande quanto è maggiore lo spazio da percorrersi in tempi eguali, ossia *la velocità è nella ragion diretta dello spazio.*

144. Ma se due uomini partendo contemporaneamente dallo stesso punto dovessero giungere in tempi diversi al medesimo luogo, è chiaro che dovrebbe camminare più celeremente quello dei due, pel quale è fissato un tempo minore. Onde diminuendosi il tempo deve crescere la velocità, ossia *la velocità è in ragion inversa del tempo.*

145. E riunendo i due casi può dirsi che nel moto uniforme *le velocità sono nella ragion composta dalla diretta degli spazii e dall' inversa dei tempi.*

146. Supponendo inoltre che due uomini camminino nello stesso tempo, per esempio, in due ore, il primo

con 5 gradi ed il secondo con 15 gradi di velocità, se quello con 5 gradi di velocità scorre in un' ora lo spazio di un miglio, questo dee scorrer nel tempo stesso con tripla velocità uno spazio di 3 miglia. Lo spazio quindi cresce al pari della velocità, ossia *lo spazio è nella ragion diretta della velocità.*

147. Se in fine avendo essi la stessa velocità cammini il primo per 2 ed il secondo per 6 ore; è chiaro che quest' ultimo in un tempo triplo scorrerà uno spazio tre volte maggiore, dovendo entrambi con eguali velocità procedere innanzi egualmente. Lo spazio quindi cresce col tempo, ossia *lo spazio è nella ragion diretta del tempo.*

148. Combinando quindi questi due ultimi casi, ne segue che *gli spazii sono nella ragion composta dalla diretta dei tempi e delle velocità.*

149. Or crescendo la spazio a misura che si aumentano il tempo e la velocità, si determina esso moltiplicandosi queste due ultime grandezze l' una per l' altra. Così supponendo, per esempio, che un corpo con 4 gradi di velocità cammini per 5 ore, esso scorrerà lo spazio di 20 miglia. Ma il prodotto diviso pel moltiplicando dà il moltiplicatore, e diviso per questo dà quello, ed i fattori sono in tal caso il tempo e la velocità. È dunque la velocità eguale allo spazio diviso pel tempo, ed il tempo eguale allo spazio diviso per la velocità.

CAPITOLO III.

DELLE LEGGI DEL MOTO.

150. Producendo il moto i principali fenomeni dei corpi (§. 120), uopo è ricercare com' esso influisca su di questi, come cioè esso avvenga, ossia quali ne siano le leggi.

151. Essendo la materia inerte, cioè per se stessa inattiva, non può cambiare, nè modificare lo stato in cui si trova (§. 45). Un corpo in quiete non può quindi darsi del moto, ed essendo in moto non può mettersi in quiete. Incapace di mettersi in moto o di estinguere il moto ricevuto, può molto meno aumentarne o diminuirne l'intensità, o cambiarne la direzione; il suo moto in conseguenza non può essere che uniforme e rettilineo. È perciò che attesa l'inerzia della materia *ogni corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto uniforme e rettilineo, finchè una cagione estrinseca non venga a turbare questo stato.*

152. Non potendo ogni cambiamento di stato dei corpi ripetersi da essi, devesi attribuire a delle cause a loro estranee. Son desse quelle, che quantunque di natura a noi ignota, *forze motrici* sono ordinariamente denominate. Ma ogni effetto è proporzionale alla sua causa, ed ogni forza agisce secondo una direzione, che non può cambiarsi dal corpo che ne riceve l'azione. Dunque *qualunque movimento, o cambiamento di moto è sempre proporzionale alla forza che lo produce, e si fa secondo la direzione, in cui questa forza agisce.*

153. Un corpo non può esser mosso che da una forza. Dunque quando un corpo in moto agendo su di un altro lo muove, quest' azione non è che una comunicazione di forza motrice fatta in tutto o in parte dal primo al secondo. Ma la forza comunicata si perde dal corpo agente e si acquista dal paziente. Il moto dunque prodotto in questo non può che eguagliare il moto estinto o diminuito in quello dopo dell'urto. Ma il moto eccitato nel corpo urtato dalla forza in esso trasfusa dall' urtante *reazione* generalmente appellasi. Dunque all' *azione è sempre eguale e contraria la reazione* (1).

CAPITOLO IV.

DELLE FORZE MOTRICI, E DELLA QUANTITA' DI MOTO.

154. Poichè le forze motrici non solo mettono in moto i corpi che erano in quiete, ma alterano anche questo moto; può in un senso più esteso chiamarsi *forza* tutto ciò che può cambiare o modificare lo stato dei corpi. Prende essa varie denominazioni secondo i diversi modi di sua azione. Se la forza agisce sul corpo in un istante e poi lo abbandona, come fa quella della polvere accesa sulla palla, o quella della palla in moto su di un' altra in quiete, dicesi *istantanea*, *impellente* o *di projezione*; se poi tende ad imprimervi una velocità infinitamente piccola, che dopo qualche tempo per la sua continuazione diventa finita, dicesi *continua*. Tal' è

(1) Pel maggior sviluppo di questa terza legge del moto si consulti il §. 47 della cennata nostra *Memoria sull' Inerzia*.

la forza di gravità, che agendo per gradi infinitamente piccoli sn di una palla lanciata all' insù l' obbliga dopo poco tempo a discendere. Si distingue questa in *costante* o *di pressione*, ed in *variabile*, secondocchè agisce sempre sul mobile colla stessa o con diversa intensità. Chiamansi anche le forze *omogenee* ed *eterogenee*, secondocchè sono della stessa o di diversa specie; così due o più forze istantanee diconsi omogenee, ed una forza istantanea ed un'altra continua diconsi eterogenee.

155. Il moto di un corpo investito dalla forza motrice può incontrare degli ostacoli. Se questi non possono essere superati dal corpo in moto, se sono cioè invincibili, non può questo che premere su di essi. Nel primo caso la forza si rende manifesta dal moto del corpo; nel secondo benchè la forza sollecitandolo cccili in esso ad ogni istante una velocità infinitesimale, che può dirsi perciò elementare, pur nondimeno non produce alcun effetto per la natura degli ostacoli che le si oppongono. Ha quindi luogo l'ultima distinzione della forza in *efficace* ed *inefficace*, impropriamente espressa da Leibnitz colla denominazione di *forza viva e morta*. Dicesi *efficace* la cagione dell' attuale moto di un corpo, ed *inefficace* quella che tende a produrre il suo effetto, ma impedita da un ostacolo invincibile si converte in semplice pressione. Son forze della prima specie quella con cui si muove un grave lanciato contro la direzione della gravità; quella per la qnale un grave cadendo su di un corpo molle vi scava una fossa; e l'altra con cui un animale solleva de' gravi. Forza della seconda specie è la gravità d'una lumiera sospesa alla soffitta di una galleria fino a che non si recida il cordone, che si op-

pone alla sua caduta, poichè seguendo questa per la recisione di quello diviene forza della prima specie.

156. Dicesi *punto di applicazione* di una forza quel punto pel quale s' intende questa trasfusa dal corpo agente nel paziente; e *direzione* della stessa la retta che tende a far descrivere ad un corpo eccitandolo al movimento.

157. Ignorando noi la natura delle forze motrici, altra ricerca non possiamo su di esse istituire che quella de' loro effetti, e delle leggi secondo cui agiscono per valutarne poi l' intensità. Or sulla determinazione di questa i Fisici non sono stati d'accordo. Considerando i Leibniziani la forza efficace come proporzionale all' effetto prodotto in un dato tempo, ne trovavano la intensità eguale alla massa del corpo in moto moltiplicata pel quadrato della velocità; e considerando i Cartesiani l' intensità della cennata forza eguale all' effetto diviso pel tempo, la calcolavano come eguale al prodotto della massa moltiplicata per la semplice velocità. Noi non tenendo dietro ad alcun sistema (vedi i prelim.) determineremo l' intensità delle forze motrici efficaci mettendo a calcolo gli elementi del moto, lo spazio cioè ed il tempo, o più brevemente la velocità.

158. Una palla scagliata per l'urto di una molla dalla poppa alla prua di una nave con tal impeto da scorrere dieci piedi in un secondo, percorre in questo tempo tale spazio, sia che la nave stia in quiete, sia che si muova. Nel primo caso agisce sulla palla la sola forza di proiezione della molla, che le fa scorrere 10 piedi in un secondo. Nell'altro caso la palla rimasta nel punto di proiezione non sarebbe affetta che dalla forza la quale

in un dato istante fa muovere uniformemente la nave, e trasportata da questa con moto comune (§. 134) scorrerebbe in un secondo lo spazio da questa descritto, quello per esempio di sei piedi; ma lanciata dalla molla è contemporaneamente affetta da due forze istantanee, che la muovono per la stessa direzione, da quella cioè della molla e dall' altra della nave, e scorre quindi in un secondo uno spazio eguale alla somma di quelli che per la separata azione di ciascuna forza avrebbe scorso in detto tempo. Crescendo dunque le forze agenti sul mobile, si aumentano in proporzione gli spazii da esso scorsi in un secondo. Sono perciò le forze proporzionali agli spazii scorsi dal mobile in un dato tempo; ma in tempi eguali gli spazii sono come le velocità (§. 146); dunque *le forze motrici sono proporzionali alle semplici velocità.*

159. Considerandosi però l' azione della forza motrice sull' insieme di più punti materiali, ossia sulla massa di un corpo, per determinarne l' intensità, dee tenersi conto anche di questa. Infatti se ogni punto della stessa non fosse dotato della medesima velocità con cui il corpo si muove, una parte di questo si muoverebbe più ed un' altra men celeremente; il che non avviene, nè può avvenire. Comunicandosi quindi dalla forza ad ogni punto materiale di un corpo la stessa velocità, ogni corpo in moto ha una somma di velocità parziali eguale a quella delle sue parti, ossia alla sua quantità di materia. Ma le velocità sono l' espressioni delle forze motrici (§. 158); dunque *le forze motrici sono proporzionali alle masse.*

160. Essendo quindi la forza motrice di un corpo

qualunque proporzionale alla sua velocità ed alla sua massa, la sua intensità eguaglia il prodotto della prima di queste due quantità moltiplicata per la seconda. Ma questo prodotto dicesi *quantità di moto, o momento*: dunque *l'intensità della forza motrice è eguale alla quantità di moto, e questa al prodotto della massa moltiplicata per la velocità.*

161. Poichè la quantità di moto è il prodotto della massa di un corpo moltiplicata per la sua velocità; dividendosi il momento per la velocità si ottiene la massa, e dividendosi per questa si ottiene la velocità. Esprimendosi quindi la massa di un corpo in moto con 3 e la sua velocità con 6, il suo momento sarà espresso da 18, il quale diviso per la massa darà nel quoziente 6 la velocità, e diviso per la velocità, darà nel quoziente 3 la massa. Ma un prodotto si altera variando uno de' fattori. Cangiando quindi la massa o la celerità di un corpo in moto, la quantità di questo moto non può non alterarsi. Dessa dunque cresce e decresce tanto se si aumenta o si diminuisce la massa del corpo in moto ritenendo sempre la stessa velocità, quanto se si aumenta o si diminuisce questa conservando la stessa massa.

162. L'applicazione di questa verità a varii casi possibili è feconda di importanti risultati. Supponendo infatti dapprima che due corpi A e B del peso ognuno di 4 libbre abbiano il primo la velocità = 3, ed il secondo la velocità = 6; il momento di A sarà espresso da 12, e quello di B da 24. Ma 24: 12 :: 6: 3, ossia i momenti sono fra loro come le velocità; dunque *le quantità di moto sono come le velocità quando le masse sono eguali.*

163. Supponendo poi i due corpi egualmente veloci al grado espresso da 6, ma diseguali in masse, talchè la massa del primo sia espressa da 2, e quella del secondo da 4, il momento del primo sarà a quello del secondo come 2: 4. Quindi *a velocità eguali sono le quantità di moto come le masse.*

164. Se i due corpi fossero diseguali in massa ed in velocità; ossia se la massa di A fosse = 5 e la velocità = 3, e la massa di B fosse = 6 e la velocità = 2; il momento del primo sarebbe espresso da 15 = 5×3, e quello del secondo da 12=6×2; e quindi sarebbero fra loro i momenti :: 15 : 12. D'onde s'inferisce che *le quantità di moto di due corpi sono fra loro in ragion composta dalla diretta delle masse e delle velocità, qualora entrambe sono diseguali.*

165. Se infine le velocità dei due corpi fossero in ragion inversa delle masse, avesse cioè il primo la velocità = 4 e la massa = 6, ed il secondo al contrario la velocità = 6 e la massa = 4; il momento dell' uno e quello dell'altro sarebbero espressi dallo stesso numero 24; dal che si deduce che *le quantità di moto di due corpi sono eguali quando essi hanno le masse in ragion inversa delle velocità.*

166. Quest' ultima conseguenza è stata preziosa per la Meccanica. Ha dessa infatti imparato a superare fortissime resistenze con piccole masse animate da una considerabile velocità; e nell' impotenza di comunicar questa a somministrare molta quantità di moto aumentando in proporzione quella della materia. Dotate le palle di cannone di una velocità che lor fa scorrere in un secondo fin lo spazio di 2000 piedi, acquistano tanta forza mo-

trice da produrre in una muraglia quelle rovine che le balistc ed i pesanti arieti degli antichi potevano appena e con somma difficoltà cagionare, attesa la poca velocità loro comunicata dal gran numero degli uomini che li mettevano in azione. Abbisognando alcune specie di grandi trafile di molta forza, lor si comunica adattandovi una pesantissima ruota metallica. Nei filatoi si guerniscono di piombo i fuselli per farli girare con maggior forza, e renderli più atti a superare le resistenze. La donnicciuola che fila aggrava il fuso del verticillo o fusajuolo per farlo girare con maggior forza, cioè con forza tale da avvoltolare le fibre della canape, e poi ne lo sgrava quando il filo che vi ha avvolto d'intorno lo ha reso convenevolmente pesante.

167. Benchè due corpi d'inegual massa abbiano la stessa quantità di moto, produce questa pur nondimeno effetti differentissimi a causa della loro velocità. Supponendo infatti due corpi A e B di diversa massa animati dalla stessa quantità di forza motrice, non può questa distribuirsi che egualmente fra le parti di ciascun di essi, dovendo ogni punto materiale ricevere una dose di forza eguale a quella di qualunque altro per potersi muover tutti colla stessa celerità. Ma il numero di questi punti non è lo stesso nei due corpi. Dunque a ciascun atomo del primo competerà una parte di forza tanto minore di quella di ogni atomo del secondo, di quanto la somma delle molecole di A supererà quella delle molecole di B. Ma le velocità sono come le forze (§. 158); dunque *le velocità dei corpi sono in ragion inversa delle masse quando le loro quantità di moto sono eguali.* È perciò che nella esplosione del canno-

ne benchè questo e la palla ricevano la stessa quantità di forza impellente, pur tuttavia il primo rincula appena, mentre la seconda si muove con tal velocità da attraversare un muro dapprima creduto forse invincibile. Quindi è che generalmente i piccoli corpi molto veloci possono far in pezzi quelli che essi percuotono, mentre i grandi poco veloci sono più atti a scuoterli. Agendo infatti un piccol corpo con molta velocità disgrega le parti di quello contro di cui urta, in sì breve tempo da non poter comunicare il suo moto al resto del corpo; mentre agendo una gran massa con poca velocità, la sua forza si trasmette a tutte le parti del corpo in cui s'imbatte, in modo che in vece di disgregarle ne scuote solo l'insieme. È questa ragion comprovata dalla seguente osservazione. Tirandosi un colpo di fucile contro una banderuola da vento con poderosa scarica, la palla l'attraversa senza smuoverla dalla sua posizione; scagliandosi poi contro con poca velocità una massa di piombo non maggiore della palla del fucile, la banderuola gira attorno al suo perno senza esser perforata dal projettile.

CAPITOLO V.

DELLA COMPOSIZIONE E DECOMPOSIZIONE DELLE FORZE.

168. Esposti gli effetti delle forze separatamente agenti sui corpi, è d'uopo far conoscere quelli prodotti da più forze simultaneamente operanti su di essi nella stessa, od in diverse direzioni. Non potendo un corpo in moto prendere ad un tempo varie direzioni e

trovarsi in differenti luoghi, spinto dall'azione simultanea di più forze non deve muoversi che come se fosse animato da una sola e nella direzione che realmente prende. Se più forze dunque si applicano nello stesso tempo ad un punto materiale o ad un corpo, non è questo messo in moto che da una sola, la quale tende a spingerlo nel moto, che farebbero tutte le altre forze unitamente. Questa forza unica però avendo per l'intensità e per la direzione un determinato rapporto coll'insieme di tutte le altre, ed essendone quindi come il risultato, chiamasi *risultante*, e queste diconsi *componenti*; per cui la scoperta di quella quando queste son date, *composizione delle forze* appellasi, ed al contrario la scoperta delle componenti quando è data la risultante, *decomposizione delle forze* medesime addimandasi.

169. Due o più forze, che agiscono nello stesso senso su di un punto materiale o su di un corpo, producono insieme lo stesso effetto che si produrrebbe da una sola forza eguale alla loro somma, e che agisce nella stessa direzione (§. 158). Il corpo A (Tav. 1 fig. 17) spinto, per esempio, contemporaneamente da due forze B e C, eguali per intensità la prima ad 8 e la seconda a 4, camminerà per la direzione AD con una quantità di moto eguale a 12. Se dunque più forze agenti nell'istesso senso su di un punto materiale, o su di un corpo, ossia *cospiranti*, sono parallele, la risultante eguaglia la loro somma, ossia *la risultante delle forze cospiranti eguaglia la loro somma.*

170. Un punto materiale spinto nel tempo stesso in contrario senso da due forze eguali resta immobile, perchè vinta una di esse dall'altra, si *equilibrano* scam-

bievolmente ed esso resta in *equilibrio*; ond'è che *la risultante di forze eguali e contrarie è eguale a zero.* Per la stessa ragione un corpo, per esempio A (Tav. 1 fig. 18), stimolato ad un tempo in senso contrario da tre forze B, C, D, le due ultime delle quali agiscono insieme contro la prima con un'intensità aguale a quella di questa, restar-dee anche immobile per effetto delle forze cospiranti C e D, che come prodotto da una forza unica eguale alla loro somma è impedito dall'altro eguale, prodotto dalla forza opposta B.

171. Un punto materiale urtato nel tempo stesso in contrarie direzioni da due forze ineguali si riguarda come eccitato al moto da una sola forza, eguale alla loro differenza, nella direzione della forza maggiore. Così nel caso di un corpo urtato da due forze contrarie, da una coll'azione espressa da 12 e dall'altra con quella espressa da 20, si può considerare quest'ultima forza come composta di due, dirette nello stesso senso, di cui una eguagli la minore espressa da 12, e l'altra la loro differenza espressa da 8. Ma due forze eguali equilibrate non producono alcun effetto (§. 170). Non può dunque esser mosso un tal corpo, che dalla forza espressa dalla differenza 8, diretta nel senso della forza maggiore. Quindi *la risultante di due forze ineguali e contrarie eguaglia la loro differenza; ed un punto materiale spinto da questa risultante si muove nella direzione della forza maggiore.*

172. Una palla d'avorio A (Tav. 1 fig. 19) posta in un angolo del piano del parallelogrammatico EF, ed urtata contemporaneamente da due forze *a* e *b*, dalla prima nella direzione AC e dalla seconda per AD, e con in-

tensità rispettivamente proporzionali ai lati dell'angolo, percorre la diagonale AB del detto piano.

173. Girando il manubrio B (Tav. 1 fig. 20), si tira una girella mobile, a cui è avvolto un filo a piombo A*m*; mentre questa scorre sui due fili dritti *p*, *p*, il piombo si muove da *i* in *h*, da *h* in *g*, e poi in *f*, descrivendo le diagonali de' rispettivi parallelogrammi segnati nella tavola. Questo moto del piombo è prodotto da due forze dirette ad angolo retto, l'una delle quali è la gravità che tende a muovere il piombo per la verticale, l'altra è quella della mano che tira la girella e con essa il piombo nella direzione orizzontale, perpendicolare alla verticale; e la forza risultante è rappresentata dalla diagonale del parallelogrammo.

174. Un battello tirato egualmente e nel tempo stesso da due funi verso le opposte rive di un fiume, si avanza in linea retta nel mezzo di esso. Una nave che si muove dall'est all'ovest mentre dalla corrente è spinta dal sud al nord, è realmente trasportata verso il nord-ovest dalla *deriva*, *abbattimento* o *scarozzo* ad un punto più o meno distante dall'uno o dall'altro dei punti cardinali, secondo la velocità della nave, maggiore o minore di quella della corrente; onde la vera *rotta* da essa descritta è la diagonale del rettangolo, due dei di cui lati sono rappresentati dalle direzioni ed intensità delle dette forze. I pesci e gli uccelli cominciano a muoversi battendo la coda a dritta ed a sinistra, e per questi due impulsi procedono dirigendosi nel mezzo. Una persona che salta da una carrozza o barca in moto, cade sotto del luogo a cui mira, ed a cui si dirige lanciandosi; perchè, partecipando della direzione della car-

rozza e di quella del salto, che formano un angolo, ne prende una intermedia. Tutti questi fatti provano ad evidenza che la risultante di due forze, le di cui direzioni formano angolo, prende quella di mezzo. Il moto prodotto da questa risultante dicesi *composto* derivando dalla simultanea azione di due o più forze.

175. La ragione del fenomeno è la seguente. Il corcorpo A (Tav. 1 fig. 21) è spinto nel tempo stesso dalle due forze *a* e *b*, di cui l'una tende a portarlo nella direzione AB verso BD, e l'altra nella direzione AC verso CD. I due lati AB, AC rappresentano l'intensità e la direzione delle due forze, e l'angolo qualnnque BAC rappresenta quello, sotto di cui agiscono insieme e nello stesso tempo sul mobile A. Benchè questo sia spinto in diverse direzioni, non può non corrispondere all'azione delle due forze. Dovendo quindi portarsi per la prima verso BD parallela ad AC, e per la seconda verso CD parallela ad AB, e non potendo trovarsi nel tempo stesso in BD e CD; in fine del suo moto non si troverà che nel punto D, comune alle dne rette BD e CD. Ma deve esso recarsi da A sino a D con moto rettilineo ed uniforme, non essendovi altra forza che potesse alterarne la direzione e velocità; spinto quindi dalle due forze, percorrerà equabilmente la diagonale AD, e nel tempo in cui isolatamente scorrerebbe lo spazio AB, o l'altro AC. Questo parallelogrammo ABDC i di cni lati AB, AC rappresentano le forze componenti ed AD la risultante, dicesi *parallelogrammo delle forze*.

176. Divisa inoltre la velocità espressa da AB (Tav. 1 fig. 21) nelle parti AE, EF, FB, e quella espressa da

AC in AG, GH, ed HC; movendosi il mobile A con moto semplice, cioè per la sola forza *a* nella direzione AB, nel primo istante si troverebbe in E, nel secondo in F, e nel terzo in B; come spinto dalla sola forza *b* per AC, nel primo istante sarebbe in G, nel secondo in H, e nel terzo in C. Animato però ad un tempo dalle due forze, ed incapace di ubbidire simultaneamente ad entrambe, e trovarsi nel tempo stesso in due luoghi diversi, si muoverà nel mezzo, e nel primo istante si troverà in I, punto di concorso delle due forze AE, AG, ossia EI, GI, nel secondo istante in K, e nel terzo in D, punti di congiunzione per le parti AI, IK, KD della risultante AD. Dunque *la risultante delle forze che agiscono ad angolo su di un punto materiale è rappresentata dalla diagonale del parallelogrammo costrutto sulle intensità e direzioni delle forze componenti, la quale è scorsa dal mobile nello stesso tempo in cui descriverebbe uno dei lati del parallelogrammo se fosse spinto dalla sola forza rappresentata da questo lato.*

177. È facile dopo il fin quì detto il determinare l'effetto di qualunque numero di forze agenti su di un mobile in uno stesso piano. Supponendo infatti attivato il corpo A (Tav. 1 fig. 22) da quattro forze *a*, *b*, *c* e *d* nelle rispettive direzioni AB, AC, AE, AG, compito il parallelogrammo ABDC, la sua diagonale AD esprimerà l'effetto delle due AB, AC; costruendo il secondo parallelogrammo AEFD sulla risultante AD e su di AE, la sua diagonale AF esprimerà l'effetto delle due forze AD, AE, ossia delle tre AB, AC, AE; e costruendo il terzo parallelogrammo AFIG, sulla risultante AF e su di AG, la diagonale AI dinoterà l'effetto delle due forze AF,

AG, ossia quello delle quattro forze motrici *a*, *b*, *c* e *d*.

178. La composizione delle forze ne rivela la decomposizione. Descrivendo il corpo A (Tav.1 fig.23), attivato ad un tempo dalle due forze AB, AC, la diagonale AD del parallelogrammo ABDC, fanno queste su di esso lo stesso effetto, che produrrebbe la sola forza AD. Or essendo questa da esse composta, può riguardarsi come l'effetto. Ma intorno ad una retta possono formarsi più parallelogrammi; la forza composta quindi, espressa da AD, può scomporsi in varie componenti, come AB, AC, AE, AF, e simili. Se dunque i lati di un parallelogrammo dinotano le intensità e le direzioni delle forze componenti, la sua diagonale esprimerà l'intensità e la direzione della forza composta; ed al contrario se l'intensità e la direzione di una forza è rappresentata da una retta, formandovisi intorno un parallelogrammo, potrà decomporsi in altre due, le di cui intensità e direzioni saranno rappresentate dai lati della figura.

179. Esposta la composizione e decomposizione delle forze, è facile intenderne ora le principali conseguenze. Son esse le seguenti. Essendo la diagonale, che rappresenta la risultante, sempre minore della somma dei due lati del parallelogrammo esprimenti le forze componenti, ne segue che *l'intensità della forza risultante è sempre minore di quella delle componenti*.

180. Supponendo inoltre spinto il corpo A (Tav. 2 fig. 1) da due forze secondo le rispettive direzioni AB, AC, si muoverà esso come se fosse urtato da una sola forza per la diagonale AD del parallelogrammo ABDC.

Menata a questa pel punto A piano delle due potenze la retta EG perpendicolare ad AD, la costruzione de' due parallelogrammi AEBF, AGCH mostra chiaramente, che la forza AB equivale alle due AF, AE, potendosi in queste scomporre; che la forza AC per la stessa ragione equivale alle due altre AG, AH; e che delle quattro forze espresse da AF, AE, AH, AG, la prima e la terza sono cospiranti e perpendicolari alle altre due, che sono opposte. Or essendo eguali i lati opposti AB, DC del parallelogrammo, non che gli angoli alterni delle parallele BA, DC, ossia BAF, HDC, e gli angoli retti AFB, DHC; i due triangoli AFB, DHC lo sono ancora, e BF eguaglia CH; ma BF è eguale ad AE, e CH ad AG; le due forze dunque direttamente opposte AE, ed AG sono eguali; ed equilibrandosi in conseguenza, si rendono inefficaci. Delle quattro forze non restano dunque che le cospiranti AF ed AH. Ma per l'eguaglianza de' cennati triangoli ABF, DCH essendo AF=HD, diviene FD=AH. Sarà dunque AF+AH=AF+FD, ossia=AD. Dunque nel parallelogrammo delle forze *la risultante è eguale alla somma delle forze cospiranti*. Resta quindi dimostrato che due forze agenti su di un mobile sotto un angolo qualunque non vi spiegano tutta la loro intensità, decomponendosi in altre in parte opposte che si equilibrano, ed in parte cospiranti, colla somma delle quali il mobile scorre la diagonale.

181. Questa diminuzione però d'intensità, che soffrono per la composizione le forze motrici, varia secondo la quantità dell'angolo formato dalle loro direzioni, detto perciò *angolo di direzione*. Nei tre parallelogrammi infatti, i di cui lati AB, AC rappresentano le forze

che fanno colle loro direzioni diversi angoli, la diagonale AD, che esprime la risultante, diviene più lunga a misura che l'angolo di direzione BAC si fa più acuto, e più breve secondo che lo stesso angolo si rende più ottuso (Tav. 2 fig. 2 e 3). La ragione n'è evidente. Cominciando l'opposizione delle forze dall'aumento dell'angolo BAC, divengono esse perfettamente opposte quando AB direttamente si oppone ad AC; e principiando la loro cospirazione dal divenire lo stesso angolo più acuto, si rendono del tutto cospiranti quando AB coincide con AC. Dunque *la lunghezza della risultante è di tanto maggiore di quanto l'angolo di direzione è più acuto, e di tanto minore di quanto lo stesso angolo è più ottuso.* L'influenza quindi delle due forze *a* e *b* sul moto del corpo A (Tav. 1 fig. 21) non consiste che nel renderne il cammino più lungo o più corto di quello che sarebbe per l'azione separata di una di esse.

182. Si è dimostrato (§. 175) che la diagonale scorsa da un mobile con moto composto tiene il giusto mezzo fra le direzioni delle due forze che lo producono. Ciò però non avviene che quando queste sono eguali, 1.° poichè essendo in tal caso un quadrato, od un rombo, il parallelogrammo formato su tali direzioni, la diagonale non può esistere che nel mezzo de'loro lati; 2.° e perchè imprimendosi in tal caso al mobile dalle due forze motrici eguali velocità, non può desso ubbidire e quindi avvicinarsi piuttosto all'una che all'altra. Se le forze sono diseguali, la figura risultante sarà un parallelogrammo allungato, come AEFC, od ACHG (Tav. 2 fig. 4), la di cui diagonale è tanto più vicina al lato maggiore AG, di quanto questo eccede il minore AC. Quin-

di *nella disuguaglianza delle forze componenti la risultante è sempre più vicina al lato rappresentante la forza maggiore*. Resta così dimostrato che il mobile, la di cui direzione è alterata dall'impressione di un'altra forza, devia da quella per una quantità proporzionale alla forza medesima.

LIBRO QUARTO

STATICA OSSIA LEGGI DELL' EQUILIBRIO.

CAPITOLO I.

CONDIZIONE GENERALE DELL' EQUILIBRIO.

183. Esaminati gli effetti delle forze applicate per un atto di astrazione ad un punto materiale supposto isolato nello spazio, è tempo ormai di studiarle applicate ai corpi realmente esistenti. Per agevolare questo studio si suppongono essi *matematicamente solidi*, ossia tutte le loro parti si suppongono invariabilmente ligate le une alle altre in modo da non potersi disgiungere giammai. Per questa stretta ed invincibile loro unione si riguarda ognuno di essi come un sistema di punti formato in modo che l'azione delle forze applicate ad uno di questi non si limita allo stesso, ma si trasmette a tutti gli altri; ossia, si considera ogni corpo come un tutto, di cui stimolata una parte dalle forze, trasmette a tutte le altre l'azione ricevuta in modo che spinta quella trascina nel suo movimento le rimanenti.

184. Gli effetti dell'applicazione delle forze variano secondo il loro numero. Una sola forza applicata ad un punto materiale, o ad un sistema di punti materiali, ossia ad un corpo, lo mette in moto con tutta la sua intensità, e secondo la sua direzione; ma la simultanea azione di più forze su di un punto o su di un sistema di punti, o lo mette in moto, o per la scambievole con-

trarietà delle forze, che ne impedisce gli effetti, lo fa restare in riposo. Questa quiete, causata dal mutuo contrasto delle forze, dicesi *equilibrio*, per distinguerla da quella prodotta dalla mancanza di ogni potere meccanico.

185. Le condizioni di questo equilibrio risultano dall'esame del più semplice fenomeno dell'applicazione e trasmissione delle forze, dell'urto cioè dei corpi. Supponendo infatti che due sfere si urtino in contrarie direzioni e secondo la retta che unisce i loro centri, s'intende di leggieri ch'esse restano immobili qualora le loro quantità di moto sono eguali (§. 170); ma questa eguaglianza si verifica quando i due corpi hanno eguali masse e velocità (§. 160), o quando queste sono in ragion inversa di quelle (§. 165). Due sono dunque i casi dell'equilibrio, che possono però ridursi ad un solo, a quello cioè in cui le velocità sono in ragione inversa delle masse. In tal caso essendo eguali le loro quantità di moto, ossia le intensità delle loro forze, si rendono queste inefficaci per l'impenetrabilità della materia. Così la mutua azione de'corpi produce un effetto contrario, facendoli passare in quello stato di riposo chiamato *equilibrio*, il quale lungi dal provare la distruzione delle forze, non ne mostra che l'inefficacia a metterli in moto

CAPITOLO II.

DELL'EQUILIBRIO PRODOTTO DALLA COMPOSIZIOE DI PIU' FORZE APPLICATE A DIVERSI PUNTI DI UN SISTEMA.

186. Rappresentandosi con linee rette le direzioni e le intensità delle forze motrici, possono queste applicarsi ai corpi in tante maniere per quanti rapporti di situazione hanno fra loro le rette. Ma due rette se non s'inclinano scampievolmente, sono fra loro equidistanti, ossia *parallele*; le forze quindi non possono applicarsi ai corpi che sotto un angolo qualunque o parallele. In qualunque modo però esse si applichino, può sempre aver luogo la loro composizione ed il loro equilibrio, e quindi può sempre verificarsi il principio fondamentale di Statica precedentemente esposto.

187. Nel caso infatti di un sistema sollecitato da due forze situate in uno stesso piano ed applicate a due suoi punti A, B, secondo le direzioni e con la intensità rispettivamente rappresentate dalle due rette fra loro inclinate AP, BP′ (Tav. 2 fig. 5), potendosi il punto di applicazione di ciascuna forza trasportare in un altro qualunque della sua direzione, purchè questi due punti sieno tra essi legati da una verga rigida ed inflessibile, che trasmetta le impressioni della forza dall'uno all'altro per l'invincibile unione delle sue particelle; le direzioni AP, BP′ delle due forze prolungate sino ad incontrarsi nello stesso punto C, supposto invariabilmente unito al sistema, rendono in esso trasferibili le due

forze, e quindi possibile la formazione del parallelogrammo delle forze CDFE, la di cui diagonale esprimerà la direzione e l'intensità della risultante. Se questa prolungata colpisce il corpo solido, ne sarebbe esso mosso come lo sarebbe dalle due forze AP, BP'. Or conosciuta l'intensità e direzione della loro risultante, si può renderla inefficace opponendole una forza eguale. È questo metodo applicabile a tutti i gradi di diminuzione dell'angolo di direzione di due forze.

188. Nel caso poi di due forze fra loro parallele, supponendosi applicate agli estremi di una verga inflessibile AB, priva di peso, e girante liberamente sul punto fisso C, due forze equivalenti per intensità alle rispettive masse R, P pesanti ed omogenee situate nello stesso piano (Tav. 2 fig. 6) pel moto fatto dalla verga in un dato tempuscolo il punto A scorrerebbe lo spazio rappresentato dall'arco AD, ed il punto B quello rappresentato dall'arco BE, onde i due punti A, B, in tempi eguali scorrerebbero gli ineguali spazii AD, BE. Or essendo le velocità come gli spazii (§. 151), quella del punto A sarebbe a quella del punto B :: AD : BE. Ma gli archi simili sono proporzionali ai raggi. Sarebbe quindi AD : BE :: AC : CB; ma AD, BE rappresentano le velocità de'punti A e B, dunque la prima di esse sarebbe alla seconda : : AC : CB. Volendosi quindi che le due forze R, P, rappresentate dalle masse ed applicate alla verga in direzione perpendicolare, conservino il sistema in equilibrio; dovrebbesi farle agire con eguali intensità, ed avendo diseguali velocità dovrebbero essere queste in ragion inversa delle masse, ossia R : P : : BC : AC, per avere eguali quantità di

moto, ossia R × AC=P × BC. Determinata così la posizione di un punto qualunque C della risultante CR di due forze applicate in direzione perpendicolare all'estremità di una retta AB (Tav. 2 fig. 7), la sua intensità sarebbe eguale alla somma delle componenti AP, BP′ (§. 169), e la direzione parallela a quella delle medesime; onde applicandosi allo stesso punto C in senso contrario un'altra forza eguale CR′, annienterebbe questa lo sforzo della risultante CR, ed in conseguenza quello delle componenti, ed il sistema resterebbe in equilibrio.

189. Il punto C di applicazione della risultante CR (Tav. 2 fig. 7) dicesi in tal caso *centro delle forze parallele*. Resta esso lo stesso, cangiando le forze di direzione e conservandosi parallele. Agendo infatti le stesse forze AP, BP (Tav. 2 fig. 8) secondo le direzioni AP′, BP′, o AP″, BP″, la loro risultante serberebbe la stessa energia, e non cambiando che di direzione passerebbe sempre pel punto C; poichè non essendosi alterate le intensità delle forze componenti, continuerebbero ad essere in ragion inversa delle distanze CA, CB. Può quindi dirsi in generale che *la risultante di due forze parallele eguaglia la loro somma, è loro parallela, e divide la retta di applicazione in due parti inversamente proporzionali.*

190. Applicandosi due forze parallele di eguale intensità in senso contrario (Tav. 2 fig. 9), vi sarebbe equilibrio, ossia la risultante sarebbe eguale a zero, poichè non essendovi ragione di dirigersi questa in un senso più che in un altro, e non potendo dirigersi ad un tempo in entrambi, non esisterebbe punto.

191. Sapendosi trovare la risultante di due forze applicate a due punti di un corpo, si potrà comporre un numero qualunque di forze. Se queste sono parallele, se ne comporranno dapprima due, indi la risultante trovata ed un'altra, e così di seguito; e la risultante finale avrà la stessa direzione delle componenti.

192. Se di più forze alcune agiscono in un senso ed altre in senso opposto, si cercheranno dapprima le rispettive risultanti, le quali saranno eguali o diseguali; nel primo caso non vi sarà risultante e quindi vi sarà equilibrio (§. 170), nel secondo caso la risultante finale eguaglierà la loro differenza (§. 171); ed adattata allora al suo punto di applicazione un'altra forza eguale e contraria, si manterrà il sistema in equilibrio.

CAPITOLO III.

DEL MOMENTO STATICO E DELLE CELERITÀ VIRTUALI.

193. Se da un punto qualunque E della risultante R di due forze P, P′ concorrenti in un punto materiale si abbassino le perpendicolari EF, EG sulle loro direzioni (Tav. 2 fig. 10), le lunghezze di queste saranno in ragion inversa delle intensità delle forze; ossia, se le intensità delle forze AB, AC sono rispettivamente espresse dai numeri 9 e 5, sarà EF : EG :: 5 : 9. Congiunte infatti le dette perpendicolari colla FG, e descritto sul diametro AE il cerchio AFEG, passerà questo per i punti F, G, attesi gli angoli retti EFA, EGA. Ed essendo fra loro eguali gli angoli FAE, FGE poggiati sull'arco FE, e gli angoli EFG,

CAD poggiati sull' arco EG ; i due triangoli ACD, EFG saranno simili, e quindi AC : CD = AB : AD :: FE : GE : FG ; onde AB×EF = AC × EG ; moltiplicandosi dunque l' espressione numerica di ciascuna forza per la lunghezza della perpendicolare corrispondente alla sua direzione espressa in unità lineari, i prodotti saranno eguali. Così supponendo FE di 5 millimetri ed EG di 9, ciascuno de' due prodotti sarà eguale a 45. Or il prodotto di una forza AB per la perpendicolare abbassata da un punto qualunque E sulla sua direzione dicesi *momento statico* della forza riguardo a questo punto.

194. Supponendosi applicate all' estremo A di una retta inflessibile AE (Tav. 2 fig. 11 e 12) due forze P, P′ per farla girare intorno al punto E, le perpendicolari EB, EC tirate dal punto E sulle loro direzioni, daranno il momento di P espresso dalla forza P× EB, e quello di P′ espresso da P′×EC, il centro dei quali momenti sarà il punto E. Or se, riguardando le perpendicolari EB, EC come due verghe inflessibili, alle di cui estremità sieno applicate le forze P, P′ per far girare A intorno ad E, si vorrà conoscere il momento della loro risultante; bisognerà distinguere due casi, l'uno, in cui il punto E trovasi fuori l' angolo delle forze PAP′ (Tav. 2 fig. 11), l'altro in cui lo stesso punto è nell'angolo medesimo (Tav. 2 fig. 12). Nel primo caso il momento della risultante, espresso da R×ED eguaglierà la somma delle forze componenti, tendendo entrambe a far girare il punto A intorno ad E nello stesso senso; e nel secondo caso il momento della risultante, espresso da R×ED, eguaglierà la

differenza de' momenti delle forze componenti, tendendo queste a far girare il punto A in senso opposto. Rappresentando infatti la risultante le due forze, e potendone far le veci, è chiaro che se esse cospirano a far girare la retta AE nello stesso senso intorno ad E, ciocchè ha luogo quando esse sono situate dallo stesso lato riguar do a questo punto, la sola risultante dovrà produrre lo stesso effetto, ed eccitare la stessa celerità, il che esige che $R \times ED = (P \times EB + P' \times EC)$. Ma se le forze tendono a far girare il punto A in senso contrario, come accade quando esse agiscono da ambe le parti del punto fisso E (Tav. 2 fig. 12), allora la celerità essendo la differenza delle celerità che ognuna di queste forze può separatamente produrre, la risultante non potrà esser capace che dello stesso effetto, ed $R \times ED = (P \times EB - P' \times EC)$. Nel caso di nullità di questa differenza, ossia dell'eguaglianza dei momenti di P e P', passando la risultante pel punto E, avrà luogo l'equilibrio per la resistenza di questo punto. Può quindi stabilirsi che *il momento della risultante eguaglia la somma o la differenza de' momenti delle componenti.*

195. Supponendo poi che un asse s'incontri perpendicolarmente nel punto E col piano delle forze P, P' (Tav. 2 fig. 10), tenderanno queste a far girare intorno a tal asse, supposto immobile, il corpo A. Quest'asse dicesi perciò *asse di rotazione.* Vi sarà quindi equilibrio quando i momenti delle forze P, P', rapportati al punto d'incontro E di quest'asse col piano saranno eguali. L'equilibrio dunque non è che l'eguaglianza de'momenti contrarii, ossia vi è equilibrio quando la somma de' momenti è eguale a zero; e la

teoria de' momenti esprimente l' *equilibrio di rotazione* non è che la traduzione dell' equilibrio derivante secondo il parallelogrammo delle forze dalla loro risultante eguale a zero, e riguarda perciò tanto le forze che fanno fra loro un angolo qualunque, quanto quelle che sono fra esse parallele.

196. Fin quì del così detto *momento statico*. La celerità poi che un corpo avrebbe nel primo tempuscolo infinitesimo dopo il suo passaggio dall' equilibrio al moto, o che un corpo è disposto ad avere quando passa da quello a questo, dicesi *celerità virtuale*. Essendo questa specie di celerità proporzionale alla pressione che soffre il corpo nel momento in cui si rompe l' equilibrio, anche questa pressione s' indica col nome di celerità virtuale.

197. Per darne un esempio si applichino ai punti A e B della verga inflessibile AB equilibrata sul punto C due forze P, P' (Tav. 2 fig. 13). Nel caso in cui, rotto appena l' equilibrio, passi la verga dalla posizione ACB all' altra infinitamente vicina DCE rotando intorno a C, i punti A, B descriveranno gli archi AD, BE, i di cui raggi sono le rispettive distanze dal punto C. Rappresentano questi archi le celerità virtuali dei punti A, B, sollecitati dalle forze P, P'. Se le forze equilibrate intorno a C fossero P, P', P'' unite dalle verghe AB, FC, le celerità virtuali sarebbero espresse dai tre archetti infinitesimali AD, EB, GF descritti nel primo istante dopo la rottura dell' equilibrio. Qualunque sia in fine il numero di forze, che animando un sistema si equilibrino intorno ad un punto, purchè almeno nel primo istante dopo la rottura del-

l' equilibrio siano fra loro unite, si potrà dire di esse ciocchè si è detto delle altre. E potendo considerarsi il moto progressivo come una rotazione intorno ad un centro infinitamente rimoto, le celerità virtuali potranno essere generalmente rappresentate dalle infinitesime parti di linea curva o retta descritte nel primo istante dopo la rottura dell' equilibrio dai punti di applicazione delle forze scambievolmente equilibrate.

198. Poichè dato un sistema di punti o di corpi, ai quali siano applicate delle forze comunque dirette e fra loro equilibrate, nel primo momento dopo la rottura dell' equilibrio questi punti o corpi descrivono degli archi infinitesimali, rappresentanti le celerità virtuali loro impresse dalle forze, e proporzionali ai raggi espressi dalle rispettive direzioni delle forze medesime; se dall' estremità di ogni archetto si abbassi una normale sulla direzione della forza rispettiva, ne intercetterà essa una parte, la quale come proporzionale allo stesso gli si sostituisce per avere in essa una più giusta misura della corrispondente celerità virtuale. Così se il punto A, a cui è applicata la forza P (Tav. 2 fig. 14), turbato appena l' equilibrio si porti nel sito B infinitamente vicino, la velocità virtuale impressagli dalla forza sarà espressa dall' arco AB, e per esso dalla parte AC della direzione della forza istessa tagliata dalla perpendicolare BC, che gli è proporzionale. Nel calcolo quindi delle celerità virtuali lungi dal tenersi conto delle loro quantità assolute basta conoscere gli scambievoli rapporti; e secondo questi *non vi può essere equilibrio che quando moltiplicata ogni forza per la celerità virtuale secondo la direzione del rispettivo*

punto a cui è dessa applicata, *ossia per l' archetto descritto dal punto ed espresso dalla parte intercetta della direzione della forza, la somma di tutti i prodotti eguagli zero.*

199. È questo il tanto rinomato principio delle celerità virtuali, che scoperto da GALILEI, fu esposto da BERNOULLI, ed è stato dimostrato da FOSSOMBRONI. Dopochè LA GRANGE ha osservato comprendervisi nella maniera più generale le condizioni dell'equilibrio di un sistema di punti materiali animati da forze qualunque, i moderni lo impiegano nella soluzione di tutti i problemi meccanici.

CAPITOLO IV.

APPLICAZIONE DELLE PRECEDENTI TEORIE AI GRAVI.

200. Tntti i corpi pesano, ossia abbandonati a loro stessi tendono a cadere sulla snperficie della terra, e qnando un ostacolo fisso opponendosi alla loro caduta li sostiene, si manifesta questa tendenza colla pressione che fanno contro di esso (§. 155). Son questi gli effetti della gravità, che investendo la massa de' corpi ne attiva le molecole; abbandonata infatti ognuna di queste a se stessa nel vuoto vi cade come l' intero corpo (§. 53), ossia collo stesso sforzo che faceva prima di esser distaccata dalla massa.

201. La direzione di un corpo cadente indica quella della forza che in esso agisce (§. 58). Benchè però le direzioni di più corpi cadenti siano realmente fra loro divergenti, per nondimeno non potendo que-

sta divergenza esser sensibile che a distanze incomparabilmente maggiori delle dimensioni di tutti i corpi suscettibili di esame (§. 59), può credersi agire la gravità di ogni corpo sulle sue parti in direzioni parallele e verticali, cioè normali al piano delle acque del luogo in cui è l'osservatore. Seguendo perciò la gravità i suoi sforzi secondo le leggi delle forze parallele, deve considerarsi ogni corpo come sollecitato da un numero di forze perpendicolari e parallele, eguale a quello de'suoi atomi, la di cui somma o forza risultante è il peso del corpo istesso (§. 56), e passa sempre per uno stesso punto della sua massa in qualunque senso questa si rivolga riguardo ad esso (§. 189). Questo punto unico, o centro delle forze, dicesi in tal caso *centro di gravità* del corpo.

ARTICOLO I.

DEL CENTRO DI GRAVITÀ.

202. Considerato il centro di gravità di un corpo come un centro di forze parallele, s' intende perchè un cubo, per esempio, di legno si mantenga fermo sulla punta aguzza di una piramide. È il cubo un sistema di punti materiali, invariabilmente tra loro uniti ed animati dalle loro rispettive gravità, e quindi da altrettante forze parallele ; opponendosi alla loro risultante, che passa pel centro di gravità del corpo, un ostacolo fisso nell' apice della piramide, il cubo resta in equilibrio. Si rileva da ciò che applicandosi una forza eguale e direttamente opposta a questa risultante, un cor-

po restar deve in equilibrio; ed essendo l'effetto di essa eguale a quello dellecomponenti, è indifferente il considerarela gravità sparsa in tutte le parti del corpo, o riunita nel centro di gravità; ossia *un corpo resta in equilibrio quando è sostenuto il suo centro di gravità; ed il punto che sostiene questo, deve sostenere tutto il peso di quello.*

203. Poichè un corpo qualunque sostenuto non è che un sistema di forze eguali e parallele in equilibrio, la direzione della risultante de'pesi de'punti materiali dello stesso non può differire da quella della gravità, essendo la risultante delle forze parallele parallela alla direzione delle componenti (§.189). Perciò un corpo abbandonato al suo proprio peso non può cadere che secondo la direzione della risultante di tutte le forze parziali che lo sollecitano alla caduta; cioè deve cadere per la normale all'orizzonte, non potendone deviare atteso l'equilibrio delle sue parti. E passando la risultante di queste forze pel centro di gravità, perciò il *centro di gravità di un corpo cadente descriver deve una normale all'orizzonte*, quale perpendicolare dicesi *linea di direzione.*

204. Un corpo è stabilimente fissato nel suo centro di gravità, potendo girare intorno a questo senza rompersi l'equilibrio. Essendo tutte le sue parti perfettamente controbilanciate, un lato non può preponderare sugli altri. Fissato però in ogni altro punto, non resta in equilibrio che quando la retta che unisce questo punto col centro di gravità, è verticale, potendo questo centro restare al di sopra o al di sotto di quel punto, detto *di sospensione* (1). Il peso del corpo essendo infatti

(1) Il punto di sospensione dicesi anche *centro di moto*,

una forza agente in direzione verticale e passando pel centro di gravità, passa anche pel punto fisso; e lo sforzo trasmesso dalle molecole rigide del corpo fino a questo punto è annientato dalla sua resistenza. Se il centro di gravità è superiore al punto fisso, il corpo è *sostenuto*, se vi è inferiore è *sospeso*.

205. Nel caso di equilibrio di un solido sospeso per uno de' suoi punti all'estremità di un filo rigido attaccato ad un punto fisso, giace questo in direzione verticale, ed il suo prolungamento passa pel centro di gravità del corpo, facendo il filo l' effetto di una forza eguale e direttamente opposta alla risultante della gravità, la di cui direzione verticale passa pel detto punto. Ma se il centro di gravità A del corpo e quello di sospensione B non sono nella stessa verticale (Tav. 2 fig. 15), non opponendosi allora questo direttamente alla gravità, non può distruggerne interamente l'energia, onde il corpo rotando scenderà per AC. Decomposta infatti la risultante AD della gravità del corpo nelle due componenti, AF presa nella direzione del filo, ed AE normale a questa, sarà quella resa inefficace dalla resistenza che incontra nel punto B, e questa farà rotare il corpo intorno a B finchè AD non coincida con BC, nella quale situazione resa inefficace tutta la gravità di A dal punto di sospensione B, il corpo resterà immobile appena estinta la celerità prodotta dalla rotazione. Quindi *un corpo sospeso ad un punto resta in equilibrio quando il suo centro di gravità ed il punto*

restando in riposo mentre le parti del corpo vi si aggirano d' intorno.

di sospensione sono nella medesima verticale; ed al contrario *il centro di gravità di un corpo in equilibrio è sostenuto in una verticale.*

206. Scendendo un grave per la linea di direzione (§. 203) finchè un ostacolo invincibile non si opponga alla sua caduta, un corpo poggiato su di un piano orizzontale non può rovesciarsi se la detta linea cade nella sua base, presentando in tal caso il piano un ostacolo invincibile alla discesa del grave: ma quando la linea della gravità cade fuori della base, il centro di gravità non trovando ostacolo alla discesa, effettivamente discende. Dunque *un corpo si sostiene, ossia resta in equilibrio quando la linea di direzione cade nella sua base.*

207. A sostenere quindi o rovesciare i corpi non contribuisce la loro posizione retta od obliqua, ma il sito del loro centro di gravità. Per grande che sia l'inclinazione di un corpo, non può mai farlo rovesciare o cadere se la linea di direzione non esce dalla base. La torre ACDB (Tav. 2 fig. 16) obbliquamente situata sul piano orizzontale resta ferma, perchè il suo centro di gravità è in E, e la linea di direzione EF cade nella base AB; ma se avesse l' inclinazione ADD'B crollerebbe, perchè avendo il centro di gravità in E', la linea di direzione E'F' uscirebbe dalla base. È perciò che la torre di Garisenda in Bologna ed il campanile del Duomo di Pisa, benchè di molto inclinati non cadono (1).

208. Alcuni corpi per la loro conformazione sem-

(1) La torre Garisenda in Bologna fu edificata nel 1110; è dessa quadrata, alta 130 piedi, e la perpendicolare ab-

brano far eccezione a questa legge. Ponendosi infatti il doppio cono AB (Tav. 2 fig. 17) su due regoli CD, CE rappresentanti due piani inclinati, i quali gradatamente elevansi da C in D ed in E, esso vi ascende quando quelli fanno angolo e la loro massima altezza non è maggiore del raggio della base de' due coni. L'ascensione avviene perchè, essendo il centro di gravità del doppio cono nel suo mezzo, quando questo è collocato in C quello si trova più alto del piano su cui giace, e dovendo scendere per la linea di direzione fa girare i due coni e li fa montare. Così il salire del doppio cono non è che lo scendere del suo centro di gravità. Ed atteso l' angolo de' due regoli a misura che il doppio cono gira e sale, le sue parti poggianti su di essi sono di un diametro minore; onde trovandosi il centro di gravità più in alto prosegue a scendere finchè i due apici de' coni toccano i regoli, ed il centro di gravità mettendosi a livello dell' altezza del piano cessa di scendere. Quei burattini che comunque si situino si rizzano in piedi, hanno il loro centro di gravità nella base ov'è del piombo o del mercurio; e la caduta di questo centro produce la loro erezione.

209. Benchè il centro di gravità di un corpo cada nella base, non sempre però rende questo stabile. Se l' anello ellittico ABC (Tav. 2 fig. 18) situato su di un piano secondo l' asse maggiore, toccandosi leggiermente si trasporta nella posizione *a b c*, appena comin-

bassata dalla sua sommità cade in distanza di 9 piedi dalla base. Il campanile di Pisa fu costruito nel 1179 ; è desso rotondo , alto 138 piedi , ed il suo vertice sporge di 15 piedi fuori delle base.

cia a muoversi va dolcemente cadendo finchè si rovescia sul suo asse minore. Ma se sta sul piano secondo quest' asse, urtato passa dapprima nella posizione *a b c* (Tav. 2 fig. 19) e dopo di aver un poco dondolato ritorna alla primiera ABC. Non è l' anello che un sistema di punti materiali in equilibrio sull' asse maggiore o minore. Leggermente urtandosi se ne turba l' equilibrio , perchè la linea di direzione FG si allontana dalla sna posizione. Il turbato equilibrio si rompe e l' anello cade quando sta sull' asse maggiore , perchè la linea di direzione FG (Tav. 2 fig. 18) prendendo la posizione *fg* esce dalla base; si ristabilisce al contrario quando l' anello sta sull' asse minore, non uscendo dalla base la linea di direzione *fg* (Tav. 2 fig. 19). Dalla posizione dunque del centro di gravità derivano due stati di equilibrio. Un corpo, od un sistema di corpi non è stabile, se allontanato appena dalla sua primitiva posizione se ne discosta sempreppiù, ed al contrario lo è se turbatone appena l' equilibrio oscilla intorno alla sua primiera posizione e tende a ritornarvi. Dipende dunque la *stabilità* dei corpi dalla posizione de' loro centri di gravità, e l' oscillazione di quelli per ritornare alla posizione da cui si sono allontanati , n' è un indizio.

210. Per la stabilità quindi di un corpo si richiede il concorso di due condizioni, cioè la vicinanza del centro di gravità alla base, e la grandezza di questa. Quanto più il centro di gravità dista dalla base , tanto più facilmente la linea di direzione esce da questa in caso di urto o di turbato equilibrio. L' anello (Tav. 2 fig. 19) è più sodo sul suo asse minore che sul maggiore

(Tav. 2 fig. 18), perchè nel primo caso il centro di gravità è più vicino alla base, e nel secondo n' è più lontano. E quanto più la base è grande, tanto più difficilmente la linea di direzione n' esce fuori. Quindi *un corpo a circostanze altronde eguali è tanto più stabile quanto più il suo centro di gravità è vicino alla base, e quanto più questa base è grande.*

211. Questa stabilità intanto distinguesi in *assoluta* e *relativa* secondocchè si verifica in ogni specie di oscillazione, o solo in alcune. La stabilità, per esempio, di una nave può dirsi assoluta, perchè comunque urtata da' venti, o da prua a poppa, o da destra a sinistra, oscilla in ogni senso e tende sempre alla sua naturale posizione. Quella dell' anello ellittico al contrario dee dirsi relativa, perchè oscilla solo da ABC in *abc* (Tav. 2 fig. 18 e 19), e movendosi d' avanti in dietro non si mantiene più in equilibrio e crolla.

ARTICOLO II.

METODO DI DETERMINARE IL CENTRO DI GRAVITÀ DE' CORPI.

212. Per ben intendere la determinazione del centro di gravità di un corpo, di qualunque forma e densità, giova rammentarsi non esser desso che il punto in cui costantemente si equilibra l' azione di tale sua gravità (§. 202). Equilibrato infatti il corpo, di cui si vuol conoscere siffatto centro, nel senso della sua lunghezza sul taglio di un prisma triangolare, e segnata su di esso la retta corrispondente a questo taglio, si equilibri

di nuovo il corpo sullo stesso taglio nel senso della sua larghezza, e si noti su di esso la retta corrispondente al taglio; il punto d'intersezione delle due rette sarà il centro di gravità del corpo. Se la forma di questo renda impraticabile tal metodo, si sospenda il corpo DIEC alla cavicchia A col filo a piombo AC (Tav. 2 fig. 20); quando il tutto è fermo si segni sul corpo la retta DE dinotata dal filo, nella quale deve trovarsi il centro di gravità richiesto (§. 188); sospeso poi il corpo per un altro punto F (Tav. 2 fig. 21) alla stessa cavicchia A, si segni egualmente la retta FC tracciata dal filo a piombo AC; il punto I d'intersezione delle due rette DE, FG sarà il centro di gravità, perchè comune alle direzioni delle due risultanti del peso del corpo in qualunque posizione, da esse rette rappresentate. Dunque *se un corpo pende successivamente da vari punti, quello d' intersezione delle perpendicolari da essi abbassate all' orizzonte quando il corpo è in quiete, sarà il suo centro di gravità.*

213. Fondansi questi metodi sul principio del parallelogrammo delle forze, non essendo il centro di gravità di un corpo che il punto di equilibrio delle forze eguali e parallele. Per la determinazione infatti del centro di gravità di due ineguali masse A e B (Tav. 2 fig. 22) invariabilmente fra loro unite da una retta, bisogna divider questa in modo che le sue parti CA, CB siano fra esse in ragion inversa delle masse (§. 188). Supponendo quindi la sfera A di una libbra e B di quattro, e la retta lunga 5 piedi, si deve partir questa nel punto C in modo che la parte CA sia di quattro piedi e l'altra CB di un piede, e se il punto

C fosse sostenuto tutto il sistema resterebbe in equilibrio.

214. Riguardandosi quindi la retta AB (Tav. 2 fig. 22) come una trave sostenuta negli estremi da due uomini con un carico sospeso nel punto C , la pressione di questo sull' uomo situato in A sarà a quella dell'altro collocato in B come CB : CA; e supponendosi il carico del peso di 100 libbre, CA di 4 piedi, e CB di un piede, il primo uomo sosterrà $^1/_5$ del peso, ed il secondo $^4/_5$, ossia quello 20 e questo 80 libbre. Dietro l'esposto è facile ripartire egualmente un enorme peso fra più persone. Per impiegare infatti la forza di due uomini al trasporto del carico X sospeso al vette AB. (Tav. 2 fig. 23), si deve collocarli ad eguale distanza dal punto C; e per impiegarne quattro conviene situarli nei punti D, E, F, G, estremi di due altri vetti più corti DE, FG applicati agli estremi A e B del primo.

215. Per trovare poi il comune centro di gravità dei tre corpi A, B, C, invariabilmente fra loro congiunti da rette, si determina prima nel modo indicato quello di A e B in D, indi l'altro di D e C in E, che sarà quello dei tre corpi suindicati (Tav. 2 fig. 24) Considerandosi infatti raccolte le due masse A e B in D, il centro di gravità di D e C è quello de' tre corpi costituenti il sistema. È questo metodo applicabile alla determinazione del centro di gravità di quattro, dieci o di qualsivoglia numero di corpi.

216. Tutti i mezzi dunque di determinare il centro delle forze parallele possono impiegarsi a rinvenire quello della gravità de' corpi (1). Tanto praticano i

(1) Poisson tom. I. §. 2. n. 99.

matematici per mezzo del calcolo. Considerando essi le linee, le superficie ed i solidi come tanti sistemi di punti egualmente pesanti, e quindi uniformemente densi, o come sistemi di punti attratti da forze eguali e parallele; determinano i loro centri di gravità colla ricerca di quei della figura e grandezze de' corpi; poichè nell'ipotesi dell'uniforme densità di un corpo il *centro della sua grandezza* o *della sua figura*, ossia il punto collocato nel mezzo del suo perimetro non può essere che il centro della gravità o della massa, e la divisione di un corpo in due parti eguali non è che la partizione di un tutto in due masse eguali che si controbilanciano.

217. Volendosi quindi attribuire la gravità anche alle linee ed alle superficie, il centro di essa, per una linea è nel suo mezzo; per un cerchio o per una sfera è nel suo centro, come quel punto intorno al quale esistono ad egual distanza da esso parti di eguale gravità, avendo esse un eguale momento; e per una figura piana o solida dotata di un diametro bisecante tutte le sue ordinate, e passante pel centro di tutte le sue sezioni parallele, è in questo diametro; onde nel caso di due diametri concorrenti in un punto, il centro di gravità della figura è il punto di concorso (§. 211), comune a tali diametri, sui quali reggendosi tutte le ordinate, perchè da essi bisecate, si equilibrano.

218. Il centro di gravità di un parallelogrammo è quindi il punto d'intersezione delle sue diagonali; quello di un triangolo è ad $^1/_3$ della sua altezza verso la base. Imperciocchè divisi per metà in E e D i lati AB ed AC del triangolo ABC (Tav. 2 fig. 25) e ti-

rate le rette CE, BD il punto d'intersezione F sarà il suo centro di gravità, e sarà sempre la parte FD verso la base AC un terzo di tutto il diametro BD, come ancora FE un terzo di CE. Imperocchè congiunta la DE sarà parallela a CB, segando per mezzo amendue gli altri lati; e sarà CB doppia di DE, siccome CA è dupla di AD; ma per la similitudine de' triangoli CBF, DFE, sarà BF : FD :: CB : DE; dunque BF è dupla di FD, onde questa sarà un terzo di tutta la DB. Quello di un poligono qualunque è il punto d'intersezione delle rette congiungenti i rispettivi centri di gravità dei triangoli, in cui esso è divisibile. Così diviso il trapezio ABCD (Tav. 2 fig. 26) dalle rette AC, BD nei quattro triangoli ABD, BDC, DAC, BAC, il punto I d'intersezione delle rette EF, GH congiungenti i rispettivi centri di gravità E, F, H, G de' triangoli, determinati col precedente metodo, è il centro di gravità ricercato.

219. Quello di una piramide triangolare è a $^3/_4$ della sua altezza. Tirati infatti i diametri CE, AE nei due triangoli BCD, ABD (Tav. 2 fig. 27), tagliate rispettivamente le terze parti EH, EF, e tirate le rette CF, AH, il punto d'intersezione I di queste sarà il centro di gravità della piramide, perchè comune a due rette, ognuna delle quali passando pel centro di gravità della base corrispondente, passa per quei di tutte le sezioni triangolari ad essa base parallele; or questo punto dista dalla base BCD per IH $= {}^1/_4$ di AH : imperocchè congiunta HF, essendo simili i triangoli FIH, AIC, sarà AI : IH :: AC: FH; o come AE: EF, e però AI è tripla di IH, onde sarà AH quadrupla di IH.

220. Alla stessa distanza dalla base è infine il centro di gravità di una piramide poligona o di un cono, essendo quella decomponibile in più piramidi triangolari, e potendosi considerar questo come una piramide poligona d'innumerabili lati.

ARTICOLO III.

DEL CENTRO DI GRAVITÀ NEL CORPO UMANO.

221. L'uomo al pari di ogni animale ha il suo centro di gravità. Applicando il celebre Alfonso Borelli sull'angolo di un prisma triangolare una tavola con un uomo vivente disteso al di sopra (Tav. 2 fig. 28) provò che quando questo si regge in piedi colle braccia e le gambe parallele il suo centro di gravità esiste nella direzione della perpendicolare all'orizzonte, che passando tra le natiche ed il pube cioè per il perineo, e propriamente per il centro del rafe, cade tra i piedi, e propriamente in un punto di siffatta linea situato un poco al di sotto dell'ombelico. Avendo però osservato il nostro Canonico de Bernardi che nel giacere orizzontalmente sull'acqua colle braccia incrocicchiate sul petto, il suo corpo sommergevasi quando con un bastone era compresso sotto lo sterno, e specialmente sulla cartilagine ensiforme, ivi ripose il centro di gravità del corpo umano; e non convenne con Borelli che quando fece attenzione alla natura del sito, in cui bisognava applicare la forza di compressione attesa la resistenza che l'acqua oppone più al dorso ed alle spal-

le che agli arti inferiori (1). Entrambi per altro si sono apposti al vero, il primo bensì pel sito del centro di gravità, ed il secondo per quello del volume del corpo umano.

222. Essendo l'uomo destinato a reggersi in piedi, è disposto ad equilibrarsi perfettamente in ambi i lati; ond'è che sono uniche le parti del suo corpo situate nel mezzo, come la fronte, il naso il mento, l'addome ec., e raddoppiate tutte le altre che sono nei lati, come gli occhi, le orecchie, le braccia, e simili.

223. È sorprendente la sagacità quasi istintiva, con cui regolar sogliamo la direzione del centro di gravità del nostro corpo ne' diversi usi che ne facciamo. Quando sediamo, la linea di direzione cade sul posto che occupiamo; nè possiamo alzarci diversamente che chinando la testa, il tronco e le ginocchia verso il davanti, per trasportare la detta linea tra le piante de' piedi. Ci reggiamo su questi quando essa cade nello spazio quadrangolare compreso nell'esterno contorno de' piedi; onde siamo in questo caso più fermi tenendo le gambe alquanto disgiunte, che i piedi fra loro uniti. Questa fermezza si diminuisce tenendo le gambe l'una

(1) Il centro di gravità della statua di un uomo non è riposto nello stesso punto, in cui è quello del di costui corpo. Essendo vuota al di dentro, le cavità non sono nel medesimo sito, nè della stessa grandezza, che nel corpo umano. Essendo piena, il suo centro di gravità è più elevato di quello dell'uomo, attesa la preponderanza della sua parte superiore su quella del di costui corpo. Volendosi quindi fissare una statua in qualche luogo, specialmente se sia esposto al vento, si deve far cadere la linea di direzione nel

dietro l'altra, od i piedi l'uno sull'altro in una sola linea, e si accresce quando per aumentare lo spazio compreso tra i piedi si allargano questi parallelamente. Per reggerci su di un piede ci chiniamo un poco dal lato ad esso corrispondente, per trasportare la linea di direzione sulla pianta di quello. Qualora camminiamo, alzando per esempio il piede destro, ci inchiniamo sulla sinistra finchè la linea di direzione cada sul piede sinistro, che diventa in tal caso tutta la nostra base, e così successivamente; onde tutto l'artifizio consiste nel portare la linea di direzione alternativamente dall'uno sull'altro piede. Dal che s'inferisce, di non poter descrivere la linea di direzione nel piano, su cui camminiamo, che una linea flessuosa. L'alternativo passaggio del nostro corpo dall'uno all'altro piede ci riesce troppo facile nel camminare per poterlo avvertire; e non ci è sensibile, che negli incerti moti de' piedi e del corpo de' ragazzi non peranche avvezzi. I vecchi curvati in avanti dal peso degli anni non possono reggersi in piedi senza bastone, perchè uscendo la linea di direzione dai piedi, a causa della curvità, cade tra questi e quello in una base da esso accresciuta.

224. Nel fare una ripida salita o nel sormontare il giogo di un monte chiniamo il corpo in avanti, e tanto di più quanto è dessa più erta, perchè tenendoci ritti sui piedi la linea di direzione potrebbe cadere all'in-

mezzo della sua base; e qualora la struttura della statua non vi si presti, bisogna fermarla con maggior forza nel lato più lontano dal centro di gravità.

dietro fuori di questi. Nello scendere chiniamo il corpo indietro per non cadere in avanti trascinati dalla linea di direzione. Non facciamo insomma in ambo i casi che situare il nostro corpo in modo da far sempre cadere la linea di direzione tra i piedi.

225. Chi porta un carico sul dorso si curva in avanti, poichè formando in tal caso il suo corpo col fardello un sistema, per la linea di direzione uscita dai piedi cadrebbe indietro. Le donne incinte al contrario si curvano indietro al più possibile pel peso del feto, che minaccia di farle cadere in avanti.

226. L'arte pericolosa dell'equilibrio e del ballo si fonda su questo principio. I ballerini da corda movendo in varii sensi un bastone bene impiombato che hanno in mano, mantengono la linea di direzione del loro corpo sulla fune che n'è la base. Tutti i movimenti infine, che si fanno per equilibrarsi quando si corre rischio di cadere, o quando si vuol prendere una straordinaria positura, e che lungo sarebbe il partitamente esporre, non tendono che a portare la linea di direzione nello spazio in cui l'equilibrio può aver luogo.

CAPITOLO V.

DELL'EQUILIBRIO DEL SISTEMA FUNICULARE.

227. Sogliono impiegarsi le funi a trasmettere l'azione delle forze immediatamente, o per mezzo delle macchine. Osservato il modo in cui le funi partecipano dell'azione di queste, fa d'uopo conoscere gli effetti

delle forze agenti l' una sull' altra per mezzo delle funi e da queste equilibrate.

228. Or la *macchina funicolare* non è che quella, in cui per sostenere de' pesi od equilibrare delle potenze s'adoperano delle funi insieme unite con uno o più nodi fissi o scorrevoli. Costano queste di più filamenti vegetabili attorcigliati in numero corrispondente alla loro spessezza. Quando gli assi delle funi sono retti, si riguardan esse come cilindri; ma per dar loro siffatta direzione bisogna tirarle per gli estremi. Si avverte allora per la loro imperfetta flessibilità una resistenza, detta *rigidezza delle funi*, la di cui intensità è sempre proporzionale alla loro spessezza. Per un tratto di astrazione vanno considerate le funi come perfettamente flessibili e prive di peso, e le forze come agenti secondo i loro assi.

229. Nel caso di scambievole azione di due forze applicate agli estremi di una fune, è questa tirata in sensi opposti da due potenze tendenti a spezzarla. Se la coesione delle sue parti supera l'intensità delle forze stiranti, essa presenta loro un' eguale resistenza, detta *tensione*.

230. In una fune attaccata per un estremo ad un punto fisso e stirata per l' altro da una potenza, agendo questa su di quello per mezzo della fune, la sua tensione non può eccedere la potenza che la distende. Sostituita al punto fisso una forza eguale ed opposta all'altra, facendo essa le veci di quello non può aumentare la tensione della fune: quindi *la tensione di una fune è espressa da una delle due forze da essa equilibrate.*

231. Nel caso di due forze opposte e diseguali la fune, dovendo cedere alla forza maggiore, sarà trasportata nella direzione di questa dall' eccesso delle due forze motrici (§. 171), senza provare nuova tensione. Supponendo infatti che una forza = 12 tiri per un estremo una fune, vi ubbidisce questa pienamente, nè prova alcuna tensione, non essendo il suo movimento contrariato. Agendo però sulla fune due forze opposte, una = 12, e l' altra = 8; le sue parti debbono stirarsi tanto quanto è la forza che contrasta l' effetto della più vigorosa: quindi *la tensione di una fune stirata da forze diseguali ed opposte è misurata dalla minore di esse.*

232. Supponendosi poi agire in sensi opposti tre forze P, P′, P″ per mezzo di tre funi unite da un nodo nelle direzioni PC, P′C, P″C (Tav. 2 fig. 29); poichè le due ultime sono rappresentate dalle parti CB, CD delle loro direzioni, lo sarà la prima da CA eguale ed opposta a CE risultante delle altre due; quindi *tre forze che si equilibrano nel sistema funiculare, sono fra esse come i lati del triangolo* CBE, ossia P : P′ : P″ :: CE: CB : BE.

233. Rimpiazzata la forza P da un punto fisso (Tav. 2 fig. 29), la tensione della fune a questo attaccata è sempre eguale a CE, risultante delle altre due P′ e P″. Attaccato il sistema funicolare a due punti fissi P e P′, ed annesso un peso qualunque all' estremo della fune pendente; il lato CE del parallelogrammo CFDE, costrutto sulla lunghezza CD presa ad arbitrio per rappresentare l' intensità della forza P″, esprimerà la tensione della fune CP, ed il lato CF la tensione dell' altra CP′.

324. Alle funi insieme congiunte da un sol nodo so-

stituendosi una sola ACB fissa per le sue estremità ne' punti A e B (Tav. 2 fig. 30), suppongasi agire la forza P per mezzo di una fune fissata nell'anello C liberamente scorrevole lungo la detta fune. Non potrà questa essere in equilibrio intorno all'anello che quando sarà egualmente tesa, andando in altro caso l'anello dal lato della più debole tensione. Dovendo quindi eguagliarsi tra loro le tensioni AC, BC, la forza P partirà egualmente l'angolo ACB, e l'anello scorrerà sino a che questa condizione non si sarà verificata.

235. Quanto meno considerevole sarà il peso o lo forza P (Tav. 2 fig. 30), l'angolo ACB sarà più grande; ma per piccolo che qnello sia, questo esisterà sempre. Non si può quindi stendere una fune od una catena per mezzo di due forze eguali e direttamente opposte, perchè, non riguardandosi entrambe come rette senza peso, ma cariche in ogni punto di pesi infinitamente piccoli, debbono questi necessariamente produrre degli angoli ottusissimi, ond'esse debbono prendere una forma curvilinea proporzionale al loro peso. Una fune dunque o catena non può essere in linea retta che nella posizione verticale; ond'è che non possono impiegarsi per l'esatta misura della lnnghezza o larghezza di un fossato alquanto considerevole.

236. La genesi della curva prodotta da una fune pesante sospesa pe' suoi estremi, la sua esistenza in un solo piano, e le condizioni del suo equilibrio sono di facile dimostrazione. Se infatti per gli estremi A e B si fissi una fune ACDEFB (Tav. 3 fig. 4) sospendendovi ne'punti C, D, E, F i pesi P, P', P'', P''', si piegherà dessa in un poligono, e quando tutte le parti del si

stema si saranno disposte nello stesso piano verticale si metterà in equilibrio. Le tensioni CA, CD ed il peso CP, essendo tre forze in equilibrio, restano immobili nello stesso piano; e rappresentando CP una perpendicolare, CA, CD, CP sono in un piano verticale. Le tre rette DC, DE, DP′ sono per la stessa ragione anche in un piano verticale; ma DC fa parte del primo e del secondo sistema; dunque entrambi sono nello stesso piano verticale; e procedendo nello stesso modo per gli altri lati del poligono è chiaro che l'intero sistema esiste in un piano normalmente abbassato dai punti A e B. Or supponendosi distribuiti in tutta la lunghezza della fune de' pesi eguali, ossia rendendosi essa pesante, il poligono sarà rimpiazzato da una curva continuata, esistente come quello in un piano verticale menato dai due punti ove ne sono sospesi gli estremi. La curva così prodotta dal peso della fune dicesi *curva funicolare*, o *curva catenaria*, producendosi anche da una catena egualmente sospesa per gli estremi ed abbandonata alla sola azione della sua gravità.

237. Se una fune pesante ACB (Tav. 3 fig. 1) si attacchi ai punti A e B situati su di una retta, si conformerà presso a poco nel modo espresso dalla figura. Tirate due tangenti dagli estremi della curva, e prolungate sino ad incontrarsi nel punto G; la perpendicolare innalzata da questo punto passerà pel centro di gravità della curva. Riguardate infatti le tangenti come il prolungamento dei lati estremi, la perpendicolare GH contener dovendo la risultante di tutte le forze parallele che si equilibrano, ed eguagliarne quindi la somma, deve passare pel centro di gravità del sistema. Essendo

inoltre il peso totale di una fune come l'effetto di tanti piccoli pesi distribuiti in tutta la sua lunghezza, la perpendicolare GH non può non passare pel centro di gravità della fune. Or se il peso della fune si considera agire nella direzione della perpendicolare GH (§.203), prolungandosi questa, e costituendosi sulla parte GE, rappresentante il peso della fune, il parallelogrammo GFED, esprimerà GF lo sforzo sofferto dal punto B, e GD quello sofferto dal punto A.

238. Un chiaro esempio della curvatura delle funi prodotta dal loro peso si offre dai lunghi sartiami, coi quali si tirano sulle sponde i palischermi e le diligenze di acqua, altrimenti dette *scafe*. Si curvano questi cordami in modo da sembrare rallentati e fluttuanti, benchè il moto della barca assicuri della gran tensione ch' essi provano. Impiegandosi però le funi a tirare, si avverte l'azione della potenza sulla resistenza nel senso della tangente alla curva da esse formata, onde perder non devesi alcuna quota di forza per la sfavorevole direzione di questa tangente. Nel moto quindi della resistenza su di un piano orizzontale, non deve contro di questo dirigersi, nè su di esso elevarsi la tangente alla curva nel punto di attacco, essendovi in ambi i casi perdita di forza, che non ha luogo quando la tangente è parallela al piano.

239. La così detta *curva di equilibrio*, di grand' uso nell' Architettura per la costruzione delle volte, dei ponti e simili, non è che una curva catenaria rovesciata; onde ciocchè conviene a questa si appropria a quella. In queste specie di volte gli archi si equilibrano da loro stessi, e non esercitano su i piè dritti che una pres-

*

sione verticale. Suol profittarsi della curva catenaria anche per la costruzione de' ponti sospesi a catene di ferro. Attaccata una corda AB (Tav. 2 fig. 31) pe' suoi estremi ai punti A e B sitnati su di una retta orizzontale; un poco più lungi vi è un' altra corda eguale e parallela alla prima, e situata in modo che i quattro punti fissi costituiscano i vertici di un rettangolo orizzontale. Situato al di sotto di questo un piano ad esso parallelo, si divide ogni corda in parti eguali *ab*, *bc*, *cd*, ec., e dai punti di divisione si abbassano snl piano orizzontale delle perpendicolari. Or costituendosi dell' uno e delle altre un sistema, e piazzandosi questo su di uno scavo, il piano può servire di passaggio (1). Per questa costruzione le perpendicolari sono delle corde liberamente sospese. Unendosi con delle traverse i piedi di due perpendicolari egualmente situate in ogni corda, tutte queste traverse saranno in un medesimo piano orizzontale. Mettendosi un pavimento su tutte queste traverse, si avrà il chiesto piano. Essendo questo pavimento così sospeso, la corda è tirata dal proprio peso e da qnello de' sospensorii e delle corde, onde, modificata così la sua conformazione, prende l' aspetto di un'altra curva molto somigliante alla parabola secondo la dimostrazione fattane dal Barone Pupin.

(1) Si sono già costrutti nel nostro Regno due ponti sospesi a catene di ferro sotto la direzione del Cavaliere D. Luigi Giura. Il primo cioè il *Ferdinandeo* è sul Garigliano, e'l secondo, il *Cristino*, sul Calore. Quello è trafficabile dall' Aprile del 1832, e questo dallo stesso mese del 1835.

CAPITOLO VI.

Dell'equilibrio delle macchine.

240. I principii finora stabiliti rendono ragione dell' uso di tutte le diverse specie d' istrumenti impiegati nell' esercizio delle arti per provvedere ai varii bisogni della vita. Superandosi pel loro mezzo gli ostacoli che si oppongono al moto de' corpi che si vuol produrre, prendono in generale il nome di *macchine*, e non sono che sistemi di corpi attivati da forze applicate ad un punto fisso.

241. Essendo dunque la macchina un istrumento situato su di un punto d' appoggio per far agire una potenza su di un corpo resistente posto fuori la direzione di essa affine di comunicargli o toglierli il moto, di accelerarlo o ritardarlo, o di regolarne comunque la celerità o la direzione; non è dessa costituita che dalla *potenza* o *forza motrice*, dalla *resistenza*, e dal *punto di appoggio* ad entrambe comune.

242. Un peso da innalzarsi, un ostacolo da vincersi, essendo delle forze che si oppongono, diconsi *resistenze*. Le forze destinate a contrariarle e superarle chiamansi *potenze*, come l' urto istantaneo, o continuato, la pressione di un grave, di una molla, dell'uomo, o di un animale. Il punto fisso, che soffre l' azione delle due forze opposte, cioè della potenza, e della resistenza, nomasi *punto di appoggio*, che suole anche riguardarsi come una forza agente in opposizione delle due altre.

243. L'applicazione della potenza ad una macchina

non può metterla che in equilibrio od in moto. Equilibrandosi nel primo caso la potenza e la resistenza su di un punto di appoggio, la loro risultante si annienta contro il punto fisso dell'apparecchio; nel secondo caso si produce un'azione. Se stabilito l'equilibrio, si aumenti per poco l'intensità della potenza, si vince e si mette in azione la resistenza. Applicandosi alle macchine la teoria dell'equilibrio, non si può questo stabilire che intorno ad un punto di appoggio tra una potenza ed una resistenza qualunque.

244. Le potenze di qualsivoglia origine sono sempre il prodotto di una massa moltiplicata per una celerità. Or essendosi dimostrato di essere tra loro eguali le quantità di moto, ossia i momenti di due corpi, quando le loro velocità sono in ragione inversa delle masse (§.185); una potenza, che si sforzasse di vincere una resistenza, si metterebbe in equilibrio quando la velocità dell'una di tanto eccedesse quella dell'altra, di quanto la massa di questa eccedesse la massa di quella.

245. È questa la causa dell'efficacia delle macchine, per essere costruite in modo che scemando la velocità dei pesi, ossia delle resistenze, aumentano quella delle potenze che cercano di superarle; ond'è che procurano di controbilanciare e vincere con una piccola potenza resistenze di gran peso.

246. Un uomo capace d'innalzare un peso di 25 libbre all'altezza di 5 piedi per ogni 1″, non potrà mai elevare direttamente con questa forza alla medesima altezza una massa di 1000 libbre, eppure in un tempo molto maggiore, essendo annientato da una resistenza più grande l'effetto prodotto dalla sua forza in ogni minu-

to secondo. Impiegando però una macchina atta all'uopo, eleverà la massa resistente che prima non potea; poichè quella cumulerà tutti i piccoli effetti tante volte ripetuti quanti ne occorrono onde la loro somma equivalga all'effetto totale, cioè all'elevazione di 1000 libbre a 5 piedi. Potrà egli quindi colla macchina di tanto elevare in un secondo la resistenza, ossia potrà imprimerle tale velocità dal basso in alto, che lo spazio percorso da questa in 1'' sia di tanto minore di 5 piedi, di quanto 1000 libbre eccedono 25; ma 25: 1000 : : 1: 40; dunque la velocità della resistenza sarà la quarantesima parte di quella della potenza, ossia quest' uomo eleverà colla macchina la resistenza di 1000 libbre all'altezza di $1/8$ di piede nello stesso tempo, in cui senza la macchina eleverebbe a 5 piedi una massa di 25 libbre. L' effetto in vero prodotto da quest' uomo essendo = 125, ossia eguale al prodotto della forza moltiplicata per la celerità e pel tempo; questo momento eguaglia quello della resistenza; ossia essendo le velocità in ragion inversa delle masse, i momenti della potenza e della resistenza risultano eguali, cioè $25 \times 5 \times 1'' = 125$, e $1000 \times 1/8 \times 1'' = 125$, ed esse si equilibrano. Or se lo stesso uomo in 1'' eleva la resistenza di 1000 libbre ad $1/8$ di piede, per elevarla all' altezza di 5 piedi v'impiegherà il tempo di 40'', poichè $1/8 p : 5p :: 1 : 40$. È dunque chiaro, 1. che *le macchine non aumentano l' energia della potenza, ma somministrano il mezzo d' impiegarne un piccolo sforzo in modo da bilanciarne uno maggiore della resistenza; rendendoci così capaci di produrre un moto, di cui senza di esse non saremmo capaci*; 2. e che *in ogni macchina si perde*

in tempo ciocchè si guadagna in forza, *ed al contrario.*

247. Benchè a tutte le macchine applicar si possa lo stesso principio dell' equilibrio; pure si distinguono esse fra loro secondo la diversa natura e posizione della resistenza che debbono vincere. Così la macchina atta ad innalzare un peso non può comprimere un corpo, e quella che può fendere una pietra non può respingerla. Si numerano quindi sei specie di macchine, la *Leva*, la *Puleggia*, l' *Asse nella ruota*, il *Piano inclinato*, la *Vite*, ed il *Cuneo*, che diconsi *semplici* a differenza delle risultanti dalla loro unione, che diconsi *composte*.

CAPITOLO I.

DELLA LEVA.

248. Chiamasi *Leva* oppure *Vette* una verga inflessibile, dritta o curva, che poggiando su di un punto, intorno a cui possa liberamente girare, trasmette l'azione di una potenza ad una resistenza. Questo punto dicesi *punto di appoggio*, *ippomoclio* o *fulcro*. Qualora le forze sono parallele, le distanze comprese tra il punto di appoggio e quello d'applicazione della potenza e della resistenza diconsi *braccia della leva* corrispondenti a queste forze; se poi le forze sono obbliquamente applicate, il braccio della leva corrispondente a ciascuna forza è rappresentato dalla lunghezza della perpendicolare abbassata dal punto di appoggio sulla direzione di questa forza o sul suo prolungamento. Or potendo

la potenza e la resistenza essere variamente disposte riguardo all' ippomoclio, e quindi variare l'energia della leva; si distinguono secondo questa diversa disposizione più specie di leva. Quando l'ippomoclio è fra la potenza e la resistenza si ha la *prima specie di leva* (Tav. 3 fig. 2); se la resistenza è fra l' ippomoclio e la potenza si ha la *seconda specie di leva* (Tav. 3 fig. 13); e quando infine la potenza è tra l' ippomoclio e la resistenza si ha la *terza specie di leva* (Tav. 3 fig. 14). La ricerca delle condizioni di equilibrio tra la potenza e la resistenza in ognuna delle tre specie di leva, suppone questa priva di peso.

249. L' equilibrio di qualunque specie di leva esige che la potenza e la resistenza agiscano nello stesso piano, non essendovi risultante senza il concorso delle forze, che non può verificarsi agendo queste in diversi piani. In tal caso la leva attivata dalle due forze girerà intorno al suo punto di appoggio, considerato per ciò come il centro de' momenti, per cui *in ogni specie di leva v' è equilibrio quando i momenti della potenza e della resistenza riguardo al punto di appoggio sono tra loro eguali, ossia quando la somma de' momenti riguardo al punto di appoggio è nulla*. È questa l' origine della teoria de' momenti.

250. Ed invero quando la leva è dritta, e le direzioni della potenza e resistenza sono perpendicolari al suo piano vi è equilibrio se $R \times AC = P \times BC$ (§. 188) (Tav. 2 fig. 6), ossia *se la resistenza contiene tante volte la potenza quante la lunghezza del braccio della potenza comprende quelle del braccio della resistenza*. Supponendo infatti $R = 10$ libbre, $P = 1$ libbra, $AC = 1$

piede, BC=10 piedi; il momento prodotto dalla resistenza moltiplicata per lunghezza AC sarà eguale a quello della potenza moltiplicato pel braccio BC. Dunque *in ogni specie di leva vi è equilibrio quando la potenza e la resistenza sono in ragione inversa delle braccia della leva.*

251. Può questa verità provarsi col seguente sperimento. Se alla 3.ª parte del braccio CB della sensibile bilancia AB (Tav. 3 fig. 4) si sospendano i tre pesi *b*, *c*, *d*, di un' oncia ognuno, ed il peso *a* anche di un' oncia alla 9.ª parte dell' opposto braccio CA, i pesi e la bilancia si equilibreranno. Formando entrambi un sistema di corpi, di cui il centro C si riguarda come un punto fisso, l' asta AB come una retta inflessibile, ed i pesi animati dalla gravità come tante forze parallele agenti nella stessa direzione; la risultante di queste n' eguaglia la somma (§. 169); ed essendo questa risultante annientata dal punto fisso del sistema, resta questo equilibrato. Ma la risultante non può dal punto fisso annientarsi senza essere i pesi, o le forze in ragione inversa delle distanze perpendicolari dal punto fisso, in cui son essi collocati (§. 189) (1). Dunque nella prima specie di leva non vi è equilibrio se le forze non sono tra esse in ragione inversa delle distanze dal punto d' appoggio.

252. Nel caso poi dell' obbliqua applicazione della

(1) In fatti il peso di un' oncia è nella 9.ª parte e quello di tre oncie nella 3.ª ; ossia 1 oncia sta a 3 once, come la distanza 3 alla distanza 9 ; e volendosi trasportare il peso *a* dalla 9.ª all' 3.ª parte o più in là , l' equilibrio si turberebbe all' istante.

potenza e resistenza ad una leva v'ha equilibrio quando due forze sono in ragione inversa delle perpendicolari CD, CE (Tav. 3 fig. 5) e non delle braccia CA, CB; poichè siffatte perpendicolari tirate dal punto di appoggio C, ove necessariamente i momenti delle forze agenti si annientano, sulle direzioni di queste, saranno in ragione inversa delle medesime; onde ciascuna forza moltiplicata per la perpendicolare tirata sulla sua direzione darà lo stesso prodotto (§. 193). L'obbliqua applicazione quindi della potenza e della resistenza ne diminuisce l'energia nella stessa ragione in cui la lunghezza delle perpendicolari CD, CE diminuisce riguardo a quella delle braccia CA, CB della leva. Scomponendo infatti la potenza P nelle due BG, BF, o BG, GE, l'una nel senso della lunghezza della leva e l'altra in quello della perpendicolare alla medesima; si osserva che la sola forza perpendicolare agisce sulla leva, non tendendo essa che a farla girare, mentre l'altra BG opera contro il punto di appoggio.

253. Se la leva invece di esser dritta fosse curva (Tav. 3 fig. 6), le sue braccia non potendo rappresentare le perpendicolari tirate dal punto d'appoggio sulle direzioni della potenza e della resistenza, non costituirebbero equilibrio. Nel caso dunque dell'azione perpendicolare della potenza P e della resistenza R vi sarebbe equilibrio se esse fossero in ragion inversa delle perpendicolari CA, CB tirate dall'ippomoclio C ai punti d'applicazione delle due forze; come nel caso dell'azione obbliqua della potenza P′ e della resistenza R′ l'equilibrio avrebbe luogo se esse fossero in ragione inversa delle perpendicolari CD, CE abbassate dal

punto di appoggio C sulle prolungate direzioni P'F , R'F della potenza e resistenza (§. 193) (1). È quindi chiaro che la formola dell' equilibrio della leva, esprimente che il rapporto della potenza alla resistenza è in ragione inversa delle braccia della leva, non è generale come quella che dichiara *esservi equilibrio in ogni specie di leva quando la potenza e la resistenza sono in ragione inversa delle perpendicolari tirate dal punto di appoggio sulle loro direzioni.*

254. La distinzione delle tre specie di leva (§.248) non essendo di alcuna importanza in teoria , queste tre macchine non ne formano in fatto che una sola , poichè infine la potenza, la resistenza, ed anche l'ostacolo, su cui queste forze premono, possono considerarsi come tre forze che scambievolmente si annientano. Se infatti le due forze P ed R (Tav. 3 fig. 7.) sono in equilibrio intorno all' asse A ; descrivendo col centro A un arco circolare CEI, si potrà trasportare la forza R in E, od in S senza turbare l' equilibrio, purchè la sua applicazione sia tangente di quest' arco, e tenda a far girare il corpo nella stessa direzione di R, talchè si potrà rendere le forze P ed R parallele, o cangiare la leva di prima in quella di seconda specie oppure di terza, cangiando la potenza in resistenza ed al contrario.

(1) La leva curva , come il manubrio , la tenaglia e simili , non s' impiega spesso in Meccanica per dare alla potenza qualche vantaggio , che neppur le viene dalla leva dritta, non essendo le vere braccia della leva che le perpendicolari abbassate dal fulcro sulle direzioni delle forze ; ma per non far deformare o guastare il filo di metallo o di legno , per meglio afferrare l'oggetto e non farlo scorrere, o per altri motivi.

DELLA PRIMA SPECIE DI LEVA.

255. Dicesi leva di prima specie quella in cui l' ippomoclio è tra la potenza e la resistenza (§. 248). Or se agli estremi di questa leva di una data lunghezza, che abbia il punto di appoggio in mezzo, si applichino due forze, cioè la potenza, e la resistenza, resterà essa in equilibrio quando queste saranno eguali fra loro; non potendo, sollecitata da forze eguali, declinare da alcun lato. Lo stesso avverrebbe se le due forze invece di essere applicate verticalmente parallele, lo fossero obbliquamente. Ma se il punto d' appoggio invece di essere in mezzo della leva si trovasse, per esempio, al quarto di essa, in modo da restar questa divisa in due braccia, l' uno triplo dell' altro; l' equilibrio avrebbe luogo qualora la forza applicata all' estremo del braccio corto fosse tripla di quella applicata all' estremo del braccio lungo.

256. Per mezzo qnindi di siffatta leva una libbra ne sosterrebbe tre; e quanto più il punto di appoggio si avvicinasse ad un estremo della leva, tanto più la forza applicata all' altro potrebbe equilibrare una forza maggiore. Così una libbra potrebbe sostenerne dieci o cento se la sua distanza dall' ippomoclio fosse dieci o cento volte più grande. È chiaro dnnque che questa specie di leva mette in equilibrio forze fra loro oltremodo ineguali, e col suo mezzo può un uomo sostenere e sollevare un peso enorme e molto superiore alle sue forze. Per dare Archimede un' idea del prodigioso vantaggio di questa specie di leva, e mostrare di non

possano da essa equilibrarsi, avvertì colla pur troppo risaputa sentenza: *da ubi consistam*, *coelum terramque movebo* (1), che il solo peso di un uomo potrebbe equilibrare il peso enorme del nostro globo, applicandosi entrambi all' estremità d' una vette, il cui punto d' appoggio fosse di tanto più vicino alla massa terrestre, di quanto il peso di questa eccede quello di un uomo.

257. Essendo l' equilibrio un effetto dell' eguaglianza ed opposizione delle forze, se la leva lo stabilisce tra masse diseguali, dovrebbero esser queste eguagliate dalle celerità virtuali, ch' esse forze producono e che entrano come elementi nel loro calcolo. Nel caso infatti che dopo stabilito l' equilibrio la leva faccia un piccolo movimento intorno al suo punto di appoggio, i suoi estremi percorrono nello stesso tempo degli spazii proporzionali alle loro distanze dal punto di appoggio (§. 188); il che anche prova non potersi in Meccanica guadagnare forza senza perdita di tempo. Volendosi quindi sostenere un peso di cento con una forza di dieci libbre, deve impiegarsi una leva col punto d' appoggio situato dieci volte più vicino alla resistenza. Ma volendosi questa mettere in moto dopo di aver aumentato la potenza di una convenevole quantità, scorrerà quest' altra nello stesso tempo uno spazio dieci volte maggiore di quello scorso dalla resistenza; per elevare quindi la resistenza di un pollice è d' uopo far discendere di dieci pollici il punto a cui è applicata la po-

(1) Dammi fuor della terra un punto solo,
Ed io scardinerò la terra e 'l polo.

tenza; onde se questa scorre lo spazio di dieci pollici in un minuto, monta quella di un pollice nello stesso tempo. Avendo con questi principii cercato alcuni Fisici di determinare la lunghezza della leva con cui Archimede avrebbe potuto mettere la terra in equilibrio, e la velocità che avrebbe dovuto eccitare per rimuoverla d'una piccola quantità, hanno rinvenuto di esser tale il peso della terra, che posto il fulcro anche alla piccola distanza di 6000 miglia dal suo centro, il braccio della leva, al di cui estremo Archimede avrebbe dovuto agire, avrebbe dovuto esser lungo 12 quadrilioni di miglia; e nel caso in cui avesse potuto agire colla velocità di una palla di cannone, avrebbe dovuto impiegare 27 bilioni di anni per rimuovere la terra di un pollice. Il risultato di questo calcolo sempre più conferma lo stabilito principio, cioè di essere nelle macchine le masse ed i tempi reciprocamente proporzionali (§. 246).

258. Benchè la prima specie di leva sia una verga ordinariamente rettilinea, può essere però anche zancata o piegata ad angolo; ed in tal caso diccsi *leva a gomito o leva curva*. Il suo punto d'appoggio è allora nell'angolo A (Tav. 3 fig. 8), la potenza P si applica all'estremo B, e la resistenza R in C. Qualunque sia la conformazione della leva, la teoria dell'equilibrio è sempre la stessa. Agendo le forze normalmente sulle braccia di essa, vi ha equilibrio se le forze P ed R siano fra loro in ragione inversa delle braccia BA ed AC; ma applicandosi le forze P' ed R' obbliquamente, l'equilibrio avviene se sono queste fra loro in ragione inversa delle perpendicolari AD, AE.

259. Non potendo la leva mettersi e mantenersi in equilibrio senza del punto d'appoggio capace di sostenere l'azione della potenza e della resistenza, fa d'uopo conoscere la carica di questo punto, anche perchè la prima specie di leva serve ad equilibrare delle masse fra loro oltremodo ineguali. Prescindendo dal peso della leva, che tutta gravita sul punto di appoggio; l'esser questo addetto ad annientare la risultante della potenza e della resistenza, dimostra che conosciuta questa risultante si conosce la carica del punto suddetto. Or le cennate due forze non possono applicarsi alla leva che perpendicolarmente (Tav. 3 fig. 2), od obbliqnamente (Tav. 3 fig. 5). Riducendosi esse nel primo caso a due forze parallele agenti nello stesso senso, la loro risultante (§. 188), ossia lo sforzo sostenuto dal pnnto di appoggio eguaglia la loro somma. Così, o che una leva sia caricata di due eguali pesi, ciascuno, per esempio, di 50 libbre, ed abbia il punto d'appoggio nel mezzo della sua lunghezza; o che porti due pesi l'uno di 10 e l'altro di 90 libbre, e sia il punto di appoggio nella decima parte della sua lunghezza; su di questo gravitano sempre gli stessi pesi, e quindi la sua carica è sempre di 100 libbre. Il modo adunque con cui i pesi si equilibrano, e quello con cui sono disposti sulla lunghezza della leva, sono indifferenti pel punto d'appoggio, soffrendo questo in ogni caso uno sforzo eguale alla loro somma. Può quindi stabilirsi che *la carica del punto* d'*appoggio della prima specie di leva eguaglia la somma della potenza e della resistenza* e riducendo l'una e l'altra a pesi, *la carica è eguale alla somma de' pesi.*

260. È tale illazione comprovata dal seguente sperimento. Nel mezzo di una piccola leva mobile AB (Tav. 3 fig. 9) ligata per gli estremi a due cordoni scorrenti sulle carrucole mobilissime C, D, e portanti ne'loro estremi i due bacini E, F per contenervi de' contrappesi, sia situata ad angolo retto un' altra leva simile alla prima e poggiante su di questa per la quarta parte della sua lunghezza. Posti ne' due bacini de' convenevoli contrappesi per conservare tutto il sistema in equilibrio talchè le leve restino orizzontali ed il loro peso sia annullato; si sospenda il peso di un' oncia al braccio lungo della seconda di esse, e quello di tre once al corto. Perchè tutto il sistema resti ancora in equilibrio converrà porre in ciascuno de' due bacini E, F il peso di due once.

261. Ciò prova in primo luogo che se due forze eguali, ciascuna di due once, tendono a far ascendere il sistema, il peso di quattr' once applicato nel mezzo della leva opponendosi a questo movimento lo controbilancia, perchè invece di riunirsi esse nel centro della prima leva sono distribuite a distanze reciprocamente proporzionali da questo punto, cioè un' oncia da un lato e tre once dall' altro; e l' equilibrio prodotto da questa disposizione prova che lo sforzo delle quattro once è lo stesso che se fossero applicate al punto della prima leva su cui poggia la seconda. La carica dunque del punto di appoggio è sempre la stessa tanto se i pesi sono eguali ed egualmente da esso distanti, quanto se sono diseguali e situati ad ineguali distanze dallo stesso.

262. Il punto d' appoggio poi sostenendo la resisten-

za del mobile e lo sforzo della potenza per vincerne il peso, soffre la massima pressione quando le due braccia della leva sono eguali essendo in tal caso la potenza eguale alla resistenza , e risultando doppia la pressione sul fulcro.

263. Nel caso poi dell' obbliqua applicazione delle forze, considerandosi per potenza e resistenza influente sull'equilibrio quella parte di esse, che agisce nel senso perpendicolare (§. 252) , la carica del punto d' appoggio non può eguagliare la somma dei pesi, ma quella parte di essi che agisce nel detto senso.

264. Oltre il peso della potenza e della resistenza il punto d' appoggio soffre anche quello della leva, da cui si è fatta sinora astrazione considerandola come una verga inflessibile e priva di gravità. Questo peso della leva riguardar devesi come una forza applicata al suo centro di gravità. Quando questo coincide col punto d' appoggio, il peso della macchina non produce alcun effetto, poichè equilibrandosi scambievolmente fra loro le braccia della leva la macchina è come se fosse priva affatto di gravità. Ma se il centro di gravità D (Tav. 3 fig. 2) è in un' altro punto diverso dall' ippomoclio, il suo momento $= M \times CD$ deve aggiungersi a quello della potenza o da esso sottrarsi secondochè cospira colla resistenza o colla potenza al movimento della leva. Se il centro di gravità D di questa è tra A e C, cospirando il peso M colla resistenza R , la potenza deve equilibrare il momento della resistenza e della leva, onde si otterrà l' equilibrio qualora $P \times B + M \times DC = R \times AC$. Ma se D è tra C e B , cospirando il peso M colla potenza, esso la favorisce in modo che talora la

resistenza può equilibrarsi dal solo peso dell' opposto braccio della leva, onde nel caso attuale si avrà l equilibrio qualora $P \times BC - M \times DC = R \times AC$. Quindi la formola comune non è che $P \times BC - (R \times AC \pm M \times DC) = o$.

265. La prima specie di leva è di un uso molto esteso nelle arti. Ad essa riduconsi moltissime macchine e specialmente la *Bilancia*. Costa questa macchina di una spranga d' acciajo temperato o di ottone AB (Tav. 3 fig. 10) detta *fusto*, la quale può rotar solo d' alto in basso mediante l' asse xy, che sostenuto dalla *staffa* EG divide il fusto in due parti simmetriche, di qualunque forma, ma equiponderanti, talchè la spranga nel suo stato naturale resta perfettamente orizzontale, come si ravvisa per mezzo dell' *ago* f normalmente saldato su di essa. Agli estremi del fusto sono sospesi con cordoni o catenelle equiponderanti le due *coppe* C, D, anche equiponderanti. Essendo quindi le *braccia della bilancia*, ossia le distanze dei punti di sospensione A e B dall' asse xy eguali e della stessa forma, tutto è eguale da ambi i lati, e la macchina dev' essere in perfetto equilibrio. Essendo incommodo l' uso della bilancia tenendone la staffa in mano, specialmente quando è grande, per mezzo di un anello mobile esistente nella parte superiore della staffa sospendesi ad un' asta verticale curva nell' alto, e stabilmente fissata nella base F.

266. Essendo la bilancia una macchina atta a rilevare la massa de' corpi espressa dal loro peso, *pesare un corpo* è trovare quanti pesi conoscinti, come acini, once, libbre ec. bisogna riunire per formare un peso to-

tale eguale a quello del dato corpo. Per ciò praticare si mette questo in una coppa, ed un noto peso, detto *contrapeso* nell' altra; la permanente situazione orizzontale del fusto equilibrato indica l'equiponderanza dell'uno e dell' altro alle seguenti condizioni: 1. che il fusto e le coppe siano orizzontali ed in perfetto equilibrio prima di essere caricati, onde il centro di gravità della massa deve ritrovarsi nella verticale procedente dal punto di sospensione o dal centro di moto per poterla considerare come priva di gravità; 2. che il momento del corpo M da pesarsi e quello del contropeso m sieno fra loro eguali, ossia che $M \times AG = m \times BG$; e quindi che le due braccia AG e BG, ossia le distanze dei punti, a cui sono appese le coppe, dal centro di moto, sieno esattamente eguali fra loro.

267. Per l' esattezza dunque della bilancia si richiede, che 1. le lunghezze delle due braccia prese dall'asse ai punti di sospensione delle due coppe siano perfettamente eguali; 2. il fusto sia inflessibile e di una resistenza proporzionale ai pesi da sostenersi, onde i mutui rapporti delle parti siano assolutamente eguali di forma, peso e posizione da ambi i lati dell' asse; 3. i pesi delle due coppe e dei rispettivi funicelli o delle piccole catene di sospensione siano eguali da ambi i lati; 4. l' asse di sospensione, e gli anelli, in cui questo è girevole, siano di acciajo molto duro e perfettamente brunito; onde per ovviare agli inconvenienti dell' attrito conformasi l' asse a prisma triangolare, ossia come dicesi *a coltello*, i di cui spigoli sono girevoli sugli anelli della staffa.

268. La bilancia è giusta 1. quando prima di cari-

carsi resta in perfetto equilibrio, che non potrebbe verificarsi se un lato fosse più pesante dell'altro; 2. quando pesati due corpi tra loro in equilibrio, questo sussiste anche dopo di averli cangiato di coppa. Se dopo la trasposizione la bilancia non resta equilibrata, le braccia del fusto sono eguali in peso, ma non in lunghezza, onde l'antecedente equilibrio non derivava da pesi eguali; poichè, essendo l'azione della potenza tanto maggiore di quanto lo è il suo braccio di leva (§. 255), si può diminuire uno dei pesi senza distruggere l'equilibrio, purchè lo si allontani proporzionatamente dall'asse. In tal caso il peso minore agisce sul braccio lungo della bilancia, onde cangiati di coppa i due pesi, prendendo ognuno il braccio di leva dell'altro, non può il fusto restare orizzontale. Questa fraudolenta bilancia, detta comunemente *falsa*, proscritta dalla probità e dalle leggi, quando non è carica mostra un'eguaglianza nelle dimensioni e nel peso di ogni sua parte, benchè le parti del braccio corto sieno realmente più gravi di quelle del lungo. Quando infatti le braccia d'una leva sono ineguali ed essa è in equilibrio, agendo il peso più lieve sull'estremità del braccio lungo, qualunque sostanza si mettesse da questo lato sarebbe necessariamente più leggiera del peso che la equilibrasse; onde sarebbe lo stesso che il pesare con una bilancia giusta servendosi di pesi falsi.

269. Un'esatta bilancia dev'essere non solo giusta, ma anche non *sorda*, nè *pazza*, cioè sensibile in modo che ogni piccolo aumento di peso ne possa alterare l'equilibrio; e pronta a riporsi in questo essendone rimossa, da non più traboccare per ogni piccolo disqui-

librio. Si dà alla bilancia la prima qualità diminuendone per quanto è possibile gli attriti, ed in pari circostanze tanto più facilmente qnanto più le braccia saranno lunghe purchè non si curvino; poichè aumentando la lunghezza del braccio il momento del peso applicato alla sua estremità ne facilita la rotazione. Per acquistar poi la bilancia la seconda qualità, il centro di gravità deve essere nella verticale che passa pel centro di rotazione, ed al più possibile prossimo a questo onde abbia luogo l'equilibrio stabilito (§. 209).

270. Richiedendosi per i dilicati esperimenti di saggio una bilancia esattissima, quella di Fortin in preferenza di ogni altra ha meritato la fiducia del Fisico e del Chimico. A tutti i caratteri richiesti dall'esattezza e sensibilità riunisce le seguenti qualità. Quando non se ne fa uso, il coltello non poggia sul piano che lo sostiene; ma per evitare gli effetti della continuata pressione innalzandosi due sostegni mobili I, K (Tav. 3 fig. 11) situati sotto le braccia A, B del fusto e terminati a forchette, lo sostengono senza sollevarlo. Volendosi far uso della bilancia, col moto orizzontale della manovella L si abbassano i sostegni, e girandola in senso opposto questi si rialzano e rimettono il fusto nello stato di riposo. Invece di esser situato sul fusto l'ago CD si prolunga sino al piede della bilancia ove oscilla su di un arco di cerchio graduato, e colle sue oscillazioni isocrone e di pochissima estensione indica il costituito equilibrio. Oltre le coppe principali E, F ve ne sono al disopra due altre G, H, per ricevere in caso di bisogno pesi addizionali, od altri corpi che si vuol distinguere dalle altre parti del sistema.

Prima di usarne la macchina dev' essere perfettamente livellata; onde girando convenientemente quattro viti mobili in galletti incassati nel piano del sostegno, un livello a bolla d' aria ne indica l' orizzontamento. Per guarentirla infine dall'azione delle cause esterne si conserva chiusa in una cassettina che si apre pel d' avanti quando si vuole adoprare la bilancia.

271. Per non potersi aver sempre un esatto istrumento, nelle importanti operazioni suol farsi uso del *doppio peso* di Borda, ottenendosi con questo costantemente esatti risultati anche per mezzo di una falsa bilancia. Consiste esso nel *tarare* il corpo, o come dicesi nel *far la tara*, ossia nell' equilibrare il corpo, di cui vuolsi conoscere il peso, con diverse materie, nel levar poi questo corpo dalla coppa della bilancia, e rimpiazzarlo con pesi interi e frazionarii finchè l'ago reso verticale non indichi nuovamente il perfetto equilibrio. È chiaro che pesandosi dallo stesso lato i corpi ed i pesi conosciuti, l' errore, che potesse derivare dai difetti della bilancia, sarebbe distrutto.

272. Benchè il nome di *bilancia* costi delle due voci *bi-lanx* dinotanti due piatti; pure si sono con esso indicati altri strumenti destinati a pesare con una coppa o senza, e di braccia diseguali. La più nota di queste macchine è la così detta *Stadera* o *Bilancia Romana*. Costa essa d' una verga uniforme AB (Tav. 3 fig. 12) sostenuta dalla staffa nel punto C della sua lunghezza, intorno a cui può rotare d' alto in basso, ed avente nell' estremo A la coppa E. Posto in questa il corpo da pesarsi, si fa scorrere lungo il braccio B il *romano*, o contropeso F, che deve equilibrarlo; e la di-

versa distanza, a cui questo si porta, indica la diversità de' pesi; per cui la lunghezza di questo braccio è divisa in parti eguali. Essendo il braccio AC in perfetto equilibrio col braccio CB e col romano F situato nel punto zero, il braccio corto per la sua maggiore spessezza e pel peso del bacino E ad esso sospeso pesa quanto il braccio lungo. Supponendo quindi il romano del peso di una libbra applicato alla divisione 1, resta equilibrato dal peso di una libbra situato nella coppa E; trasportato nella divisione 2, 3, 4, controbilancia un peso di due, tre o quattro libbre e così in appresso. Or corrispondendo ogni divisione ad una libbra, ed essendo quella suddivisa in 12 parti, ciascuna di queste indica un' oncia. L' equilibrio del romano F col peso posto in E deriva dall' esser questo a quello in ragion inversa del braccio AC alle braccia C1, C2, C3... su di cui si è supposto adattato successivamente il romano F.

273. È la stadera superiore alla bilancia comune in ciò, che, dovendo il punto di appoggio soffrire una pressione eguale alla somma de' pesi, benchè questi si facciano equilibrio, la pressione del coltello nella stadera eguaglia il peso del romano e della resistenza; mentre dovendo le due braccia della bilancia comune sostenere eguali pesi, la pressione eguaglia la somma de' pesi della potenza e della resistenza; per cui essendo minore lo sfregamento, in pari circostanze la prima macchina è molto più sensibile della seconda. Per preferibile però che sia la stadera non deesi adoperare che da persone oneste, potendo agevolmente falsificarsi in modo da render difficile la scoperta della frode con al-

terarne di poco uno delle braccia, il romano, od altra sua parte.

274. Oltre la bilancia è anche una leva di prima specie l'*altalena*, chiamata da Aristotile *cicogna*, ed usata dagli ortolani per attingere in poco tempo l'acqua da'pozzi poco profondi. È dessa costrutta nel seguente modo: sul biforcato vertice d'un forto palo, piantato perpendicolarmente accanto ad un pozzo è impernato trasversalmente un altro palo, che nel corto braccio è aggravato da una pietra legatavi e nel lungo lo è da una fune o stanga annessavi per tirare la secchia o il bigonciuolo. Quando l'ortolano tira la fune per immergere la secchia nell'acqua sembra alquanto incommodato dal contropeso; ma quest' incommodo non è tanto grande quanto si crede, non solo per la maggior lunghezza del braccio a cui è applicata la potenza, riguardo all'altro che porta la pietra; ma anche perchè agendo verticalmente, alle forze muscolari che dovrebbe impiegare supplisce in parte col peso del dorso e delle braccia, mentre al contrario riceve da questo contropeso non piccolo sollievo quando alza la secchia cospirando a produrre questo effetto lo stesso contropeso, che tende a far girare in opposta direzione.

275. Anche la Nautica ritrae massimo vantaggio da questa specie di leva. Gli alberi infatti funzionano sulle navi da vere leve, che riconoscono il punto di appoggio nel sito in cui sono incassati, la potenza nel vento che soffia sulle vele, e la resistenza nell'acqua da solcarsi. È perciò che la forza del vento s' accresce in ragione della maggior estensione delle vele e della loro maggior distanza dal fulcro. Le forbici o cisoje sono

egualmente due leve di prima specie aventi nel chiodo o perno, che insieme le unisce, il comune punto di appoggio, la potenza nella forza delle dita, e la resistenza nel corpo da tagliarsi; ond'è questo strumento più efficace a misura che le aste, che tengonsi tra le mani, sono più lunghe, e più corte quelle destinate a tagliare, e che la resistenza è più vicina al perno, come scorgesi nelle forbici de'fabbri, de'sarti, e di altri simili artefici. Lo stesso è da dirsi degli smoccolatoi, delle morse e delle tanaglie; quando però s'impiegano queste a svellere un chiodo, facendo le veci di martello, si cangiano in leve curve.

276. Il martello impiegato a spiccare un chiodo dalla parte biforcata è una leva a gomito, costituendo il chiodo la resistenza, la testa dello strumento poggiata sul corpo contenente il chiodo il centro di moto o l'ippomoclio, ed applicandosi la potenza all'estremo del manico, onde quanto questo è più lungo tanto più facilmente si ottiene l'intento. Si adoperano spesso nelle arti le leve a gomito per la stessa ragione, che induce a far uso delle leve curve (nota del §. 253); e per essere più atte alle circostanze in cui vogliasi cangiare la direzione del moto come si scorge nei campanelli delle stanze, i quali fanno le veci di carrucole di rinvio, che si dovrebbero impiegare ne' gomiti, che ogni cordone è costretto a fare.

DELLA LEVA DI SECONDA SPECIE.

277. Chiamasi leva di seconda specie quella che ha la resistenza tra la potenza e l'ippomoclio, ossia quella

ad un di cui estremo questo si trova, mentre la potenza agisce sull' altro estremo giacendo nel loro mezzo la resistenza. Le due forze, che per mezzo di questa leva si equilibrano, essendo dallo stesso lato riguardo al punto di appoggio, per potersi mettere in contrasto debbono agire in opposte direzioni. Così se la resistenza è un carico qualunque da sostenersi, la potenza deve agire dal basso in alto: il che quando è anch'essa un peso non può farsi che per mezzo di una corda passante per la carrucola fissa D (Tav. 3 fig. 13), la quale prende in tal caso il nome di *carrucola di rinvio*, servendo solo a cangiare la direzione della forza senz'alterare le condizioni dell' equilibrio.

278. In questa specie di leva essendo la potenza costantemente più lontana della resistenza dal punto di appoggio, la massa di quella debb'essere sempre minore della massa di questa, e tanto più di quanto la differenza delle loro rispettive distanze dal punto di appoggio è maggiore. E perchè i prodotti di queste masse diseguali per le loro rispettive velocità sieno eguali, la velocità virtuale della potenza deve essere proporzionatamente più grande. Se dunque per questa specie di leva la potenza da un lato vantaggia, dee dall'altro perdere altrettanto di tempo.

279. Or se la leva di seconda specie CB (Tav. 3 fig. 13) ha in C il suo punto di appoggio, ed in A, cioè nella sesta parte della sua lunghezza, si sospende un carico R di 6 libbre, la potenza di 1 libbra all' estremo B vi costituirà l'equilibrio. Ma volendosi la resistenza elevare dello spazio A*a*, di un pollice per esempio; il contrapeso, ossia la potenza deve percorrere lo spazio

Bb di 6 pollici (§. 188). Si è supposta in tal caso l'azione delle forze perpendicolare alla lunghezza della leva; ma agendo esse in obblique direzioni, non le braccia della leva debbonsi mettere a calcolo, ma le perpendicolari abbassate dal punto C sulle direzioni delle forze (§. 252).

280. Agendo le forze in questa specie di leva in opposte direzioni, la loro risultante è eguale alla loro differenza (§. 192); ed essendo lo sforzo del punto d'appoggio sempre eguale a questa risultante (§. 259); *nella leva di seconda specie la carica del punto d'appoggio eguaglia la differenza delle masse equilibrate, e si fa sentire nella direzione della maggiore di esse;* valutandosi però sempre nel caso di obbliquità la potenza e la resistenza per quella parte di esse che agisce perpendicolarmente (§. 252). Dunque nell'addotto esempio il punto d'appoggio non è compresso dall'alto in basso che da 5 libbre, onde se a questo punto si applica un'altra forza equivalente a questo peso ed agente dal basso in alto, cioè nella direzione della potenza, tutto il sistema resterà in perfetto equilibrio. Nella leva quindi di seconda specie la carica del punto di appoggio è minore di quella del fulcro della leva di prima specie, agendo le forze in opposte direzioni nella prima, e nella stessa direzione nella seconda.

281. Il peso di questa specie di leva è sempre a scapito della forza ; aumentandosene quindi la lunghezza mentre da un lato si favorisce la forza, dall' altro si contraria; onde la lunghezza eccessivamente grande o piccola è sempre alla forza svantaggiosa. Essendo un tal peso concentrato nel suo centro di gravità G (Tav. 3

fig. 13), si ottiene l'equilibrio quando $P \times BC = R \times AC + M \times GC$.

282. Leve di seconda specie sono i remi de' barcajuoli, i timoni, le spranghe di ferro ed i pali di legno destinati a sollevar pesi od a smuovere de' grossi macigni, le porte, il coperchio di un leggìo, i coltellacci impiegati dai fabbricanti di cannucce da pippa e dai panettieri, la maciulla, la gremola, i mantici da fucina ed i soffietti da cammino, la carriuola ed altri ordegni. Non hanno i remi uno stabile appoggio ove la barca li sostiene, come sembra a prima vista, ma uno fuggevole lor procurato dall' umana potenza nell' acqua per muovere la resistenza, ch'è il corpo galleggiante ad essi attaccato. Nella spranga di ferro e nel palo di legno poggiato nell' estremità la potenza vi guadagna avvicinandosi la resistenza il più che sia possibile a questo appoggio. Nelle porte i punti di appoggio sono i gangheri su cui aggiransi, la resistenza da snperarsi è il loro peso, e la potenza è la mano di colui che le mette in moto. Egualmente nel coperchio d'un leggìo i cardini sono l' appoggio, il suo peso agente nel centro di gravità è la resistenza, e la forza richiesta per metterla in movimento la potenza. Fissati i coltellacci per un loro estremo, la mano che ne tiene il manico e che è la potenza agisce nell' altro estremo; e'l corpo che si vuol fendere, funzionando da resistenza, giace sotto il trinciante; onde la potenza vi vantaggia quanto più questo corpo si avvicina all' estremo ove l'ordegno è girevole. È la maciulla uno strumento composto di due prismi di legno, in uno dei qnali incanalato entra l'altro; serve esso a dirompere il lino e la canapa per toglier lo-

ro la parte legnosa, come la gremola a preparare la pasta per fare il pane. Nel mantice o soffietto la resistenza è l'aria in essi rinchiusa, il punto di appoggio è nella snodatura delle due assicelle, e la forza di chi gli impiega è la potenza. La carriuola infine tiene il suo carico tra la potenza, che ne solleva le braccia, e le ruote che poggiano sul suolo.

DELLA LEVA DI TERZA SPECIE.

283. Nella leva di terza specie è la potenza tra la resistenza e l'ippomoclio, che ne occupano gli estremi (§. 248). Questa disposizione di forze mostra chiaro che per mettere in equilibrio tale specie di leva la massa della potenza superar deve quella della resistenza. Per sostenere il peso R di una libbra (Tav. 3 fig. 14), P dev' essere di due, tre, o quattro libbre secondocchè la distanza CB del punto di sua applicazione dall' ippomoclio C è metà, terza o quarta parte dell' intera AC.

284. É siffatta leva dunque svantaggiosa per la potenza, nè può essere di qualche utilità che per lo stabilimento dell' equilibrio. Volendosi però comunicare del movimento è dessa più proficua delle due altre. Supponendosi infatti rotto per un istante l' equilibrio, il punto A (Tav. 3 fig. 14) ov' è applicata la resistenza percorre lo spazio A*a*, e il punto B ov' è applicata la potenza percorre quello segnato da B*b*; ed il primo di questi due spazii è di tanto maggiore del secondo, di quanto AC eccede in lunghezza BG. Se quindi la massa della potenza è maggiore, la sua velocità

è di tanto minore; e qualora potendosi disporre di un eccesso di forza si voglia guadagnar tempo comunicando un eccesso di velocità, la sola leva di terza specie è all'uopo opportuna.

285. Agendo in questa leva come in quella di seconda specie le forze in contrarie direzioni (§. 280), perciò *nella leva di terza specie la carica del punto di appoggio eguaglia la differenza delle masse equilibrate, e si avverte nella direzione della maggiore di esse*; e nel caso che l'azione delle forze fosse obbliqua, dovrebbesi valutare per potenza e per resistenza quella parte di esse che agisce nel senso perpendicolare. Ond'è che per la contraria azione delle forze il punto di appoggio soffre una carica minore della somma delle forze agenti; ed il peso della leva è sempre a carico della potenza, ossia l'intensità di questa dev'essere capace di equilibrare la resistenza e sostenere tutto il peso della leva. Agendo questo peso espresso da M, nel centro di gravità G della macchina (Tav. 3 fig. 14), come si è detto per le altre due leve, le condizioni del suo equilibrio sono espresse dalla formola $P \times BC = R \times AC + M \times GC$.

286. Istituendo un paragone tra le tre specie di leva chiaro si scorge che la prima di esse non è affatto utile quando le sue braccia sono eguali come nel caso della bilancia, ed è svantaggiosa quando il braccio della resistenza è più lungo di quello della potenza; che la seconda favorisce sempre la potenza; e che nella terza non può questa giammai prevalere sulla resistenza.

287. A quest'ultima leva riduconsi le pinzette e le mollette, di cui si fa uso ne' cammini per prender legna o carboni; le penne da scrivere, la scala presa da

un uomo per appoggiarsi ad un muro, la pertica poggiata in cima da un pescatore su di un ostacolo per trarre più agevolmente dall'acqua la rete attaccata dall'altro capo; i pedali degli organi, le calcole de' telai, e le stanche che mettono in moto le macchine degli arrotini. Il luogo ove si congiungono i due rami della pinzetta o molletta è il suo punto di appoggio, la resistenza è il tizzone che si vuol rimuovere, e le dita prementi le due braccia per tenerlo fermo costituiscono la potenza, onde questa vantaggia avvicinandosi a quella. Il punto di appoggio della penna riposa indietro sulla prima falange del dito indice, la potenza più presso alla punta è prodotta dal pollice e dall'indice; e la resistenza è nella punta che dee muoversi contro la carta che vi si oppone, onde il braccio della potenza è più corto di quello della resistenza. Il punto di appoggio della scala è la sua parte inferiore, l'umana potenza è applicata nel suo mezzo, e la scala istessa, e specialmente la sua sommità, è la resistenza da vincersi.

288. La macchina però in cui più campeggia l'uso moltiplice di questa leva è quella dell'uomo. Le sue ossa sono tante leve di terza specie; i muscoli muniti di tendini sono le corde ad esse applicate; la forza di contrazione di quelli n'è la potenza; le membra da essi elevate sono le resistenze, ed i centri dei tubercoli delle ossa costituiscono i punti di appoggio. Queste leve, che non eccedono il numero di 90, sono messe in azione da 180 gruppi di muscoli inseriti gli uni al di quà e gli altri al di là de' punti di appoggio. Devesi a quest'ammirabile combinazione di leve l'attitudine ad una infinità di delicate operazioni impossibili pei bruti

dotati dalla loro più semplice struttura di un minor numero di muscoli.

289. Al centro dell' articolazione dell' omero colla scapola, ippomoclio di tutto il braccio, si applica la potenza de' muscoli deltoide, sopra-spinoso e coraco-brachiale; il fulcro del femore risiede nella sua articolazione coll' osso innominato, e quello della tibia nella sua articolazione col femore ec. Dell' immensa forza animatrice di questi strumenti somministra il braccio una non dubbia pruova. Di esso (Tav. 3 fig. 15) DAB in direzione supina e disteso in avanti rappresentino DA l' osso dell' omero ed AB le ossa del cubito, che nel caso attuale costituiscono la leva. Il centro di moto, ossia il punto di appoggio è in A, centro dell' articolazione; la resistenza R sostenuta dalla mano agisce normalmente su di essa, in direzione cioè della propria gravità; e risiede la potenza nel ventre de' due muscoli bicipite e brachiale interno, il primo de' quali benchè parta dal lembo superiore della cavità glenoidea e dall' apofisi coracoide della scapola medesima e termini abbracciando la tuberosità bicipitale del raggio; ed il secondo cominciando dalla metà inferiore dell' omero finisca sotto il capo dell' ulna; pure supponendosi uniti sono rappresentati da DEC. Or agendo questo tendine obbliquamente sulla leva AB, per far operare la potenza abbassar conviene dal fulcro A la retta AE perpendicolare a tale direzione (§. 252), e considerar quindi la potenza come applicata in E. Essendo AB una leva, in cui la resistenza agisce in B, e la potenza, ossia la forza muscolare in un sito molto più prossimo al centro di moto A; la potenza dev' essere

alla resistenza come la maggior distanza AB alla minore AE. Ma le osservazioni provano che AB contiene AE più di venti volte; per sostener dunque la mano il peso di una libbra deve il muscolo sviluppare una forza maggiore di 20 libbre. È provato del pari dall'esperienza che un robusto giovane col braccio orizzontalmente disteso non può sostenere nella mano un peso maggiore di 26 libbre, oltre quello dall'antibraccio e della mano istessa, che fa parte della resistenza (§. 285) che è di circa 4 libbre; non agendo questo sull'estremo B della leva, ma sul mezzo F corrispondente al centro di gravità, AB : AF, ossia 2 : 1 :: 4 : 2; e sospendendosi in B altre due libbre, si può considerare la leva AB come una verga inflessibile priva di gravità, mobile intorno al punto A, e con una resistenza di 28 libbre nell'estremo B, onde la potenza è alla resistenza come AB ad AE; ma AB contiene AE più di 20 volte; dunque la forza de' due muscoli dev'essere maggiore di 560 libbre, essendo 1 : 20 :: 28 : 560. La loro forza assoluta però è doppia dell'accennata, monta cioè a 120 libbre, essendo fisso uno dei loro estremi. Se del pari la potenza muscolare è al peso da sostenersi come AB ad AE; diminuendosi a gradi la distanza AB, la perpendicolare cioè abbassata dall'ippomoclio A sulla direzione della resistenza, deve in proporzione vantaggiare la potenza; onde quanto più il braccio dalla situazione orizzontale si approssima alla verticale, tanto maggior peso è capace di sostenere.

290. I moti delle mascelle inferiori offrono un'altra pruova della gran forza muscolare, che mette in azione le leve di questa specie. Rappresentano quelle due di

queste insieme congiunte nel mento; i loro rispettivi punti di appoggio sono nelle articolazioni delle medesime, cioè nelle cavità glenoidee delle due ossa temporali; è la potenza prodotta dall azione dei muscoli masseteri e temporali, i primi de' quali partendo dal lembo inferiore del ponte zigomatico terminano agli angoli delle mascelle inferiori verso la metà della branca, ed i secondi cominciando dalla ragione temporale finiscono coll' abbracciare le apofisi coronoidi delle stesse ossa mascellari inferiori; e gli alimenti che si masticano costituiscono la resistenza. Conduconsi ai lati della bocca i cibi più duri, perchè diminuendosi la lunghezza del braccio della resistenza, l' azione della potenza si rende più efficace; ed impiegansi per romperli gli ultimi denti molari, perchè essendo in tal caso la resistenza più prossima della potenza all' ippomoclio, si converte la mascella in leva di seconda specie con grandissimo vantaggio della forza muscolare. Il chiarissimo Alfonso Borelli dopo di aver determinato nel celebre trattato *De motu animalium* quella de' diversi membri, dimostra nella 88. proposizione che i muscoli delle mascelle non maggiori in un uomo del peso di una libbra vi spiegano una forza di 534 libbre. Lungi dall' imputare però alla natura una imprudente profusione di forze, non si può che ammirare la sua profonda saggezza qualor si rifletta di aver avuto essa in mira il movimento e non l' equilibrio. Dovendo ad ogni istante mettere in azione i nostri arti, ogni piccola contrazione muscolare, cioè ogni piccolo cangiamento prodotto nella lunghezza de' muscoli eccita nell' estremo di quelli un moto molto maggiore destinato ad eseguire con notabi-

le prontezza le determinazioni della volontà. A ragione quindi riguada Thomas » il corpo umano come una » macchina sorprendente, composta di parti innumerevoli, delle quali molte sono di una sottigliezza im- » percettibile, anche all' occhio il più penetrante; macchina, che con le sue parti solide rappresenta leve, » corde, carrucole, pesi, contrappresi, ed è soggetta » alle leggi della statica ordinaria ».

ARTICOLO II.

DELLA PULEGGIA.

291. È la *Carrucola*, *Puleggia* o *Girella* una ruota di legno o di metallo, che ha nella circonferenza una scanalatura detta *gola* per ricevere una corda, ai di cui capi si applicano rispettivamente la potenza P e la resistenza R, e nel centro un *perno* o chiavarda C sostenuta dalla *staffa* D in modo che la girella possa liberamente girare sul proprio asse (Tav. 3 fig. 16). Si distingue essa in *fissa* e *mobile* secondocchè il suo centro è fisso o mobile. La prima specie di carrucola (Tav. 3 fig. 16) avendo la staffa sospesa ad un punto fisso non può girare che su di se stessa; onde agendo, il suo centro è stabile ed invincibilmente sostenuto; la seconda specie di puleggia (Tav. 3 fig. 18) oltre il moto di rotazione sul proprio asse vanta quello di traslazione, onde agendo è trasportata altrove dall' azione della potenza o della resistenza.

292. Supponendosi avvolta alla gola della girella fissa per una semicirconferenza una corda perfettamente

flessibile tirata pel lato B dalla potenza P (Tav. 3 fig. 16) e pel lato A dalla resistenza R, è la macchina una leva di prima specie, che si equilibra qualora P : R :: CB : CA , ossia quando la potenza eguaglia la resistenza essendo eguali fra loro i raggi CB, CA. Pruova di questa condizione di equilibrio è l'eguaglianza degli spazii scorsi nello stesso tempo dalla potenza e dalla resistenza agenti in direzione verticale ; ond'è che essendo eguali le loro velocità, tali debbono esserne anche le intensità per rendersi eguali i momenti.

293. Se le forze invece di essere parallele fossero convergenti o divergenti , per cui la parte avvolta dalla fune fosse maggiore o minore della semicirconferenza (Tav. 3 fig. 16); costituendo i raggi CA, CE, tirati dal fulcro C ai punti di applicazione delle forze A e B una leva curva anche di prima specie a braccia eguali , la condizione dell'equilibrio resterebbe la stessa, e la parte della circonferenza dalla fune abbracciata non cangerebbe che la direzione delle forze. Può quindi stabilirsi che *nella carrucola fissa, qualunque sia la direzione delle corde, vi ha equilibrio quando la potenza eguaglia la resistenza.*

294. Passando la risultante di queste forze pel centro della carrucola, ed essendo annientata dalla resistenza dell'asse nel caso che esse sono parallele , deve questo sostenerne la somma. Così se due pesi, di 100 libbre ognuno, sono equilibrati da una carrucola fissa, la pressione sull'asse sarà di 200 libbre ed agirà in direzione parallela a quella delle forze. Se poi queste non sono parallele la pressione avviene secondo la retta DC (Tav. 3 fig. 17), che bipartisce l'angolo ADB formato dal prolungamento delle direzioni RA , PB delle

due forze nel punto di concorso D, e la sua intensità è rappresentata dalla stessa diagonale CD del parallelogrammo DECF costrutto secondo le note leggi(§§. 252 263); onde la carica è sempre minore di quella del caso precedente.

295. Lungi dunque dall' essere la carrucola fissa in alcun modo favorevole alla potenza, non ne agevola sommamente l'azione che quando si vuole con essa mettere in moto la resistenza. Volendosi, per esempio, attingere l' acqua da un pozzo con una secchia ligata all'estremo di una fune, l' operazione di tirarla dal basso in alto si rende molto penosa per i nostri muscoli; ma avvolgendosi la fune ad una carrucola fissa, lo sforzo resta notabilmente diminuito dall'agire dall' alto in basso, cioè in direzione della gravità, e dal supplirsi in parte alla forza muscolare col peso delle braccia e del tronco.

296. Per mezzo di questa macchina si può impiegare la forza di più persone ad elevare un peso, che non potrebbe altrimenti aver luogo, come quando si tratta d' innalzare degli oggetti ad una grande altezza, risparmiandosi in tal caso il tempo e la fatica di andare su e giù parecchie volte. Non alterando poi siffatta macchina l'intensità della potenza ad essa applicata, serve spesso a trasmetterne l'azione dall'una all'altra direzione, disponendosi a tal uopo un sistema di più carrucole dette *di rinvio* con le corde avvolte alle loro gole. Non è in ultimo da trasandarsi che quantunque questa macchina richiegga una forza eguale al carico da sollevarsi, pure la resistenza si compone del peso di questo e del peso della fune corrispondente; ma a misura che il carico

ascende la fune ad esso appartenente si accorcia, mentre quella della potenza di altrettanto si allunga; la resistenza quindi semprepiù decresce, ed è questo decremento un'altro vantaggio della carrucola fissa.

297. Se essendo un estremo della fune fisso in D si avvolga questa alla semicirconferenza inferiore della carrucola libera AB (Tav. 3 fig. 18), alla cui staffa è attaccata la resistenza R, e l'altro estremo sia tirato dalla potenza P; il punto fisso D, che costituisce il punto di appoggio, si considera applicato in A; la resistenza R dista da questo della perpendicolare o del raggio CA, e la potenza P s'intende applicata in B alla distanza della perpendicolare o del diametro BA dallo stesso punto di appoggio. La carrucola mobile è quindi in tal caso una leva di seconda specie, ed essendo il braccio BA della potenza doppio dell' altro CA della resistenza, quella eguale ad 1 basta ad equilibrare questa eguale a 2. Supponendo infatti R del peso di 100 libbre, la sua azione sul preciso mezzo tra A e B si distribuisce egualmente tra questi due punti, onde 50 libbre agiscono sul punto fisso D ed altrettante si sostengono dalla potenza P; volendosi però elevare di un piede la resistenza, la potenza deve percorrere lo spazio di due piedi, poichè nel montare di un piede il centro della puleggia, ciascuna parte della fune d'altrettanto si accorcia. Ma vi è equilibrio quando le masse sono in ragione inversa delle velocità; essendo dunque in tal caso la velocità della potenza doppia di quella della resistenza, la prima dev'essere alla seconda come 1 a 2.

298. Nel caso dell'obbliqua direzione delle corde nella carrucola mobile (Tav. 3 fig. 19) non potendosi

esprimere col raggio e col diametro le rispettive distanze della resistenza e della potenza dal punto di appoggio, debbonsi abbassare da questo delle perpendicolari sulle direzioni delle due forze per conoscere il loro rapporto di equilibrio. Essendo il punto di appoggio D applicato alla carrucola in A, la potenza P applicata in B, e la resistenza R sospesa in E applicata in C ; le perpendicolari AC, AB abbassate dal punto fisso A sulle direzioni di R e P esprimeranno la condizione dell'equilibrio colla proporzione P: R:: raggio AC: corda AB.

299. Se quindi i capi di fune sono più divergenti, la parte della carrucola investita dalla fune essendo minore, tale anche risulta la corda AB (Tav. 3 fig. 19), e minor vantaggio ne ritrae la potenza ; e se AB diminuendosi si rende eguale al raggio AC, la carrucola mobile cessa di essere utile ; ed eguagliandosi per ciò la potenza alla resistenza, la cennata puleggia riguardasi come fissa. Non potendo poi mai la corda eccedere il diametro, e confondendosi quella con questo quando i capi di fune sono paralleli ; nel qual caso AB si rende doppia di AC; non è di massimo vantaggio la carrucola mobile che quando i capi di fune sono paralleli; e questo massimo vantaggio non può eccedere il rapporto di 1 a 2. Quindi *per stabilirsi l'equilibrio mediante la carrucola mobile la potenza dev' essere alla resistenza come il raggio della girella alla corda dell' arco dalla fune investito.*

300. Turbato l' equilibrio della carrucola mobile, essa si muove su di un punto della sua circonferenza, e propriamente su quello del contatto di questa colla fune stabilmente fissata. Dovendo però la resistenza ser-

barsi perpendicolare all' orizzonte, la puleggia nel montare gira anche sul proprio asse. La carica dunque di questo eguaglia sempre tutto il peso della resistenza; e non può dalla potenza aumentarsi, nè diminuirsi, qualunque sia la sua direzione. Nel valutare intanto il rapporto della potenza alla resistenza, lungi dal trascurare il peso della carrucola e delle funi, devesi questo riguardare come parte della resistenza, dovendo insieme con questa essere sollevato.

ARTICOLO III.

DELL' ASSE NELLA RUOTA.

301. L' *Asse nella ruota*, il *Verricello*, il *Torno* o *Manganello* è l' unione di un cilindro AB con una ruota C, che avendo lo stesso asse forma con quello un sol corpo (Tav. 3 fig. 20). Ha questo asse negli estremi due perni, pe' quali è girevole su due appoggi; ed è al cilindro avviluppata una corda, a cui va annesso il peso o la resistenza R. Comunicandosi alla ruota il moto di rotazione, mentre il cilindro gira se gli avvolge la fune; e così la resistenza, che l' è affidata, si muove ascendendo.

302. Questo moto di rotazione si comunica alla ruota da una fune avvolta alla sua circonferenza, o da cavicchie di cui il suo contorno è guarnito, ed a cui si applicano le forze, o su cui montano delle persone per agire col loro peso (Tav. 3 fig. 20). Talvolta invece della ruota è il cilindro attraversato da due leve (Tav. 4 fig. 1), o da manubrii (Tav. 3 fig. 21); gli effetti

però sono sempre gli stessi ; e se la macchina si rende meno complicata , meno uniforme ne risulta la rivoluzione. Queste modificazioni per altro sono indifferenti per le condizioni dell' equilibrio. L' asse poi del cilindro può essere orizzontale o verticale ; nel primo caso la macchina dicesi *Burbera* , come nella così detta *ruota di carriera* , nella *grue*, che s' impiega ne' bastimenti , e simili ; e nel secondo caso chiamasi *Argano*, e si adopera pel dettagliato trasporto di considerabili pesi (Tav. 4 fig. 2).

303. Per conoscere le condizioni dell' equilibrio di questa macchina uopo è intenderne la natura. Si rileva questa dalla sua sezione ad angoli retti coll' asse (Tav. 3 fig. 22) , che rappresentando nel cerchio esterno la ruota e nell' interno concentrico l'asse, mostra per mezzo dei diametri ACB, DCE di esser dessa una perpetua leva , che nella continuazione del moto sempre rinnovasi , od un assieme di molte leve , ad una delle quali abbassata succede un' altra sino a che la potenza è in azione. Essendo infatti i due diametri leve di prima specie , a cui la resistenza è applicata in A o D , e la potenza in B od E ; CA e CB, CD e CE non esprimono che le lunghezze delle due braccia della leva o le perpendicolari abbassate dall' ippomoclio C sulle direzioni delle due forze ; e dovendo gli eguali e contrarii momenti della potenza e resistenza riferirsi al centro C, la potenza è alla resistenza come CA a CB ; ma CA è il raggio dell' asse e CB quello della ruota; dunque *il verricello è in equilibrio quando la potenza è alla resistenza come il raggio dell' asse a quello della ruota.*

304. È quindi siffatta macchina vantaggiosa alla po-

tenza in ragione della grandezza della ruota e della picciolezza dell' asse o subbio. Questo rapporto suol esser quello di 10 ad 1, talchè una potenza di 10 equilibra una resistenza di 100 libbre. Una potenza più favorita non potrebbe agire che in maggior tempo. Richiedendosi infatti per l' equilibrio $R \times CA = P \times CB$, anche in questa macchina il vantaggio della potenza è dovuto alla sua maggiore celerità. È questo poi provato dal fatto, che nel tempo in cui la resistenza scorre lo spazio espresso dalla lunghezza della fune che una volta si avvolge al cilindro, la potenza girando colla ruota torna al punto da cui mosse, o stando fissa vi scorre tutto il contorno della ruota; onde se CA : CB :: 1 : 10, e la resistenza scorre lo spazio di 10, la potenza scorrer deve quello di 100 canne. Essendo quindi gli spazii scorsi ad un tempo dalle due forze in ragion diretta dei raggi del subbio e della ruota; ossia essendo le velocità in ragion inversa delle masse, la potenza perde in tempo ciò che guadagna in forza (§.246).

305. La ruota, prendendo talora la forma di un cilindro cavo, detto altrimenti *tamburo*, è messa in moto da animali che situati al di dentro cercano di camminare avanzandosi verso P, P'... (Tav. 3 fig. 29). Per agevolare il loro movimento, sulle interne pareti del tamburo si costruiscono de' gradini, su cui tentar possano di salire (1). Non è questo movimento impresso

(1) Tal'è la costruzione della macchina, con cui si varcano le navicelle dal fosso di Livorno nell' Arno, ed al contrario, come si osserva fuori della *porta a mare* di Pisa. I Latini la chiamavano *Geranium*.

dagli animali che un effetto del loro peso; poichè quando essi formando colla macchina un solo sistema sono nei punti P, P'... il suo centro di gravità è nel lato HB; or non potendo il sistema restare in equilibrio se questo centro non è nella direzione verticale di quello di moto o sospensione C, il tamburo si muove da B verso H, ma durante un tal moto gli animali camminano da H verso B; riproducendosi quindi in ogni istante il disquilibrio, la macchina continua a muoversi finchè questi sono in azione. Cangia poi sempre quest' azione il rapporto della potenza alla resistenza, poichè supponendo l' animale successivamente situato nei punti P, P', P'', P'''... ed agente su di essi col proprio peso, le perpendicolari PD, P'E, P''F, P'''G da questi elevata mostrano l' azione identica a quella che si farebbe successivamente nei punti D, E, F, G; onde ritrovandosi esso in P, la distanza del punto di applicazione della sua forza da quello di appoggio sarà espressa da CD; giunto in P' lo sarà da CE, e così in appresso; il che mostra crescente lo sforzo della potenza nella ragione di CD, CE, CF... e giunto al massimo in B.

306. La fune che si ravvolge all' asse debb' essere grossa in modo da sostenere il considerabile peso della resistenza, che si può riguardare attiva nell' asse della fune; volendosi quindi rigorosamente stabilire la condizione dell' equilibrio, al raggio del cilindro aggiunger debbesi quello della fune, di questo crescendo la distanza della resistenza dall' ippomoclio. E se dopo di alcune rivoluzioni la fune non più si ravvolge che su di se stessa, cioè al primo inviluppo di fune se ne ag-

giunge un altro ; al raggio dell'asse aggiunger conviene due volte quello della fune, ossia il diametro di questa. L'energia quindi della potenza s' infievolisce colla grossezza della fune per gli avvolgimenti intorno a se stessa. Si evita questo inconveniente quando mentre un capo della fune avvolgendosi al cilindro ascende, seco trasportando la resistenza, l'altro capo si svolge e discende con qualche bigoncia o paniere o con altra specie di contrappeso. Così operando si guadagna anche del tempo per non dover svolgere la fune e farla discendere ogni volta che si vuole far uso della macchina.

307. Per evitare lo stesso inconveniente nell' argano si mette a'piedi del cilindro un uomo, che tenga l'estremo A (Tav. 4 fig. 2) della fune già ravvolta a varii giri su di esso ; perchè tenendo così *sodo* ed essendo favorito dall' attrito , mentre impedisce alla corda di scorrere sul cilindro la svolge.

308. Oltre le macchine indicate, all' asse nella ruota riducesi anche la trivella , il di cui asse è la parte che trafora e la ruota è il manico con cui si gira; onde aumentandosi la lunghezza di questo , più atto si rende lo strumento a perforare.

ARTICOLO IV.

DEL PIANO INCLINATO.

309. La forza che deve sostenere un corpo deve eguagliarne esattamente il peso; ma se una parte di questo è equilibrata da un ostacolo fisso , può il corpo so-

stenersi da una forza minore. È questo appunto l'effetto del *piano inclinato*, poichè a differenza delle altre macchine non favorisce la potenza aumentandone la velocità, ma diminuendo la resistenza.

310. Perchè un corpo qualunque D poggiato sul piano inclinato ABC (Tav. 4 fig. 3) sia equilibrato da una potenza P, uopo è trovare il rapporto di questa colla resistenza, ossia col peso di quello. Derivando in parte questo rapporto dalla direzione in cui la potenza agisce, abbassata dal centro di gravità D del corpo la perpendicolare DG, esprimente la sua forza di gravità, che può considerarsi applicata in questo punto, e decomposta in DE perpendicolare al piano fisso, e DF parallela alla sua superficie, sarà la prima di queste due componenti interamente annientata dal piano, e scorrendo su di esso il corpo per la sola forza DF, basterà equilibrar questa per ritenervi quello. La potenza applicabile sarà quindi al peso di tutto il corpo come il lato DF alla diagonale DG; ma per la somiglianza dei triangoli DFG, ABC, DF: DG:: CA : AB; ma CA esprime l altezza ed AB la lunghezza del piano; dunque *se la potenza agisce sul piano inclinato in direzione parallela alla sua lunghezza, vi sarà equilibrio se la potenza sarà alla resistenza come l' altezza alla lunghezza del piano.*

311. Se la potenza agisce in direzione obbliqua alla superficie del piano, non potendo interamente contribuire alla produzione dell' effetto, dev' essere maggiore di quella che si richiede pel precedente caso di equilibrio. Supponendosi agire la potenza P (Tav. 4 fig. 3) nella direzione DP′ parallela all' orizzonte, od alla base CB del piano inclinato, per conoscerne l in-

tensità si dee decomporla in due forze, una perpendicolare al piano e quindi perduta, e l' altra ad esso parallela e quindi atta a ritenervi il corpo in equilibrio. Essendo DF parte della gravità del corpo che l' obbliga a discendere per la lunghezza del piano, devesi prendere DK eguale ed opposta a DF; ed abbassata dal punto K una perpendicolare al piano, che incontrerà in H la retta orizzontale DP′, esprimerà DH l' intensità della potenza atta a ritenere in equilibrio il corpo sul piano. In questo caso dunque la potenza è alla resistenza come HD : DK; ma per la somiglianza dei triangoli DKH e BAC, DH : DK :: CB : BA; ed altronde l'attiva gravità del corpo espressa da DF o DK è al suo peso totale espressa da DG come l' altezza del piano è alla sua lunghezza, dalla combinazione dunque di queste due proporzioni risulta che *qualora nel piano inclinato la potenza agisce in direzione parallela alla base, la potenza è alla resistenza come l'altezza alla base del piano.*

312. Queste dimostrate leggi di equilibrio possono comprovarsi coll'esperienza. Collocato sul piano ABC (Tav. 4 fig. 4), di cui ad arbitrio variar si possa l'inclinazione, un mobile D, ve lo si ritenga con una corda parallela al piano e passante per la carrucola di rinvio I. Equilibrata la resistenza D dai pesi all'uopo messi nel piccolo bacino P sospeso all'altro estremo della corda, si osserverà che rendendo l' altezza AC metà, terza, o quarta parte della lunghezza AB, per equilibrare il corpo del peso di una libbra bisognerà mettere nel bacino P la metà, la terza o quarta parte di una libbra. Vi ha dunque equilibrio nel piano inclinato in ca-

so di parallelismo qualora la potenza è alla resistenza come l'altezza del piano alla sua lunghezza. Rendendo la direzione della potenza parallela alla base, si potrà nello stesso modo provare che in quest'altro caso la potenza è alla resistenza come l'altezza del piano inclinato è alla sua base.

313. La determinazione del rapporto della potenza alla resistenza in azione sul piano inclinato rende ragione della stanchezza risentita da chi ascende su di una collina o montagna. Costituendo il suo corpo il peso o la resistenza da sollevarsi colla forza muscolare, cioè con una forza agente parallelamente alla lunghezza del piano; nel caso che l'altezza della collina sia alla sua lunghezza come 1 a 3, e che il peso del corpo sia di 150 libbre, la potenza capace di equilibrarla sarà di 50 libbre, essendo 3 : 1:: 150: x=50. Dunque per salire deve l'uomo esercitare ad ogni passo una forza capace di sollevare un peso di 50 libbre, mentre camminando su di un piano non perde forza per non sollevare alcun peso. Lo stesso avviene montandosi per una scalinata molto lunga ed erta.

314. Si riduce il piano inclinato alla leva qualora si consideri la potenza P (Tav. 4 fig. 4) come agente nella direzione DI parallela alla lunghezza del piano ed applicata sul punto D, il peso o la resistenza F sulla direzione della verticale, il punto di appoggio in E, ossia nel punto in cui il corpo è dal piano sostenuto; poichè tirando da questo punto sulle direzioni della potenza e resistenza le perpendicolari ED, EF, si converte il piano inclinato in una leva curva di prima specie, in cui v'ha eguaglianza di momenti, necessaria per

l' equilibrio , quando la potenza è alla resistenza nel rapporto di EF ad ED, ossia di CA : AB attesi i triangoli simili DEF e BAC, essendo i lati dell' uno rispettivamente perpendicolari a quelli dell'altro. E se la potenza agisce nella direzione DH parallela alla base del piano , esprimendosi le perpendicolari tirate dal punto di appoggio E sulle direzioni delle forze con EG ed EF = GD, a cui per la somiglianza de' triangoli GED, ACB si possono sostituire AC e CB , si avea P : R : : AC : CB.

315. Al piano inclinato riducesi l' ordegno comunemente impiegato per cavare dalle cantine le botti ripiene di vino o di altro liquore , o per discendervele. È desso formato da due travi parallele inclinate A e B (Tav. 4 fig. 1) , su le quali si fa lentamente rotolare la botte C con due funi, che fissate per un estremo D nella parte superiore della rampa abbracciano nella loro lunghezza la botte, mentre l'altro estremo E è ligato ad un cilindro girevole sul proprio asse ed anche situato nell'alto dell'apparato. Per conoscere il vantaggio di questa macchina suppongasi di dover essa sostenere una botte del peso di 1200 libbre; facendo questa le veci di una puleggia mobile, si riduce un tal peso alla metà, ossia a 600 libbre, sostenendosi altrettante dal punto D ove le funi sono ligate. Supposta l' altezza del piano inclinato eguale alla metà della sua lunghezza , la forza che fa discendere il corpo debb' essere la metà del peso assoluto che gravita sul piano ; ma non gravitano su di questo che 600 libbre, la resistenza dunque si costituisce da una forza di 300 libbre, ed un egual potenza quindi si richiede per equilibrarla. Ad agevolar talora que-

st'ultima muovonsi le funi per mezzo di un asse nella ruota, applicando la forza alle manovelle, ma l'apparato diviene allora una macchina composta.

ARTICOLO V.

DELLA VITE.

316. È la *Vite* una macchina composta di due pezzi, l'uno detto *maschio* e l'altro *femmina*, *madrevite*, *chiocciola*. Il primo di essi è un cilindro retto AB (Tav. 4 fig. 5), a cui si attorciglia in forma spirale un filo prominente chiamato *spira* , *filo* , o *pane della vite*; l' intervallo tra due pani contigui, C , D ec. dicesi *passo della vite ;* e la curva descritta dal pane intorno al cilindro chiamasi *elice*. È il secondo un solido EF , dotato nel mezzo di un foro capace del cilindro AB, e spiralmente incavato in modo da potersi incastrare ne'suoi incavi la spira prominente del primo pezzo. Per l'uso della macchina l'uno di questi due pezzi devessere sempre fisso , e mobile l' altro , strisciando questo per salire o scendere lungo le spire. È questo movimento prodotto dalla potenza P applicata ad una verga apposta al pezzo mobile in direzione perpendicolare all' asse del cilindro AB. Agendo sempre la potenza nello stesso modo e sperimentando un egual effetto la resistenza pel moto dell'uno o dell'altro de'due pezzi; qualunque di questi si muova, la teoria del meccanismo della vite non ne resta alterata.

317. Sviluppando una delle rivoluzioni del filetto in modo da farla giacere in un piano, si ha un triangolo

rettangolo GBH (Tav. 4 fig. 5), che ha per base BH, circonferenza del cilindro sviluppato, per altezza GB, passo dalla vite, e per lunghezza GH, intera rivoluzione del filetto. Questo dunque costituisce un piano, la di cui inclinazione è in ragion inversa del passo della vite, ed un piano uniformemente inclinato girante intorno ad un cilindro. Il corpo che s'innalza o si comprime dalla madrevite secondocchè essa sale o scende è la resistenza; e lo sforzo della mano a muovere la madrevite è la potenza. La chiocciola quindi o salga o scenda si muove sempre per un piano inclinato, in cui la direzione della potenza è parallela alla base. Ma agendo la potenza nel piano inclinato parallelamente alla base vi è equilibrio quando quella è alla resistenza come l'altezza del piano alla sua base (§. 311), ed il passo della vite esprime in questa macchina l'altezza del piano inclinato, e la circonferenza del cilindro la base dello stesso; v'ha dunque equilibrio nella vite qualora la potenza è alla resistenza come il passo dell'elice alla circonferenza del maschio.

318. Non potendosi però far uso della vite senza munire il pezzo mobile di una manovella per l'applicazione della potenza, la condizione dell'equilibrio è modificata dalla leva aggiunta in tal caso al piano inclinato. Se la potenza infatti si sforza di vincere la resistenza mettendo in moto la vite; mentre essa descrive lo spazio di una circonferenza di cerchio, il cui raggio principia dall'asse della vite, e finisce al punto di applicazione della potenza lungo la leva, il pezzo mobile della vite, e quindi la resistenza si eleva o si abbassa di uno spazio eguale alla distanza di due spire, ossia lo

spazio della resistenza eguaglia un passo della vite. Or essendo lo spazio scorso dalla potenza e quello scorso nel tempo stesso dalla resistenza come la circonferenza del cerchio descritto al passo della vite, la velocità della potenza sarà a quella della resistenza nello stesso rapporto; ma vi è equilibrio quando i momenti delle due forze sono eguali, onde le loro masse esser debbono in ragion inversa delle velocità, dunque *nell' equilibrio della vite la potenza è alla resistenza come l'altezza del passo della vite è alla circonferenza del cerchio, che ha per raggio la lunghezza della leva, a cui la potenza è applicata.*

319. Quindi tanto minor forza è necessaria per l'equilibrio della vite di quanto n'è minore il passo e maggiore la lunghezza della manovella. Questa teoria però è notabilmente alterata in pratica dallo sfregamento della macchina. Ad onta intanto dell'attrito è la vite più vantaggiosa delle altre macchine, 1°. per potersi rendere immobile il maschio e mobile la femmina, od al contrario, secondocchè per l'uso che se ne vuol fare si costruisce in un modo piuttosto che in un'altro; 2°. per durare l'effetto prodotto dalla potenza di sostenere, cioè, o stringere la resistenza, benchè quella abbia cessato di agire. Causa di tal durata è che i corpi elevati o compressi dalle viti fanno contro queste degli sforzi in direzioni parallele alle lunghezze, ossia ai cilindri di esse viti; mentre al contrario queste, spinte contro i corpi in direzione molto obbliqua e vorticosa, non possono essere respinte indietro che nella stessa direzione, che non può loro darsi dal peso de'corpi.

320. Perciò serve questa macchina a tenere stretta-

mente uniti insieme diversi corpi, come si pratica colle viti comuni e colle morse de' fabbri, od a produrre una forte compressione, come si usa coi torchi per pigiare le uve onde ricavarne il vino, o per premere le ulive, le mandorle, i ricini ed altri semi di piante per estrarne l'olio, o per coniar monete, o per imprimere caratteri o disegni sulla carta, o per tener compressi drappi, stoffe e simili, od infine ad innalzare e mantenere sollevati enormi pesi. Infatti l'ingegnoso architetto GEREMIA LERSONI per mezzo di molte viti mirabilmente disposte sollevò da terra per più palmi il campanile della chiesa di S. Lorenzo di Rotterdam, e dopo di averne ricostruito le fondamenta ve lo ripose.

321. Compiendo la potenza P (Tav. 4 fig. 5) un intero giro mentre la madrevite scorre un passo della vite; se la circonferenza descritta dalla potenza si divide in 25 parti eguali, ed il passo della vite si allunga di $^1/_4$ di linea, quando la potenza scorre $^1/_{25}$ della circonferenza, questo moto indica quello della chiocciola di $^1/_{25}$ di $^1/_4$ di linea, ossia di $^1/_{100}$ di linea. Potendosi così segnare con un istrumento i centesimi di linea, si è giunto a dividere un pollice Inglese in 500,000 parti eguali. Ecco resa la vite un *micrometro*, ossia un istrumento atto a misurare i più piccoli spazii, della cui descrizione si è molto occupato il celebre RAMSDEN. Nel compasso a verga l'esilissimo ed uniforme moto della vite è indicato da quello di una lancetta in essa impiantata, che movendosi con la stessa scorre su di un piano circolare esattamente diviso. Devesi all' invenzione di questa specie di compasso l'ammirabile esattezza delle divisioni e suddivisioni, che ora vantano gli istrumenti astronomici e circolari.

ARTICOLO VI.

DEL CUNEO.

322. Non è il *Cuneo* , la *Zeppa* o *Bietta* che un prisma triangolare ACB (Tav. 4 fig. 6) di materia molto dura. Il piano AEFB n'è il *dorso*, la *testa*, o la *base*; i piani laterali espressi in profilo da AC, BC ne costituiscono i *lati*; il triangolo ACB ed il suo opposto le *facce*; la parte acuminata C il *vertice*, ed infine la normale CD l' *altezza*. Addetto ordinariamente il cuneo a fare una gran pressione, od a fendere qualche corpo penetrando fra le sue parti per l'azione del proprio peso o per l' aggiunzione di un'altra forza P applicata sul suo dorso; colla pressione de' suoi lati sulle parti che si separano non può vincere altra resistenza che la coesione di queste. I lati quindi del cuneo debbono premere egualmente contro le risultanti delle coesioni delle parti corrispondenti, e queste pressioni debbono seguire in sensi opposti.

323. Non potendosi determinare l' intensità della forza applicabile al cuneo per ignorarsi la resistenza da vincere, non è sinora riuscito stabilire con precisione le condizioni dell' equilibrio, onde la loro espressione ha subìto delle varianti secondo i diversi aspetti, in cui la macchina si è riguardata. Il più semplice ed ordinario essendo quello di riferirlo al piano inclinato, se ne è dedotta nel seguente modo la legge dell' equilibrio.

324. La potenza P (Tav. 4 fig. 6) agisce sul dorso nella direzione DC, base del piano inclinato ACD,

e la resistenza che oppone il lato G del corpo contro il lato AG della macchina, agisce in direzione perpendicolare alla base medesima. Ma quando nel piano inclinato la forza costituente l' equilibrio agisce sulla resistenza parallelamente alla base del piano, la potenza è alla resistenza come l' altezza dello stesso piano alla sua base (§. 311); vi è dunque equilibrio nel cuneo quando la potenza P è alla resistenza R nello stesso rapporto, cioè come AD a DC. Ma nel tempo stesso il lato H del corpo oppone a quello BC del cuneo una resistenza eguale a G; per mantenere quindi l' equilibrio richiedesi una doppia potenza, ossia P : R :: AB : 2DC :: AD: DC; ma AD è la metà del dorso e DC è la lunghezza; dunque *la potenza è nel caso d' equilibrio alla resistenza, come la metà del dorso all' altezza del cuneo*.

325. Si prova questo risultato con un cuneo mobile situato fra due cilindri, a cui sono sospesi due contrappesi eguali, e che può rendersi ad arbitrio più o meno acuminato. Mettendosi sul cuneo un peso sufficiente, quello discende, allontana i due cilindri ed eleva i pesi a questi affidati. Paragonando tali pesi colla forza che tende a muoverli dal basso in alto, si conosce di esser questi fra loro in caso di equilibrio nell' indicato rapporto. Se per esempio la lunghezza del cuneo è doppia della larghezza del dorso, la forza di una libbra basterà ad equilibrare due pesi di due libbre ognuno.

326. Con questo sperimento si conferma anche il principio delle celerità virtuali; poichè quando il cuneo discende per tutta la sua lunghezza, i cilindri si allontanano di una quantità di spazio eguale alla larghezza del dorso, e non montano i pesi che della metà di questo.

327. Nell' uso quindi di questa macchina la potenza è tanto più vantaggiosa, di quanto si diminuisce la larghezza del dorso AD e si aumenta la lunghezza DC (§. 312). È poi questo vantaggio più considerabile quando le parti del corpo disgiungendosi a misura che il vertice A s' inoltra nella massa del corpo prevengono, per così dire, l' arrivo del cuneo su di esse ; diminnendosi così il sommo stropicciamento dei lati dello strnmento contro le pareti del corpo da fendersi.

328. Le condizioni dell' equilibrio del cuneo rendono ragione della gran forza ed attività di tutti gli istrumenti che ad esso riduconsi, come le asce, le accette , le scuri, le mannaje, i coltelli, le spade , le seghe , le lime, gli scalpelli, le zappe, le vanghe, gli aratri, e generalmente tutti gli ordegni che forniti di taglio o di punta, come gli aghi, i punteruoli, le spille, i chiodi e simili sono destinati a fendere, a sminuzzare, a forare, ed a produrre effetti di tal natura. È per ciò che i denti incisivi, le unghie, i becchi degli uccelli e le corna degli animali, essendo de' cunei, sono nel vertice aguzzi, e molto più lunghi che larghi.

ARTICOLO VII.

DELLE MACCHINE COMPOSTE.

329. Le macchine finora esposte sono semplici. Quando una di esse si rende inefficace, se ne dispongono più insieme nel modo più atto a far loro produrre il desiderato effetto. Questa unione di macchine semplici è ciocchè dicesi *macchina composta,* capace di superare con

una minima potenza una massima resistenza. Variando le macchine composte secondo l'ingegno del costruttore e lo scopo della costruzione, sono esse differenti e quindi numerose in modo che troppo difficile, per non dire impossibile ne risulta l'esposizione. Contenti perciò d'indicare il modo di analizzarle e discovrire i rapporti delle forze, che mettono in oppozione, ci limiteremo alla descrizione delle più conosciute.

330. La prima che richiami l'attenzione è un sistema di tre leve di prima specie, AB, A'B', A''B'', disposte nel modo additato dalla fig. 7 (Tav. 4) ed in ognuna delle quali la parte CB è quadrupla di CA. La resistenza R di 64 libbre applicata all'estremo A della prima leva è bilanciata in B da uno sforzo di 16 libbre (§. 256), il quale funzionando da potenza nella prima leva e da resistenza nella seconda, è equilibrato nel punto B di questa da uno di 4 libbre, che si contropesa nella terza leva da una libbra.

331. Questo sperimento serve di norma alla determinazione delle condizioni di equilibrio di una macchina composta qualunque. Decomposta infatti questa nelle semplici che la costituiscono, si cerca il rapporto della potenza alla resistenza in ognuna di queste, calcolando sempre la potenza come 1; il rapporto generale dei prodotti dei termini di tutti i rispettivi rapporti parziali sarà quello della potenza alla resistenza in caso di equilibrio. Così essendo nell'addotto esempio tre le leve, e verificandosi in ognuna di esse il rapporto di 1 a 4, sarà P : R : : 1 : 64, essendo $1 \times 1 \times 1 = 1$, e $4 \times 4 \times 4 = 64$. Può dunque stabilirsi che *in ogni macchina composta il rapporto della potenza alla resistenza è il prodotto di quel-*

li della potenza alla resistenza in ciascuna delle macchi - ne semplici componenti.

332. Si richiede il prodotto e non la somma dei rapporti delle macchine semplici, non agendo le tre leve simultaneamente sulla resistenza, ma operando successivamente la prima sulla seconda, e questa sulla terza; talchè la potenza nella prima fa da resistenza nella seconda, e così in appresso. Le potenze quindi e le intermedie resistenze decrescono in ragion geometrica espressa nel caso in esempio da 4 : 1, e la potenza situata nell'ultima leva è alla resistenza posta nella prima in ragion composta da quelle delle tre leve, o di tutte le macchine semplici, cioè come 1 : 64.

333. È questo il modo di valutare la forza di qualunque altra macchina composta. Volendosi infatti calcolare l'efficacia della così detta *stadera composta* ABCD (Tav. 5 fig. 1), costante di due leve AB,CD, la prima delle quali avendo il falcro in E, la resistenza in A, e la potenza in P è di prima specie; e la seconda avendo il fulcro in D, la potenza in C, e la resistenza R nel loro mezzo è di seconda specie; poichè la potenza è alla resistenza : : AE : EB in quella, e : : CD : FD in questa leva (§§. 256 e 279), nel caso che AE sia di 2 ed EB di 24 pollici, sarà P : R : : 2 : 24 : : 1 : 12 ; come essendo CD di 28 pollici e DF di 2, sarà P : R: : 2 : 28 : : 1 : 14; e quindi P : R : : 1 : 12×14=168 , ossia la potenza di una libbra applicata all'estremo B potrà sostenere 168 libbre di peso.

334. La *vite perpetua* o *senza fine*, è un'altra macchina composta, perchè il maschio AD (Tav. 4 fig. 8), che la costituisce, ingrana le sue spire C fra i denti

della ruota dentata DE, che ha nel suo asse un cilindro o tamburo F, a cui è avvolta una fune, che ha nell' estremità la resistenza R. Messo il maschio in moto dal manubrio P, urta colle sue spire i denti della ruota e la fa girare; e per tal movimento la fune si ravvolge sul cilindro F e la resistenza ascende. Applicandosi la potenza al manubrio P, ed agendo la prima resistenza, ch' è la ruota, contro il filetto C e parallelamente al suo asse; la potenza è alla resistenza come il passo della vite alla lunghezza del manubrio (§. 318). Ma l' azione dei filetti della vite sulla circonferenza della ruota è una seconda potenza riguardo alla resistenza da elevarsi, onde quella è a questa come il raggio dell' asse a quello della ruota (§. 303). Da questi due rapporti può dunque dedursi che *vi ha equilibrio nella vite perpetua quando la potenza è alla resistenza come il prodotto del passo della vite pel raggio dell' asse a quello del raggio della ruota per la circonferenza descritta dalla manovella*. Supponendo quindi di $1/_4$ pollice la distanza di due contigui passi della vite C, di 2 piedi il raggio del cilindro F, di 10 quello della ruota DE, e di 50 pollici la circonferenza descritta dalla potenza; sarà $P : R :: 1/_4 \times 2 : 10 \times 50 :: 1 : 500$.

335. Questa macchina intanto, ch' è la più vantaggiosa e la meno complicata delle altre, è pochissimo impiegata per la perdita di tempo, da cui il vantaggio della potenza è compensato; bisognando un' intera rivoluzione della vite su di se stessa per sgranare un dente della ruota, e quindi tante rivoluzioni di quella quanti sono i denti di questa per compirsi dalla stessa e dal corrispondente tamburo una intera rivoluzione. Se la

ruota infatti ha 126 denti, il manubrio farà 126 rivoluzioni, ossia la potenza scorrerà 126 volte 50 pollici, ossia 6300 per far ascendere la resistenza di uno spazio poco maggiore di 12 piedi eguali alla circonferenza del tamburo; e questo lento moto della resistenza non può convenire che in pochissimi casi.

336. Sono le così dette *ruote dentate* un' altra macchina composta, perchè formata da un assieme d' argani atti a trasmettere il moto per mezzo de' denti. Hanno infatti esse sui loro rispettivi assi un piccolo cilindro A scanalato detto *rocchetto* (Tav. 4 fig. 9) i cui *denti* o *ali* s' ingranano coi denti d' una ruota per comunicarle o riceverne moto. Quando questi rocchetti prendono il nome di *lanterne* la loro circonferenza costa di più pezzi conformati a fusi, fra i quali s' ingranano i denti della ruota, come osservasi in A e C (Tav. 4 fig. 10). Applicandosi alla prima ruota di questo sistema la potenza colla manovella P (Tav. 4 fig. 9) il moto di quella comunicato al rocchetto A e da questo alla ruota B ed al cilindro C, fa ascendere la resistenza R sostenuta dalla fune avvolta intorno a quest' ultimo. Or costituendo la prima ruota col suo rocchetto A un asse nella ruota in cui la potenza P agisce tangenzialmente alla circonferenza di quella, e la resistenza perpendicolarmente alla circonferenza di questo; la potenza è alla resistenza come il raggio della ruota è a quello del rocchetto (§. 303). Ed essendo la resisten a della ruota B al rocchetto A una potenza applicata alla circonferenza di questa, ed equilibrata dalla resistenza R applicata all' asse C, si ha una seconda burbera, il di cui equilibrio non può dipendere da condizioni diverse dalle

precedenti. Può quindi stabilirsi che *nei sistemi delle ruote dentate vi è equilibrio quando la potenza è alla resistenza come il prodotto de' raggi dei rocchetti a quello dei raggi delle ruote.*

337. È questo principio applicabile ad ogni altra specie di siffatta macchina, qualunque sia il numero e la disposizione delle sue parti. Volendosi infatti conoscere il rapporto della potenza alla resistenza nella macchina PBD composta di tre burbere (Tav. 4 fig. 10), basta osservare che la potenza movendo il manubrio P fa girare la lanterna o rocchetto A, il quale trasmettendo l' azione alle altre parti della macchina fa ascendere la resistenza ; poichè supponendo di 2 pollici il raggio del rocchetto A, quello di C, e l' altro del cilindro E, di 17 quello del manubrio P, di 8 quello della ruota B, e di 10 l'altro di D, sarà P: R :: 8 : 1360 :: 1 : 170 , per essere $2\times2\times2=8$ e $17\times8\times10=1360$; ossia la potenza di una libbra potrà equilibrare la resistenza di 170 libbre.

338. Addette le ruote dentate alla trasmissione del moto, non possono che accelerarlo o ritardarlo. Nel primo caso l' azione passa dalle ruote ai rocchetti , ed il contrario avviene nel secondo caso. In un sistema infatti di due ruote A e B (Tav. 4. fig. 11), armate ognuna di 80 denti , e di altrettanti rocchetti G, D, dotati ognuno di 8 ali, applicandosi la potenza alla prima ruota A, in un giro di questa i suoi 80 denti debbono 10 volte ingranare gli 8 denti del rocchetto C , onde questo e l' altra ruota B debbono eseguire nel tempo stesso 10 rivoluzioni. Per la stessa ragione mentre B gira una volta il rocchetto D gira 10 volte ,

onde questo compier deve 100 rivoluzioni in una sola della prima ruota A. Il moto dunque si accelera da A in D, e tanto più di quanto più il numero de' denti delle ruote differisce da quello delle ali de' rocchetti. Quindi *in un sistema di ruote dentate, che scambievolmente s'ingranano, il numero delle rivoluzioni dell' ultimo rocchetto è a quello delle contemporanee rivoluzioni della prima ruota, come il prodotto dei denti di ciascuna ruota è a quello delle ali di ciascun rocchetto*. Perciò nel caso attuale il numero delle rivoluzioni di A sarà a quello delle rivoluzioni di D :: 64 : 6400 :: 1 : 100, essendo 8×8=64, ed 80×80=6400.

339. La potenza applicata alla circonferenza del rocchetto D (Tav. 4 fig. 11) trasmettendo per mezzo di questo il moto alla ruota A e quindi alla resistenza, produce un effetto opposto al precedente; cioè il moto si rallenta a misura che il numero de' denti delle ruote eccede quello delle ali dei rocchetti. Mentre infatti il rocchetto D compie un intero giro, la ruota B ed il suo rocchetto G fanno una decima parte della loro intera rivoluzione e la ruota A fa la centesima della sua, onde per un intero giro di questa ruota la potenza ne deve far compiere 100 al rocchetto D. Or se le rivoluzioni del rocchetto D e della ruota A esprimono rispettivamente la velocità della potenza e della resistenza, è anche a questa macchina applicabile il principio delle celerità virtuali, che sono in ragion inversa delle masse, onde *v'ha equilibrio nei sistemi delle ruote dentate quando la potenza è alla resistenza nell' inversa ragione delle rivoluzioni del primo rocchetto e dell' ultima ruota*. Crescendo però le rivoluzioni del primo rocchetto, ossia

la velocità della potenza, in ragione della differenza del numero dei denti delle ruote da quello delle ali dei rocchetti, nel calcolare il valore delle macchine a ruote dentate le condizioni del loro equilibrio possono anche esprimersi per mezzo delle ali dei rocchetti e dei denti delle ruote. Non può essere tale espressione inesatta, poichè essendo il numero dei denti e delle ali in ragion diretta delle circonferenze delle ruote e dei rocchetti, e quindi de' loro rispettivi raggi, può ai rapporti di quelli delle rnote e dei rocchetti impunemente sostituirsi l'altro del nnmero dei denti e delle ali.

340. Le macchine a ruote dentate sono preferibili, potendosi applicare la potenza alla prima ruota o al primo rocchetto. Si applica la forza motrice al primo rocchetto quando con poca forza si vuol vincere una considerabile resistenza non curando la gran perdita di tempo che vi si fa. Si applica poi alla prima ruota quando lungi dal risparmiar forza nella potenza si vuole anmentare la velocità della resistenza, come avviene ne' molini, in cui si dà alle mole una velocità capace di sviluppare nna forza bastante a triturare le materie.

341. Ai sistemi delle ruote dentate succedono quei delle carrucole. Chiamasi in generale uno di questi *polispasto*, ed in particolare *dispasto*, *trispasto*, *tetraspasto*, *pentaspasto* ec. secondocchè il polispasto costa di due, tre, quattro, cinque ec. girelle (1). Nella

(1) Quando la potenza giovasi di una sola carrucola, la macchina semplice che ne risulta chiamasi *monospasto*.

composizione de' polispasti le carrucole possono disporsi in due modi ; 1.° o si annette ad ogni carrucola una fune per funzionarvi da resistenza riguardo alla carrucola superiore e da potenza riguardo all'inferiore, e la potenza che equilibra tutto il sistema si applica al capo di fune che sorregge l' ultima carrucola (Tav. 4 fig. 12) ; 2.° o tutte le carrucole mobili si affidano ad una comune cassetta o staffa, in corrispondenza di altrettante carrucole similmente disposte, affinchè una sola fune passando alternativamente da queste a quelle ed uscendo per l' ultima fissa possa rendere applicabile la potenza (Tav. 4 fig. 13).

342. Nella prima disposizione delle carrucole la fune che abbraccia la puleggia mobile A (Tav. 4 fig. 12) , essendo legata per un estremo al punto fisso F , l' altro estremo invece di essere immediatamente tirato dalla potenza è attaccato ad un' altra puleggia mobile B egualmente abbracciata da un' altra fune , un' estremo della quale è anche fisso in un altro punto G , mentre l' altro è legato alla staffa di una terza carrucola mobile C, e così in appresso; della fune però , che abbraccia l' ultima puleggia mobile D, un capo passa per quella di rinvio E onde facilitare l' applicazione della potenza P. Per determinare la condizione dell' equilibrio in questa specie di polispasto , basta osservare che la resistenza R è sostenuta egualmente dal punto fisso F e dalla staffa della seconda puleggia B, onde supponendola di 16 libbre , 8 sono sostenute da quello ed altrettante da questa : che dovendo la stessa puleggia B sostenere la metà del peso di R, delle 8 libbre 4 si sostengono dal punto G ed altrettante dalla terza puleg-

gia C: che sostenendo questa la quarta parte della resistenza, delle 4 libbre due agiscono contro il punto H ed altrettante contro la quarta puleggia mobile D; e che l'ottava parte di R agente contro D si sostiene metà dal punto I e metà dalla potenza P, onde questa infine non sostiene che il peso di una libbra, cioè la sedicesima parte della carica totale, per cui P : R :: 1 : 16. Essendo poi la puleggia di rinvio E indifferente all'azione della potenza e resistenza (§. 293), tutto il sistema può sciogliersi nelle quattro puleggie mobili A, B, C, D; ma in ciascuna di queste P : R :: 1 : 2 per le funi parallele (§. 297); valutando quindi l'efficacia del sistema secondo il principio generale (§. 331), sarà P : R :: 1 : 16, essendo 1×1×1×1 =1, e 2×2×2×2=16. Può dunque stabilirsi che *in un sistema di carrucole mobili, di cui ognuna ha una corda separata, vi è equilibrio se le corde sieno parallele quando la potenza è alla resistenza come l'unità al numero 2 tante volte per se stesso moltiplicato quante sono le carrucole mobili meno una.*

343. Alterandosi però questo rapporto a danno della potenza dalla divergenza delle funi (§. 298), è in tal caso la potenza alla resistenza come il prodotto dei raggi di tutte le puleggie mobili a quello delle corde degli archi dalle funi abbracciati.

344. Il notabile vantaggio, che questo sistema di carrucole procura alla potenza coll'economia di forza, è compensato dalla perdita di tempo. Volendosi infatti elevare di un piede la resistenza, la potenza deve scorrere lo spazio di 16 piedi, ossia tirar deve 16 piedi di fune; poichè ascendendo di un piede la prima puleg-

gia mobile la sua fune si svolge di 2 piedi (§. 297) ; ascendendo quindi di 2 piedi il centro della seconda puleggia mobile , la sua corda si sviluppa di 4 piedi ; di tanto ascendendo la terza puleggia, la sua fune si spiega di 8 piedi ; e di tanto infine montando l' ultima puleggia , la sua fune si svolge di 16 piedi , che esprimono lo spazio da scorrersi dalla potenza per elevare di un solo piede la resistenza.

345. Vi è però un altra disposizione di carrucole più usata dell' esposta, perchè meno imbarazzante della stessa. Chiamasi dessa *taglia*, e risulta dalla unione di parecchie puleggie fisse o mobili , che esistendo in due casse costituiscono altrettanti sistemi separati, ma corrispondenti.

346. Due serie A e B (Tav. 4 fig. 13) di puleggie di decrescente grandezza sono rinchiuse in una staffa e situate l' una al di sopra dell' altra. Sono le puleggie di diversi diametri , affinchè le corde ad esse avvolte si muovano senza toccarsi , poichè toccandosi scambievolmente produrrebbero un notabile strofinio a danno della potenza. Avvolgendosi intorno a tutte le puleggie una sola fune, che va alternativamente dalla taglia superiore fissa all' inferiore mobile e da questa a quella, si ha una macchina, pel di cui mezzo una data potenza può agire con vantaggio contro una data resistenza.

347. La resistenza da sostenersi od elavarsi essendo sospesa alla taglia mobile, ed essendo noto il numero delle puleggie di qnesta , si può facilmente determinare la condizione dell' equilibrio in siffatta specie di polispasto. La fune in fatti , a cui è applicata la potenza,

soffre una tensione a questa eguale; ma la fune immediatamente susseguente non può soffrire una tensione maggiore senza trascinar seco la stessa potenza, e tanto avviene per le altre funi successive; la resistenza quindi è egualmente sostenuta da tutte le funi. Ma quando un peso è sostenuto da forze eguali, ne sostiene ognuno una parte eguale al numero di tali forze ; dunque *in un sistema di carrucole contenute in due taglie ed attorniate da una sola fune vi è equilibrio quando la potenza è alla resistenza come l' unità al numero delle funi della taglia mobile*. Ma le funi che sostengono la resistenza sono eguali in numero alle carrucole di ambe le taglie; si può dunque anche dire che *ne' polispasti la potenza equilibra la resistenza quando quella è a questa come l'unità al numero di tutte le carrucole delle taglie, ossia che nei polispasti la resistenza eguaglia la potenza moltiplicata pel numero delle carrucole delle taglie*.

348. Anche questa macchina conferma il principio delle celerità virtuali. Mentre la taglia mobile B (Tav. 4 fig. 13) ascende, per esempio , lo spazio di un piede, ciascun capo di corda ad essa attenente descrive accorciandosi uno spazio eguale; onde allungandosi di sei piedi la corda P, scorre la potenza uno spazio sei volte maggiore di quello che si percorre dalla resistenza. Essendo quindi la velocità di questa a quella della potenza come 1 a 6, vi sarà equilibrio quando P : R : : 1 : 6; e sei difatti sono i capi di corda delle puleggie mobili, e tutte le puleggie di ambe le taglie. Una potenza quindi di 10 libbre per mezzo di questa macchina equilibra una resistenza di 60 libbre, oltre il peso della taglia mobile e delle funi, che sono a svantaggio della potenza.

349. Dovendosi impiegare dei polispasti composti di molte girelle, per non far loro occupare uno spazio molto grande sogliono i meccanici unirne più in una sola cassa in modo che girino intorno ad un asse comune. Tali sono le *puleggie concentriche* di Giacomo White. Sono esse espresse dalle due taglie A e B (Tav. 4 fig. 14) di forma conica, dotate di tre o più scanalature concentriche e decrescenti in modo da contarsi in ogni taglia sei girelle, che formando un sol pezzo si aggirano intorno ad un perno comune. Una fune ligata per un estremo al gancio opposto in una delle due staffe si avvolge successivamente intorno alle girelle superiori ed inferiori sino a che uscendo l'altro estremo dall'ultima girella mobile serve all'applicazione della potenza. Il sistema però più in uso costa di due staffe A e B (Tav. 5 fig. 2), in cui sullo stesso asse, ma in particolari incavi muovonsi più girelle della stessa grandezza ; e di una fune che partendo dal gancio apposto alla staffa superiore abbraccia successivamente tutte le girelle di ambe le taglie, ed uscendo dall' ultima girella della taglia fissa serve all' applicazione della potenza. Si è questo polispasto reso più utile da Smeaton, componendo ogni taglia di due staffe A e B (Tav. 4 fig. 15) congiunte in modo da formare due serie di girelle che s'intersecano ad angolo retto. Essendo egualmente costrutta la staffa mobile , a cui è affidata la resistenza, la corda che successivamente si avvolge a tutte le girelle, costituendo una specie di parallelepipedo non reca coi suoi diversi capi alcun impaccio. Qualunque disposizione intanto subisca un sistema di puleggie, non se ne può valutare l'efficacia che nel modo testè in-

dicato (§. 347) ; onde sopponendolo composto , per esempio, di cinque girelle per ogni staffa, le due taglie ne conterranno 20, e sarà P: R : : 1 : 20; e non sono preferibili in pratica le ultime combinazioni che pel risparmio di alcune casse, pel diminuito peso delle taglie, per lo scemato numero de'perni che diminuisce la resistenza dell'attrito , e per essere a maggior altezza elevabile la resistenza, occupando ogni taglia un piccolo spazio.

350. Vi sono dunque due specie di macchine composte; sono alcune un assieme di macchine semplici simultaneamente agenti sulla resistenza , costano altre di macchine semplici su di questa agenti successivamente. In caso di equilibrio il rapporto della potenza alla resistenza è nelle prime la somma (§. 347) , e nelle seconde il prodotto dei particolari rapporti delle due forze in ogni macchina semplice (§§. 331-342). Questa differenza di risultati non deriva che dalla simultanea o successiva azione delle macchine semplici sulla resistenza. Tutte le formole quindi di equilibrio delle macchine composte , come quelle desunte dal numero delle corde , o delle carrucole, o delle rivoluzioni delle ruote, e simili; non sono che diverse espressioni della somma o del prodotto del rapporto della potenza alla resistenza in ogni macchina semplice (1).

(1) Poisson ha espresso con una formola generale le leggi dell'equilibrio delle macchine composte. *Traité de Mecanique* tom. 1. p. 503.

ARTICOLO VIII.

DEGLI AGENTI MECCANICI.

351. Per poco che si rifletta sulla natura e sull'uso delle macchine si comprenderà di leggieri, che incapaci come corpi inerti di darsi alcun moto e d'accrescere quindi la potenza che le mette in azione, non possono che renderla efficace nella sfera della sua attività. Applicandosi le forze alle macchine per tenerle in equilibrio o per metterle in movimento, nel primo caso quelle distrugger debbono e nel secondo produrre o conservare il moto. L'effetto dunque delle macchine non si limita che ad equilibrare la potenza e la resisistenza, od a sollevare in un dato tempo un grave ad una certa altezza. L'equilibrio prodotto da una macchina fra una piccola potenza ed una grandissima resistenza non può interamente ripetersi dall'azione della prima delle due forze sulla seconda. Una piccola potenza non può equilibrare che una egual parte della resistenza; superandosi il dippiù dall azione del punto di appoggio e di tutte le altre cause, che rendendo difficile il moto della macchina contrariano l'azione di quella che tende a produrlo, onde diconsi *forze passive*. A ragione quindi si riguarda il punto di appoggio come una forza eguale alla risultante della potenza e resistenza, ed agente in senso a queste opposto (§§. 242. 343).

352. Ignorandosi la natura delle forze motrici, e potendosi ciò non ostante calcolarne gli effetti, non si sono occupati i Meccanici che del modo di conservare e

modificare il movimento. L'azione di una potenza su di una resistenza è misurata dall'effetto prodotto in un certo tempo, che può riguardarsi come la somma di tutti gli effetti prodotti in ogni suo istante. Qualunque sia perciò la forza applicata ad una macchina, l'effetto di questa applicazione non può risultare che dall' intensità della forza, dalla velocità da essa comunicata alla resistenza, e dalla durata della sua azione. Si misura in conseguenza l'intensità della forza collo stesso principio che la costituisce, cioè col peso determinato, ed in un dato tempo innalzato ad una certa altezza. Il peso dunque, l'altezza ed il tempo sono le tre quantità, che riferite ognuna all' unità della propria specie esprimono l'intensità della forza.

353. Supponendosi agire le forze in tempi eguali, basta pel loro rapporto tener conto de' pesi e delle altezze. Essendo d'altronde chiaro che l'innalzare due libbre all'altezza di un piede equivale all innalzarne una all'altezza di due, può riguardarsi l *effetto di una forza* come il prodotto del peso per l'altezza, riferiti ognuno all'unità della propria specie. L'unità dinamica ammessa dai Meccanici pel calcolo delle forze è quella capace d'innalzare un chilogrammo all'altezza di un metro. Chiamasi essa da Francoeur *dinamia* a differenza della così detta *grande dinamia* consistente in una forza mille volte più grande, perchè atta a sollevare anche ad un metro di altezza il peso di mille chilogrammi. Il numero delle dinamie determinanti l'azione o l'effetto di una forza dicesi da Coulomb *quantità di azione*, da Monge *effetto dinamico*, da Smeathon *potenza meccanica*, e da Carnot *momento di attività*.

354. Si calcola l'intensità delle forze per mezzo dell' acqua, essendo la sua caduta ed il suo innalzamento di un uso frequentissimo nelle arti. Poichè un litro, o decimetro cubico di acqua pesa esattamente un chilogrammo, ed il metro cubico vale mille litri, l'unità dinamica o la dinamia è il peso di un litro di acqua innalzato ad un metro, e la grande dinamia il peso di un metro cubico di acqua innalzato anche ad un metro. Esprimendosi quindi con P il numero de' litri o metri cubici di acqua innalzati ad M metri di altezza dall' azione di una potenza in O ore; il numero delle unità dinamiche che misurerà questa potenza, o dei chilogrammi, o migliaja di questi innalzati in un'ora ad un metro sarà espresso da $\frac{PM}{O}$; cioè eguaglierà il prodotto del peso moltiplicato per l'altezza e diviso pel tempo, ossia della massa moltiplicata per la velocità e divisa pel tempo.

355. Si valuta poi una forza agente in un dato tempo con varia intensità, ossia non uniforme, col calcolo indicato dalla cennata frazione dopo determinato l' effetto da essa prodotto in un brevissimo tempo; riferendosi così la forza per un istante all'unità dell' altra, con cui vuolsi paragonarla. Se quindi l' azione di una forza capace d' innalzare un peso P ad M metri di altezza in una unità di tempo continua per un tempo T, ossia per un numero T di unità di tempo; la quantità di azione PM ottenuta in ognuna di esse sarà ripetuta T volte, e quindi il prodotto $P \times M \times T$ sarà la quantità di azione o l'effetto dinamico; ossia in un dato tempo produrrà

la forza un numero di dinamie eguale a PMT, od innalzerà all'altezza di un metro il peso di PMT chilogrammi, od eseguirà un' opera equivalente a questo numero; onde sarà$=\frac{PMT}{1}=$PMT.

356. Non in tutte le circostanze però conta una forza lo stesso numero di unità dinamiche, opponendosi a questa identità di risultato la conformazione e disposizione delle macchine, gli attriti, la rigidezza delle funi, la comunicazione più o meno facile della forza, ed altre cause che altrove si esporranno. Per quanto perfetta sia una macchina non può giammai trasferire sulla resistenza tutto l'effetto della potenza. E questo ciò che i Meccanici esprimono coll' *effetto utile*, o colla *quantità di azione* di una macchina. Questa perdita inevitabile dimostra che lungi dal crearsi da una macchina la forza, non può che consumarsene una parte, talchè il numero delle unità dinamiche con quella ottenute non mai eguaglia quello di cui la forza è di per se stessa capace. Attesa però la distruzione di parte della forza motrice operata dalle macchine non devesi desistere dall' usarle, rendendo esse sole efficaci le forze con le convenienti direzioni ed opportune applicazioni.

357. Le forze capaci di attirare le macchine diconsi *agenti* o *motori meccanici*, e sono di quattro specie, l'acqua, il vento, il fuoco, e gli animali. L'acqua ritenuta in tubi, in canali, nell' alveo di un fiume ec. acquista movendosi una velocità pari a quella d' un peso cadente da una certa altezza, onde si determina la forza dell'acqua col calcolo degli stessi elementi della sua azione,

cioè della sua massa e velocità. L'aria che spinge le ali di un molino a vento agisce ancora in ragion della massa e velocità; poichè urtandosi contro le ali ed attivandosi la macchina dalle molecole aeree animate dal moto di traslazione, la forza motrice comunicata dalla corrente debb' essere proporzionale al numero delle molecole agenti, cioè alla loro massa moltiplicata per la loro velocità. L'acqua evaporata dal calorico agendo colla sua forza di elasticità contro le pareti del vase che la contiene tende a dilatarsi e ad uscirne con una velocità proporzionale ad essa forza, detta in tal caso *tensione*, che rende i vapori capaci di produrre effetti sì sorprendenti, da costituire ora i principali motori meccanici; e trovandosi le molecole acquose gassificate dal calorico nello stato delle aeree, la forza motrice del vapore è come quella del vento, simile ad un peso cadente da una data altezza e d' intensità valutabile col prodotto della massa per la velocità. Traendo o spingendo gli animali una resistenza qualunque, le imprimono una velocità al pari di un corpo urtante, onde la loro forza motrice è come quella di un peso animato da una velocità dovuta ad una altezza, cioè dalla velocità ch' esso acquista secondo l' altezza da cui cade (1). Tutti gli agenti mec-

(1) Benchè la forza degli animali produca l' effetto di un grave cadente, o di qualunque altro agente meccanico, non vale però quanto il prodotto della massa per la velocità. Un animale agendo comunica al mobile una forza al pari di un motore inanimato; ma questa, benchè della medesima indole, non ha per entrambi nè la medesima origine, nè i medesimi rapporti. Gli esseri insensibili, essendo privi di volontà, non possono agire, ossia produrre degli effetti, che col numero e coll'energia delle loro molecole, onde la loro forza motrice è

canici adunque vanno riguardati come la forza di un peso cadente da una data altezza, che urtanto i corpi che

il prodotto della loro massa per la loro velocità; ma gli esseri sensibili, avvertendo i loro bisogni e desiderando di provvedervi, impiegano all'uopo sotto la direzione della volontà le loro forze muscolari dipendenti dalla rispettiva loro individuale organizzazione. Simile la forza muscolare all'elasticità sviluppata da una molla di acciajo compressa, indipendentemente dalla massa del corpo elastico, è una conseguenza della forza vitale, e non un effetto del peso degli arti in azione. È falso quindi ciocchè all'uopo asserisce un illustre Ideologo, cioè « che l'uomo non agisca mai che come peso, » come molla, o como leva, al pari delle cose inanimate, e » non crei propriamente alcuna nuova forza; poichè avere » il potere di fare dei moti per forze esistenti dentro di noi » e senza esservi costretti dall'azione immediata di alcun cor» po estraneo non significhi che dentro di noi esista un prin» cipio creatore di una forza assolutamente nuova oltre le » esistenti nel mondo, talchè per la nostra propria energia » la quantità del moto si aumenti da un momento all'altro » nell'universo dalla nostra azione. (Conte Destut-Tracy » Pari di Francia, *Ideologia* cap. 12)

Confessando poi il dotto autore di essere la vita qualche cosa per alzare i nostri muscoli dei pesi molto superiori a quelli, che potrebbero lacerarli nello stato di morte; e ripetendo dalla forza vitale la facoltà locomotiva, di cui i muscoli sono gli immediati strumenti; non puole senza una evidente contraddizione imputare al peso, ossia alla massa degli animali le loro azioni volontarie.

Questa erronea e contradittoria opinione è infine smentita dalla esperienza, che ci assicura 1.° dell'aumento di forza negli animali dominati dall'ira, od aizzati a bella posta contro qualche oggetto; 2.° dell'aumento di energia negli uomini impegnati per qualche risultato impossibile ad ottenersi coi mezzi ordinarii; 3.° e della superiorità infine del leone sull'elefante per la forza, benchè sia a questo inferiore per la massa.

incontra imprime loro una quantità di moto espressa dal prodotto della massa per la velocità (§. 160). Riserbandoci di esporre altrove i particolari degli altri agenti meccanici, c'intratterremo ora di ciò che concerne gli animali.

358. Tra quelli più frequentemente addetti all' attivazione delle macchine contandosi gli uomini ed i cavalli, si è principalmente cercato di determinare gli effetti da questi esseri prodotti. Lo strumento all'uopo impiegato chiamasi *Dinamometro*. Benchè Graham, Desaguilier, e Leroy abbiano contribuito alla sua invenzione, pure non si è desso perfezionato che da Regnier (1). Costa esso di una molla ellittica, della lunghezza di circa 0,3 di metro, che con quanta maggior forza si stringe nel senso dell' asse minore, o si stira nel senso del maggiore, tanto più i suoi rami si avvicinano, ed un indice si avanza su di un lembo graduato (2). Approssimandosi tai rami per lo sforzo di un' animale messo in varie posizioni, l'indice nota il peso a cui tale sforzo corrisponde.

359. Gli esperimenti con questo istromento istituiti comprovano 1.° che gli uomini differiscono fra loro più

Non ostante quindi la nostra ignoranza sul modo con cui negli animali si producano le forze, devesi convenire che questi eseguono le operazioni volontarie colle forze muscolari, e che nell'esercizio di queste si giovano talora del peso del proprio corpo per agevolarne l' efficacia.

(1) *Journal Polytech.* cap. V.

(2) La dettagliata descrizione di questa macchina si osserva nel *Dizionario Tecnologico* sotto la voce *Dinamometro*, e la sua figura nella tavola XIX delle Arti meccaniche.

in forza che in taglia; 2.° che la forza media delle donne eguaglia quella di un giovine di 15 o 16 anni, ossia $^2/_3$ di quella degli uomini ordinarii; 3.° che variano questi in forza secondo i mestieri che esercitano, essendosi trovata quella di un parrucchiere la metà di quella di un ferraio; 4.° che gli uomini di muscoli risentiti sono più forti di quelli a membra carnose; 5.° e che un uomo verticalmente situato colle cosce e gambe poste l'una sull'altra, è capace di sostenere dei pesi straordinarii, usando però più di destrezza che di forza. Essendosi però rilevato che il termine medio del *maximum* della forza degli uomini ordinarii corrisponde a 516 libbre, e quello della forza con cui possono stringere fra le mani si riduce a circa 198 libbre, si è su questi due termini stabilita la graduazione dello strumento.

360. È lo sforzo degli esseri animati una quantità costante, che non può aumentarsi, nè continuare a nostro arbitrio. Le loro forze si diminuiscono gradatamente col travaglio, e se non fossero di tempo in tempo ristorate dalla nutrizione e dal riposo mancherebbero affatto. Se è possibile che un cavallo dia col petto un forte colpo, e che un uomo corra con notabile celerità, o porti un peso considerabile, è impossibile il farli agire per più di un'ora collo stesso grado di forza. L'azione prolungata degli animali è quindi sempreppiù piccola di quello ch'è, esercitata per un momento; perciò i Meccanici riducono la forza animale continua al terzo di quella che si può considerare in azione per un tempo più breve; e nella maggior parte de' casi non si possono impiegare gli animali che alternando il lavoro ed il riposo. Varia anche l'energia della forza degli animali secondo il modo

di sua applicazione, non essendo lo stesso per un uomo, a cagion d' esempio, il tirare e lo spingere, l' agire col proprio peso ed impiegare la potenza muscolare delle gambe, delle cosce, delle braccia o dei reni. Varia infine la fatica durata dall' animale secondo l' età, la costituzione, il sesso, le abitudini e la stagione. Coulomb assicura che nella Martinicca, ove di rado la temperatura è al di sotto di 20 gradi, si ottiene dagli uomini metà del lavoro che fanno in Francia.

361. Dietro questi risultati i Fisici hanno ricercato; 1.° la quantità di azione, o l' intero effetto che un animale può in un giorno produrre senza sconcertarsi, ossia il peso che un animale può sollevare in un giorno ad una data altezza; 2.° il modo di ritrarre il maggior vantaggio possibile dalla fatica che un animale può in un giorno durare, od il maggior effetto determinabile dal massimo peso, che può esso sollevare ad una data altezza.

362. Riguardo alla prima ricerca Daniele Bernoulli crede che in qualunque modo un uomo lavori, camminando o tirando, con una macchina o senza, lo stesso grado di fatica produca sempre lo stesso effetto; talchè variando ad arbitrio ne' limiti della forza naturale degli animali lo sforzo, la velocità e la durata di loro azione, durino essi in tutti i casi la stessa fatica per la produzione di una stessa quantità di azione; ed intendendo per la fatica di un giorno quella di 7 ad 8 ore, calcola per ogni specie di lavoro la fatica giornaliera di un uomo per un peso di 172800 libbre francesi innalzato di un piede parigino (1). Ma Coulomb prova coll'esperienza e dimo-

(1) Memoria *Sur la manière de supplèer en mer à l' action*

stra col calcolo che la fatica non è sempre proporzionale alla quantità di azione, e che senza aumentarsi sensibilmente quella può aversene l'effetto variandosi opportunamente la specie del lavoro (1). Benchè LAMBERT tenga all' uopo conto non solo della forza che l' uomo impiega, ma anche del modo con cui l' esercita, e specialmente dell' angolo che fa il corpo stirando, montando, spingendo, od in altro modo operando; pure le sue ingegnose considerazioni munite di moltiplici ed intricate formole sono inutili per la pratica (2). NAVIER però avendo attentamente esaminato i risultati ottenuti da COULOMB (3), SMEATON e GUENYVEAN (4), che meritarono la pubblica approvazione, ha arricchito la scienza di numerose scoverte sommamente preziose per le arti ed i mestieri. Scevre di calcoli e formole corrispondenti, sono esse le seguenti.

363. Un uomo col solo carico del proprio peso valutato per 65 chilogrammi cammina su di un terreno orizzontale colla velocità di 15 decimetri per secondo e scorre in un giorno da 40 a 50 chilometri, onde in 10 ore di cammino si avrebbe il prodotto di 2340 grandi dinamie. — Calcolano i militari il passo ordinario dell' infanteria per 8, l' accellerato per

du vent premiata nel 1775 dall' Accademia delle Scienze di Parigi, ed inserita nell' ottavo volume de' suoi Atti.

(1) Memoria letta nel 1775 all' Accademia delle Scienze di Parigi, ed indi pubblicata nel secondo volume delle Memorie dell' Istituto di Francia.

(2) PRONY, *Architettura idraulica* tom. 1 p. 516,

(3) *Teoria delle macchine semplici*, p. 255.

(4) *Saggio sulla scienza delle macchine.*

11, e quello di corsa per 21 decimetri a secondo, e la lunghezza sempre di 2 metri per ogni tre passi. Il soldato in marcia porta un peso di circa 18 a 19 chilogrammi in tempo di pace, e 25 a 26 in tempo di guerra; i granatieri portano 20 chilogrammi nel primo e 27 nel secondo. — Un facchino, che dopo di aver portato un carico sulle spalle ritorna ad indossarsene un' altro, sostiene 65 chilogrammi di peso con 5 decimetri di velocità per secondo, il che corrisponde a 117 grandi dinamie per ora. Questo lavoro, che egli fa in 6 ore al giorno, equivale a 702 metri cubici di acqua innalzati all' altezza di un metro. — Un operajo, che dopo di aver trasportato dei materiali in un carretto a due ruote ritorna a prenderne un altro carico, porta 100 chilogrammi colla velocità di 5 decimetri per secondo, il che vale in un'ora 180 grandi dinamie. Questo lavoro fatto in 10 ore al giorno equivale a 1800 grandi dinamie.—Un uomo che ascende per un dolce pendio o su di una scala col solo carico del peso del proprio corpo, valutato per 65 chilogrammi, si muove con una velocità verticale di 15 centimetri per secondo equivalente a 35100 dinamie per ora; e questo lavoro continuato per 8 ore al giorno produce 281 grandi dinamie. — Un operajo, che dopo di aver alzato dei pesi con una corda passata su di una puleggia lascia ricadere la corda colla cesta vuota, solleva 18 chilogrammi di 2 decimetri per secondo, il che produce in ogni ora 12960 dinamie, onde con un lavoro di 6 ore ottengonsi 77760 chilogrammi innalzati di un metro, ossia circa 77 grandi dinamie e mezza. —Un'altro operajo, che con un carico sulla schiena trasporta dei pesi su di un

dolce pendìo o su di una scala, può portare 65 chilogrammi con 4 centimetri di velocità verticale per secondo: lavoro, che produce in ogni ora 9350 dinamie, ed eseguito in 6 ore al giorno 560. — Un uomo, che agisce con una manovella, porta 8 chilogrammi con 75 centimetri di velocità, costituenti 21600 dinamie: lavoro, che eseguito in 8 ore al giorno produce una quantità di azione di circa 173 grandi dinamie, ossia equivale al giornaliere innalzamento di 173 metri cubici di acqua all'altezza di un metro. — Un remigante può dare secondo Bernoulli 275 grandi dinamie col lavoro di 8 ore al giorno.

364. Pel cavallo, la di cui forza si valuta come settupla dell'umana (1), benchè le circostanze in cui se ne fa uso molto influiscano a variarne gli effetti, si è rilevato quanto segue.—La maggior velocità di un cavallo in una corsa di 7 ad 8 minuti è di 12 a 15 metri per secondo. Il passo ordinario della cavalleria è lungo 8 $^1/_3$ decimetri, e si esegue colla velocità di 1 $^2/_3$ di metro; il passo del trotto è lungo 11 decimetri, scorrendosi 3, 2 metri per secondo; nel galoppo il cavallo scorre ad ogni salto 3, 2 metri colla velocità di 5, 3 metri per secondo. Il peso del cavaliere e del suo carico è di 80 chilogrammi. Il cavallo può scorrere ogni giorno 40 chilometri in 7 ad 8 ore. Il peso dell'animale si valuta per 225 a 250 chilogrammi.—Un cavallo carico sulla schiena andando di passo porta 120 chilogrammi con 11 decimetri di velocità a secondo, il che equivale a 475 grandi dinamie

(1) Desaguillier ha valutato in Inghilterra un cavallo per cinque uomini.

ad ora. Potendo camminare 10 ore al giorno si hanno 4562 grandi dinamie. — Trottando non porta l' animale in 7 ore che 80 chilogrammi con 2, 2 metri di velocità, il che equivale a 634 grandi dinamie ad ora, od a 4435 al giorno. — Un cavallo, che trasporta dei pesi con una carretta continuamente carica, andando a passo trasporta 700 chilogrammi colla velocità di 11 decimetri per secondo, il che equivale a 2772 grandi dimanie ad ora, ed a 27720 al giorno per 10 ore (1). Ritornando vuoto a prendere un altro carico tira 700 chilogrammi colla velocità di 6 decimetri per 10 ore, il che produce 15120 grandi dinamie al giorno. — Un cavallo, che attaccato ad una vettura trotta col suo carico, trasporta 630 chilogrammi colla velocità di 3, 2 metri a secondo, equivalente a 2772 grandi dinamie; ma non potendo resistere a questo lavoro che per 4 ore e mezza al giorno, non si ottengono che 12474 grandi dinamie. — Un cavallo, che attaccato ad una macchina va di passo, alza 45 chilogrammi con 9 decimetri di velocità per secondo, equivalenti a 145800 dinamie ad ora, onde un lavoro di 8 ore al giorno produce 1166 grandi dinamie. Un cavallo quindi, che camminando attinge dell' acqua con una macchina, può innalzare 1166 metri cubici di acqua

(1) Si calcola secondo Hachette il carico delle carrette per 700 a 750 chilogrammi a cavallo, non compreso il peso della vettura. La tirata di un buon cavallo è di 14 chilogrammi. In 8 a 9 ore al giorno esso scorre 38 a 40 chilometri su di una buona strada orizzontale. I cavalli di diligenza e di posta scorrono trottando 8 chilometri ad ora, e 34 a 38 chilometri al giorno, tirando circa 140 a 190 chilogrammi. Nel primo caso l'effetto dinamico diurno monta a 5600, e nel secondo a 3420 grandi dinamie.

al giorno all'altezza di un metro. Ma se l'animale trotta in vece di camminare, in ore 4 ½ al giorno non innalza più di 30 chilogrammi colla velocità di 2 metri; il che produce 272 grandi dinamie (1). — I cavalli tirando un peso si spingono in avanti, inclinano le gambe e portano il petto verso terra, e ciò tanto più quanto più un tal peso è grande. Essi quindi lo tirano colla loro forza e col peso della propria macchina, che a quella aggiunto la favorisce. Perciò un cavallo men forte, ma più pesante è più atto al trasporto di un peso che un cavallo più forte, ma men pesante; ed un cavallo carico sul dorso di un peso qualunque può tirare una soma che senza di esso non potea tirare; poichè il peso di cui si aggrava lungi dallo stancarlo unendosi a quello della sua massa favorisce le sue forze, e non l'obbliga a molto inclinare il petto verso terra.

365. Gli animali che secondano l'uomo nei suoi lavori, sono nelle zone temperate oltre il cavallo, il mulo, l'asino, il bue, il bufalo; nel nord il rangifero; nei climi caldi la zebra, il camello, il dromedario, e l'elefante. Mancando però per questi altri bruti le sperienze determinanti le rispettive quantità di azione, le considerazioni a ciascuno di essi relative sono troppo vaghe per farne un'utile applicazione. Essendo infatti il bue più atto a tirare, ed il camello e l'asino a portar pesi, credesi che la forza di questo sia doppia di quella del-

(1) I costruttori di macchine a vapore per esprimerne la forza in numeri la paragonano a quella di un cavallo supposto costantemente in moto, e sempre collo stesso vigore. Ed in questo senso dicesi che il cavallo dà 250 grandi dinamie ad ora o 6000 al giorno.

l' uomo, e che il bue nel tirare pareggi il cavallo. Attesa però la lentezza di quello, l' effetto dinamico che se ne ottiene non è neppure la metà dell' altro ottenuto da questo; e Buffon pretende che il primo produrrebbe un effetto maggiore se agisse colle spalle. Il bufalo è più forte del bue, e nei lavori campestri si impiega anche a tirare; due bufali aggiogati ad un carro tirano quanto quattro cavalli. I camelli ed i dromedarii spesso adoperati nei paesi caldi possono anche produrre notabili effetti dinamici, che gioverebbe conoscere.

366. I risultati della seconda ricerca sono i seguenti: 1.° Non solo quando si vuole produrre grandissimi effetti momentanei, ma anche in qualunque altro caso, meno però quello dell' impiego degli agenti naturali, l'uso della forza motrice deve essere alternato dal riposo, non potendo essere perpetua la sua azione. Un uomo infatti non può lavorare più di 8 a 10 ore al giorno, e queste interrotte da due o tre intervalli; ed il cavallo quando si voglia conservarlo non può fare che 6 ad 8 ore di lavoro; onde nei lavori che si possono interrompere occorrono in 24 ore 3 o 4 cavalli, e 3 uomini invece di uno. 2.° Gli uomini che raddoppiano a minuti il loro travaglio consumano in 2 o 3 ore la loro giornaliera energia, come si osserva in quei che carichi montano una scala, consumandola essi nel tempo della salita, che appena riducesi ad un' ora e mezza. Coulomb, Eulero, Prony, e Schulze hanno all' uopo dimostrato (1), che la massima quantità di azione si ha quando la velocità del lavoro è il terzo di quella, di cui l' uo-

(1) *Memorie dell' Accademia di Berlino* 1793.

mo ed il cavallo sono regolarmente capaci senza sforzo straordinario. 3.° Il lavoro di notte costa sempre più di quello di giorno. 4.° Per avvalersi della forza dei cavalli, Prony vuole che le tirelle debbano essere inclinate all'orizzonte, affinchè portando il suo petto verso terra prendano quelle la posizione più atta a sollevarlo; ed alquanto lunghe quando i cavalli tirando debbano montare, specialmente nelle mute a quattro ed a sei; e che il diametro dello spazio circolare de' molini, in cui il cavallo si muove, debba essere il più grande possibile, perchè essendo il moto rettilineo più comodo per esso; quanto meno curvo è lo spazio che percorre, tanto più facilmente vi si muoverà (1). 5.° Le direzioni delle forze debbono fare il minimo angolo possibile. 6.° Si deve scegliere la macchina ed opportunamente impiegare la forza motrice, che nelle circostanze sembra la più efficace. Il Molard, membro del Conservatorio delle Arti in Parigi, ha ingegnosamente immaginato di applicare alle macchine la forza umana in modo che stando essi seduti agiscano alternativamente colle mani e coi piedi, ed impieghino nella macchina quella forza, di cui dovrebbero servirsi per mantenersi ritti. 7.° Evitar bisogna qualunque dissipazione di forze, come gli urti non necessarii, i moti e le celerità superflue; onde la pressione è sempre in pari circostanze preferibile alla percossa. 8.° E per prodursi dalla macchina il massimo effetto devesi rendere minimo quello della resistenza, diminuendo al più possibile tutti gli ostacoli, che al moto oppongono l'attrito, la rigidezza delle corde, ed altre cose di cui ci occuperemo in seguito.

(1) Prony, *Architettura idraulica* p. 540.

LIBRO QUINTO

DINAMICA, OSSIA LEGGI DEL MOVIMENTO.

CAPITOLO I.

DELLA CADUTA VERTICALE DEI CORPI.

367. Indagate le condizioni dell' equilibrio prodotto dall'azione delle forze eguali e contrarie sui corpi, uopo è ricercare le leggi con cui le forze producono i varii fenomeni del movimento. Essendo fra questi il più comune la caduta dei corpi sulla superficie della terra, sarà questo il primo oggetto delle nostre ricerche.

368. La causa di un tal fenomeno è la forza di gravità, che invariabilmente agisce su tutti i corpi (§. 52). La sua intensità benchè sia nella ragione inversa dei quadrati delle distanze (§. 61); pure, attesa l' immensa differenza del semidiametro terrestre dall'altezza da cui un grave può cadere, si riguarda come una quantità costante ; ossia, riguardasi la forza come agente coll' istesso grado d' intensità in ogni istante della caduta di un grave da qualunque altezza esso discenda. Ignorandosi poi se le successive azioni della gravità sieno distinte da intervalli di tempo d'insensibile durata, e convenendo d' altronde esattamente i suoi effetti con quelli di una forza incessantemente agente , l' opinione della sua costanza non ne resta che più confermata. Or essendo il mobile investito dalla gravità in tutti i successivi punti dello spazio che scorre discendendo , e non di-

struggendosi la velocità impressagli in ogni istante, attesa l'inerzia della materia (§. 45), non può essa che cumularsi a quella dell' istante che segue, onde in tempi eguali la forza aggiunger deve al mobile eguali gradi di velocità. Quella dunque che esso avrà nel secondo istante sarà doppia dell'altra del primo; quella del terzo tripla, quadrupla quella del quarto, e così in appresso; onde il moto del corpo cadente non potrà essere che uniformemente accelerato. È questa conseguenza comprovata da un fatto pur troppo comune, qual'è quello, che un corpo cadendo fa tanto più male per quanto è più alto il luogo da cui cade; poichè essendo la sua forza motrice il prodotto della sua massa per la sua velocità (§. 160), ed il primo fattore una quantità costante; l'aumento di forza acquistato dal grave nel cadere da una maggiore altezza non può ripetersi che da quello del secondo fattore, ch'è una quantità variabile; ma per discendere un corpo da una maggiore altezza deve impiegare maggior tempo; quindi l'aumento di velocità non può essere che proporzionale al tempo in cui la gravità agisce su di esso.

369. Acquistando dunque il grave in fine della sua caduta tanti gradi di velocità per quanti sono gli istanti impiegati nel discendere, sarà dessa la somma di tutte le velocità parziali acquistate in ciascuno di questi. Galileo Galilei che negli effetti della gravità scoprì le leggi del moto uniformemente accelerato, le espresse in forma geometrica col triangolo rettangolo ABC (Tav. 4 fig. 16), il di cui lato AB rappresenta il tempo diviso negli istanti 1, 2, 3, 4 . . . . , e la retta 1*a* la velocità acquistata dal mobile per la gravità in fine del

primo istante della discesa. Aggiungendosi a questa velocità l'altra eguale bc, che il grave acquista cadendo, la somma di entrambe da esso posseduta in fine del secondo istante sarà espressa da $2c$. Aggiungendosi a quest'altra velocità quella espressa da dc, la somma delle velocità, che il mobile avrà in fine del terzo istante, sarà indicata da $3c$; e ripetendosi la stessa addizione si giungerà all'ultimo istante, in cui tutta la velocità del grave espressa da BC, aggregato delle rette $1a$, bc, dc, fg . . . sarà la somma delle velocità da esso successivamente acquistate negli 8 istanti. Ma per i triangoli simili A$1a$, A$2c$,... ABC; A1 : $1a$ :: A2: $2c$:: AB: BC; dunque *le velocità prodotte dalla gravità ne' corpi liberamente cadenti sono in ragion diretta de' tempi.*

370. La velocità comunicata dalla forza di gravità ad un corpo cadente è infinitamente piccola; ma accumulata in ogn' istante, al termine di un dato tempo si rende finita. Il grave dunque uscendo colla caduta dallo stato di quiete, in cui la velocità è nulla, non acquista quella espressa da $1a$ (Tav. 4 fig. 16) che a gradi sucessivi, onde tra A ed 1, tra 1 e 2... debbono considerarsi infinite rette esprimenti altrettante velocità progressivamente crescenti di quantità infinitesimali. Agendo quindi continuamente la forza di gravità imprime ad ogni istante infinitesimo una nuova velocità, e la somma di tutte le velocità corrispondenti a questi istanti è rappresentata da tutta l'aia del triangolo ABC, detta perciò *piano delle velocità.*

371. Rappresentando AB (Tav. 4 fig. 17) il tempo impiegato da un grave a discendere, diviso negli istanti infinitesimi 1, 2, 3.... e la perpendicolare $1a$ la ve-

locità acquistata dal mobile in fine del primo istante A1; se il grave si movesse equabilmente colla velocità 1*a* nell'intero momento A1, lo spazio da esso scorso sarebbe espresso dal rettangolo A1*a*E, prodotto del tempo A1 per la velocità 1*a* (§. 149). Ma acquistando il mobile per gradi successivi la velocità 1*a*, che ha quando è giunto in 1, lo spazio scorso sarà rappresentato dal triangolo A1*a*. Per la stessa ragione giunto il grave ne' punti 2, 3, 4... gli spazii scorsi saranno espressi dai triangoli A2*b*, A3*c*, A4*d*... Ma questi triangoli simili A1*a*, A2*b*, A3*c*.... sono fra loro come i quadrati de'loro lati omologhi 1*a*, 2*b*, 3*c*... esprimenti le velocità, od A1, A2, A3... esprimenti i tempi; dunque *nel moto uniformemente accelerato gli spazii crescono e sono proporzionali ai quadrati de' tempi impiegati a descriverli, o delle velocità in questi tempi acquistate.*

372. Essendo gli spazii scorsi dal grave liberamente cadente in ragione dei quadrati de' tempi o delle velocità, sì quelli che queste sono fra loro come le radici quadrate degli spazii.

373. Dividendosi il tempo impiegato da un grave nella libera discesa negli istanti presi secondo l'ordine de' numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5, 6...., gli spazii da esso scorsi in tali tempi saranno come i quadrati de'medesimi numeri, cioè 1, 4, 9, 16, 25, 36... Quindi se dallo spazio 4 scorso in 2 istanti si tolga lo spazio 1 scorso nel primo istante, lo spazio scorso nel secondo istante sarà come 3; e se dallo spazio 9 scorso in 3 istanti si sottragga lo spazio 4 scorso ne' due precedenti istanti, lo spazio scorso nel terzo istante sarà come 5: dunque *gli spazii scorsi in eguali e successivi istanti*

da un grave liberamente cadente crescono in ragione dei numeri impari 1, 3, 5... È questa legge resa ostensiva dallo stesso triangolo ABC (Tav. 4 fig. 17), che rappresentando i tempi, le velocità e gli spazii, chiaramente espone la proprietà del moto uniformemente accelerato. Lo spazio descritto nel primo istante A1 è espresso dalla superficie A1*a*; quello scorso nel secondo istante è rappresentato dalla superficie 1*ab*2 eguale a tre superficie A1*a*; l'altro scorso nel terzo istante è espresso dal trapezio 2*bc*3 eguale a cinque superficie A1*a*, e così in appresso.

374. Se in fine del tempo AB (Tav. 4 fig. 17), cessando l'azione della forza costante, prosegue il corpo a muoversi colla velocità BC ultimamente acquistata, il movimento sarà uniforme, e lo spazio scorso nell' indicato tempo AB e colla cennata velocità BC sarà espresso pel parallelogrammo ABCD, il di cui valore è $AB \times BC$. Ma la superficie ABCD è doppia della ABC; quindi *di due spazii in egual tempo scorsi, l' uno con moto uniformemente accelerato, e l'altro con moto uniforme e colla celerità finale di quello, il secondo è doppio del primo.*

375. Qualora dunque in un moto rettilineo fosse il mobile simultaneamente animato dall'azione di una forza istantanea e dalla gravità che operi in senso contrario, distruggendo questa la velocità impressa da quella, ne risulterebbe un movimento ritardato, il quale sarebbe *uniformemente ritardato* per l'azione costante della gravità e per la distruzione di eguali gradi di velocità, seguita in tempi eguali; e la forza della gravità continuamente ed uniformemente agente in senso opposto sarebbe la forza così detta *ritardante*. È questa verità

chiaramente espressa dal cennato piano delle velocità. Se un corpo lanciato all'insù colla velocità BC (Tav. 4 fig. 17) fosse insieme sospinto all'ingiù da una forza costante, che in ciascun elemento di tempo distruggesse un eguale ed uniforme elemento di velocità rappresentato da $1a$; non solo la velocità BC in fine del primo elemento di tempo sarebbe $5e$, essendo $BC - 1a = 5e$; in fine del secondo elemento la velocità $5e$ diverrebbe $4d$, essendo $5e - 1a = 4d$, e così in appresso, onde i decrementi della velocità sarebbero in ragion dei tempi; ma il mobile benanche in fine del primo istante scorrerebbe lo spazio $5eCB$ come 11, in fine del secondo istante lo spazio $4de5$ come 9, in fine del terzo istante lo spazio $3ed4$ come 7, e poi come 5, come 3, e finalmente lo spazio $A1a$ come 1. Descrivendosi quindi egualmente gli spazii 11, 9, 7, 5, 8, 1, il moto del mobile lanciato colla velocità BC e contrastato dalla forza costante sarebbe uniformemente ritardato.

376. Le quantità dunque del moto uniformemente ritardato sono in senso opposto eguali a quelle del moto uniformemente accelerato, decrescendo nel primo ed aumentando nel secondo le celerità secondo i tempi. Onde nella seconda specie di moto gli spazii crescono in ragione dei numeri caffi 1, 3, 5, 7, 9, 11..., e nella prima specie decrescono nella stessa ragione dei numeri caffi 11, 9, 7, 5, 3, 1... Or crescendo gli spazii nel primo caso secondo i quadrati dei tempi, nella stessa ragione decrescono nel secondo caso. Il triangolo ABC (Tav. 4 fig. 17) rappresenta in fatti tanto lo spazio scorso nel tempo AB con moto uniformemente ritardato da un mobile lanciato all'insù colla velocità

BC, perchè la forza costante distruggendo in ogni elemento di tempo una celerità $1a$ giunge ad estinguere nel mobile tutta la forza motrice da cui era animato; quanto lo spazio scorso con moto uniformemente accelerato da un mobile, che uscendo dallo stato di quiete giunge nel tempo AB ad acquistare la velocità BC per una forza costante, che in ogni elemento di tempo gli imprime un egual grado di velocità $1a$. Sia infatti che gli spazii crescano come 1, 3, 5, 7, 9, 11... o decrescano come 11, 9, 7, 5, 3, 1...; la loro somma sarà sempre la stessa sì nel primo caso del moto uniformemente accelerato, che nel secondo del moto uniformemente ritardato. Dunque *se la velocità, con cui è lanciato un corpo moventesi con moto uniformemente ritardato per l' azione di una forza costante, eguaglia la finale che avrebbe lo stesso corpo acquistato movendosi in tempi eguali con moto uniformemente accelerato per l' azione della stessa forza costante; le somme degli spazii scorsi in tempi eguali tanto colla seconda quanto colla prima specie di moto sono eguali.* Quindi è chiaro che *la velocità acquistata da un corpo cadente per gravità o per altra forza continua può farlo risalire all' altezza da cui discese.*

377. Scoperte da Galilei le leggi, con cui la gravità produce i fenomeni del moto uniformemente accelerato ed uniformemente ritardato, si sono precisate con accurate osservazioni le quantità degli spazii scorsi da un corpo cadente in un determinato tempo, essendo questo un affare puramente di fatto. L'oscillazione del pendolo ha mostrato ad Hugenio, che cadendo un grave liberamente, astrazione fatta dalla resistenza dell' aria,

scorre nel primo secondo di tempo lo spazio di 15 piedi 1 pollice ed $^1/_{12}$, e più esattamente 15,097. Or se dietro questo risultato ottenuto con esperimenti ripetuti in Italia, in Germania ed altrove, gli spazii scorsi da un grave, isolatamente presi, crescono come i numeri dispari, può facilmente determinarsi lo spazio da esso scorso in ogni istante della sua discesa. Conoscendosi per esempio che una palla di piombo lasciata liberamente cadere dalla cima di un alto edifizio ha impiegato nella discesa l'intervallo di tre secondi, si è certo di aver essa scorso lo spazio di 15 piedi ed 1 pollice (omettendo le frazioni) nel primo secondo di tempo, di 45 e 3 pollici nel secondo, e di 75 e 5 nel terzo; essendo tra loro questi numeri 15 $^1/_{12}$, 45 $^3/_{12}$, 75 $^5/_{12}$ come i numeri impari 1, 3, 5. E la somma dei primi eguale a 135 $^9/_{12}$ dinota che la palla nell'intervallo dei tre secondi ha scorso lo spazio di 135 picdi e 9 pollici.

378. È questo il mezzo di determinare non solo la quantità dello spazio scorso dal corpo caduto in un dato tempo, ma anche il tempo da esso impiegato per scorrere un dato spazio e la velocità dallo stesso acquistata in tempo della discesa. Volendosi infatti conoscere l'altezza di una torre, di un campanile o di qualunque altro edifizio, dal di cui vertice fosse liberamente caduta una palla di piombo in 4 secondi; non si deve che moltiplicare 16, quadrato di 4, per 15, numero dei piedi scorsi dal grave nel primo secondo di sua discesa (omettendosi le frazioni); poichè essendo lo spazio come il quadrato del tempo, il prodotto 240 indicherà la richiesta altezza dell'edifizio. Ricercandosi poi il tempo impiegato da una palla di piombo a cadere dalla ci-

ma di un edifizio alto 240 piedi, basta dividere 240 per 15, ed estrarre da 16, quoziente della divisione, la radice quadrata 4, indicante il numero dei secondi nella caduta impiegati.

379. Ciocchè si è detto pel tempo vale per la velocità, essendo entrambi come le radici quadrate degli spazii (§. 372). Si può quindi per mezzo dell' altezza dell'edifizio, da cui un corpo è caduto, non solo determinare la velocità che lo ha animato in mezzo od in fine della discesa, ma anche fargli acquistare quel grado di celerità che si voglia. Conoscendosi per esempio di esser scesa una palla di piombo dall'altezza di 100 piedi, la velocità sarà in fine della caduta $= \sqrt{100} = 10$ gradi; costando di esser diseesa dall' altezza di 64 piedi, la sua velocità sarà $= \sqrt{64} = 8$ gradi; ed assicurandosi di esser caduta dall' altezza di 36 piedi la velocità sarà $= \sqrt{36} = 6$ piedi. E se cadendo un grave dall' altezza di 4 piedi ha acquistato 2 gradi di velocità, per comunicargliene il doppio si dovrebbe farlo cadere da un' altezza, la di cui radice quadrata fosse doppia di 2, ossia doppia della prima velocità, cioè dall' altezza di 16 piedi, la di cui radice seconda 4 è doppia di 2.

380. Per l'esattezza però di questi risultati uopo è tener conto del ritardo prodotto nella caduta dei gravi dalla resistenza dell'aria secondo la loro massa ed il loro volume. Desaguliers, Newton, ed Halley, avendo osservato cadere in 4 minuti e mezzo varie palle di piombo del peso di 2 libbre dall'alto della cupola di S. Paolo di Londra, elevata sul pavimento per 272 piedi Inglesi, avvertirono di ritardarne l' aria la discesa in modo da far impiegare tanto tempo per scorrere 272

piedi quanto ne avrebbero impiegato per scorrerne 325, o poco più, in uno spazio privo di resistenza; ossia vi notarono il ritardo di 53 piedi (1). Ripetute l' esperimento con corpi di diverso peso e volume, cioè con vesciche e globi di vetro ripieni di aria, conobbero ritardarsi il moto di questi gravi a misura del loro minor peso e maggior volume; onde stimarono questo ritardo quasi insensibile quando i gravi fossero molto pesanti e l'altezza da cui discendono poco notabile.

381. Tutte le esposte verità sono rigorosamente comprovate dall' ingegnosa macchina di Atwood. La sua parte principale è un filo di seta, dalle di cui estremità pendono due masse eguali m, m' (Tav. 5 fig. 3). Scorre esso nella scanalatura della ruota A, il di cui moto è sommamente agevolato dal sito del suo asse posto sulle intersezioni delle circonferenze di altre quattro ruote egualmente mobili, cangiandosi così in attrito volvente quello dei suoi perni. Poggia questo ruotaggio su di un piano orizzontale sostenuto da una colonna di legno, a poca distanza dalla quale vi è un'asta quadrangolare divisa in piedi e pollici, od in decimetri e centimetri. È fissato sulla colonna un oriuolo B, che men-

(1) Risulta questa differenza da un breve calcolo fatto secondo le regole stabilite nei §§. 377, 378. Sopponendosi infatti che un grave cadente scorra nel primo secondo lo spazio di 16 piedi Inglesi ed 1 pollice (eguali a 15 piedi Parigini ed 1 pollice, trascurate le frazioni); nell' altro secondo deve scorrere quello di 48 e 3 pollici, nel terzo secondo l'altro di 80 e 5 pollici, nel quarto quello di 112 e 7 pollici, e nel mezzo secondo l' altro di 68 piedi, 4 pollici e 3 linee: quantità, che insieme preso sommano 325 piedi, 8 pollici e 3 linee.

tre dinota in minuti secondi il tempo impiegato dal mobile m' a scorrere gli spazii segnati sulla scala, scappa una molla che liberando il grave m' lo mette in azione. È C un piano di rame, che, fermato con una vite a qualunque altezza della scala, serve ad arrestare il grave discendente. Riposa tutta la macchina su di una base orizzontata da quattro viti.

382. Essendo il grave m' eguale al suo contrappeso m, non potrebbe discendere senza l'aggiunzione di un altro peso qualunque, che costituendo la forza acceleratrice può rendersi maggiore o minore secondo i varii esperimenti che si vogliono istituire. Calcolata la pochissima resistenza, che al moto della macchina oppongono l'attrito dei perni della ruota e la rigidezza del filo, forma coi due pesi eguali e colla forza acceleratrice un mobile, che ha un determinato rapporto colla forza che si aggiunge al peso m'. Se dunque i due pesi m, m' formassero colla resistenza della ruota e del filo una massa di 63 dramme, resterebbe il tutto in perfetto equilibrio; ma una sola dramma aggiunta al grave m' agendo da forza acceleratrice muoverebbe il sistema nella direzione della forza disquilibrante, onde il grave m' discenderebbe con una forza eguale ad $1/_{64}$ della massa in moto. Ma un grave cadendo scorre nel primo minuto secondo 16 piedi Inglesi, ossia 15 $1/_{2}$ piedi Parigini (§. 377), e nel caso attuale la forza motrice è $1/_{64}$ della forza totale; lo spazio descritto in un minuto secondo deve essere quindi $1/_{64}$ di quello che il grave scorrerebbe se cadesse con tutta la sua gravità. Nel primo minuto secondo dunque il grave m' scorrerebbe lo spazio di 3 pollici $= 1/_{64}$ di 192 componenti 16 pie-

di Inglesi, ed andando a percuotere il sostegno C vi si fermerebbe. Nell' altro secondo scorrerebbe quindi lo spazio di 9 pollici, di 15 nel terzo, di 21 nel quarto, e così negli altri in ragione dei numeri dispari naturali, secondochè il sostegno C giacerebbe a 12, 27, 48 pollici, partendo in ogni esperimento il grave dal punto zero. Scorrendo dunque il grave 12 pollici in 2 secondi, toltone i tre scorsi nel primo secondo, deve nell' altro scorrerne 9; e dai 27 pollici, scorsi in 3 secondi, sottratti i 12 scorsi nei due primi, restano 15 descritti nel terzo secondo, e così in appresso: spazii 3, 9, 15, 21... che sono tra loro come i numeri caffi 1, 3, 5, 7...

383. Per convincersi poi della verità della teoria, che la velocità acquistata in un determinato tempo da un grave cadente gli farebbe scorrere in egual tempo un doppio spazio, se il moto da accelerato si cangiasse in uniforme (§. 374); non si deve che aggiungere al mobile m' il peso di una dramma conformato a barra, fissare al grado di 3 pollici il cerchio metallico D con una vite sulla scala graduata ov'è scorrevole, e fermare a quello di 9 pollici il sostegno C. Messa in moto la macchina, il grave m' partito dal punto zero giungerà a quello dei 3 pollici nel primo secondo come nell'antecedente esperimento, e cominciando nell' istesso tempo ad attraversare l' anello D vi deporrà la barra; il che pruova, che cessando di agire da quell'istante la forza acceleratrice, il moto accelerato si rende equabile. Quindi il grave m' si troverà nell' altro secondo ai 9 pollici, scorrendo in esso 6, spazio doppio di quello scorso nel primo secondo; mentre se la forza acceleratrice non avesse ces-

sato di agire, avrebbe scorso nel secondo istante uno spazio triplo di quello del primo, eguale cioè a 9 pollici.

CAPITOLO II.

DISCESA DE' GRAVI PER PIANI INCLINATI E PER SUPERFICIE CURVE.

384. Non può trovarsi un piano che in situazione orizzontale, verticale, o più o meno inclinata all'orizzonte. Un corpo posto su di esso, nel primo caso dev' esservi in riposo, ossia in equilibrio, per la resistenza direttamente opposta dal piano alla forza di gravità, che sollecita il corpo a discendere. Incapace questo di muoversi per alcun verso, non può tutto al più per tal forza che piegare alquanto o rompere il piano su cui poggia, purchè molto notabile ne sia il peso e cedevole a questo il piano. Nel secondo caso il corpo, prescindendo dallo sfregamento che può soffrire radendo il piano, cader deve giù liberamente per effetto dell'intera sua forza di gravità, non incontrando alcuna resistenza. Nel terzo caso in fine, non essendo la gravità del mobile affatto contrariata, o distrutta nei suoi effetti, nè affatto libera nella sua azione, ma rendendosi più o meno efficace a misura che la direzione del piano si approssima alla verticale od alla orizzontale, non può il grave che discendere lungo il piano inclinato, finchè il suo moto non sia distrutto da qualche ostacolo, e discender deve con una velocità e secondo alcune leggi, che solo l' inclinazione del piano può determinare.

385. Se dagli estremi A e B di una retta AB, rap-

presentante un piano inclinato (Tav. 4 fig. 3), si menano due rette AC, BC, una verticale e l'altra orizzontale, sino ad incontrarsi nel punto C; esprimerà la prima l'altezza, e la seconda la base del piano. E se dal centro D di un corpo poggiato su di un punto qualunque del piano si abbassi la perpendicolare DG, dinoterà questa la direzione della forza di gravità, che non potendosi dal corpo seguire, può solo, considerata come direzione di una forza risultante, divenire la diagonale di un parallelogrammo DEGF, di cui il lato DF sia parallelo e DE perpendicolare alla lunghezza AB del piano. Sarà così la forza di gravità decomposta in due altre, di cui una DE sarà resa inefficace dalla resistenza del piano, e l'altra DF resa efficace dalla mancanza di ostacoli. Il moto dunque del grave scendente pel piano è dovuto alla forza DF, esprimendo l'altra DE la pressione sostenuta da questo. Rappresentando la diagonale DG tutta l'azione della gravità sul corpo, per cui esso cadrebbe perpendicolarmente se non fosse dal piano impedito, dinota la *gravità assoluta*; e la retta DF segnando la direzione di una parte della gravità assoluta, che produce la discesa, perchè non contrariata dal piano, esprime la così detta *gravità relativa*. Il rapporto di queste due specie di gravità risulta dal paragone dei due triangoli simili ABC, DFG, poichè essendo eguali gli angoli GDF e CAB per i lati DG e DF rispettivamente paralleli ad AC ed AB, e gli angoli in F e C perchè retti, sarà DG : DF : : AB : AC ; ma DG esprime la gravità assoluta, DF la relativa, AB la lunghezza ed AD l'altezza del piano ; quindi *la gravità assoluta di un corpo, che scende per un piano inclinato, è alla sua gra-*

vità relativa, come la lunghezza del piano all'altezza dello stesso.

386. A misura dunque che si diminuisce l'altezza del piano, restando l'istessa la sua lunghezza, se ne diminuisce l'inclinazione, ed approssimandosi sempreppiù all'orizzontale, decresce la gravità relativa; mentre se, non variando l'altezza del piano, se ne altera la lunghezza, l'inclinazione e la gravità relativa decrescono quando la lunghezza è maggiore, ed aumentano quando essa è minore. Perciò *la gravità relativa è in ragion composta dalla diretta dell'altezza e dall'inversa della lunghezza del piano inclinato*. Ma la velocità del mobile è proporzionata all'intensità della gravità relativa che la produce; quindi *la velocità colla quale i corpi discendono per i piani inclinati è nella ragion composta dalla diretta dell'altezza e dall'inversa della lunghezza del piano*. Ma gli spazii scorsi dai gravi sono relativi alle velocità che gli animano, e che sono proporzionali alle forze; dunque *gli spazii scorsi nello stesso tempo su piani egualmente alti sono nella ragione inversa delle loro lunghezze*. Ma i tempi sono nell'inversa ragione delle velocità, le quali sono reciprocamente come le lunghezze, dunque *i tempi impiegati a scorrere piani inclinati di eguale altezza sono in ragion diretta delle loro lunghezze*.

387. Essendo la gravità relativa una parte dell'assoluta, dev'essere della stessa indole ed agire secondo le stesse leggi. Producendo quindi come forza costante in tempi eguali, eguali gradi di velocità, non può che eccitare nel grave discendente pel piano un moto uniformemente accelerato, capace di fargli scorrere degli spazii crescenti come i quadrati dei tempi, e che iso-

latamente presi sono come i numeri impari; le velocità serbano la ragione delle radici quadrate delle altezze; e quella acquistata dal mobile in fine della discesa è tale che movendosi questo uniformemente potrebbe nello stesso tempo scorrere un doppio spazio.

388. Per queste considerazioni facilmente s'intende il rapporto della velocità acquistata da un corpo scendente per un piano inclinato a quella che acquistato avrebbe se nello stesso tempo fosse caduto verticalmente, ed il rapporto dello spazio scorso nel primo caso a quello che avrebbe scorso nel secondo. Essendo le due specie di gravità, l'assoluta cioè e la relativa, della stessa natura, debbono entrambe produrre in ogni istante elementi di velocità ad esse proporzionali; onde quelle prodotte nello stesso tempo debbono essere come le forze; ma queste sono tra loro come l'altezza del piano alla sua lunghezza (§.385); quindi *la velocità acquistata da un grave dopo la sua discesa per un piano inclinato in un dato tempo è a quella che esso acquisterebbe cadendo nello stesso tempo a perpendicolo, come l'altezza del piano alla sua lunghezza.*

389. Essendo poi gli spazii scorsi nello stesso tempo per diverse forze acceleratrici nel rapporto di queste, o delle velocità da esse prodotte, e quindi in rapporto dell'altezza alla lunghezza del piano; ne segue che *lo spazio scorso da un grave scendente in un dato tempo per un piano inclinato è a quello che scorrerebbe cadendo a perpendicolo, come l'altezza del piano alla sua lunghezza.* Abbassando dunque dal vertice dell'angolo retto C (Tav. 5 fig. 4) la perpendi-

colare CD su di AB ; per la somiglianza dei triangoli ACB, ADC sarà AB : AC : : AC : AD. Or se dinota AC la velocità acquistata dal grave e lo spazio da esso scorso nella caduta perpendicolare , esprimerà AD la velocità acquistata e lo spazio scorso nello stesso tempo lungo il piano inclinato. Essendovi quindi più piani inclinati AB , AE . . . della stessa altezza AC, le perpendicolari CD , CF abbassate sulle loro lunghezze determineranno gli spazii AD , AF , che scorrerebbe il grave su questi piani inclinati nel tempo in cui caderebbe lungo la perpendicolare AC.

390. Se dunque il diametro AC di un cerchio AEFCG (Tav.5 fig. 5) è perpendicolare all' orizzontale BH , essendo retti tutti gli angoli AEC, AFC..., il grave impiegherà nel cadere lungo il diametro AC lo stesso tempo , che impiegherebbe a scorrere gli spazii AE, AF ... dei piani inclinati AB , AD ... (§.388); e tutte le corde AE , AF ... saranno scorse nello stesso tempo. Or non solo le corde tirate dal punto A , ma anche tutte quelle che da ogni altro punto della circonferenza AEFCG tiransi all' infimo punto C sono scorse nello stesso tempo. Costruito infatti il parallelogrammo EACI , se tirando per I l' orizzontale IK si unisca con DC prolungata in K ; la retta EI parallela ad AC , essendo anch' essa verticale, è perpendicolare ad IK ; l' angolo ICE eguale al suo alterno CEA è retto, e lo spazio EC è scorso nello stesso tempo che EI od AC. Ragionandosi dunque egualmente per ogni altra corda FC, GC .... terminante all' infimo punto C , resta dimostrato che *tutte le corde di un cerchio terminanti ad un estremo del diametro verticale sono*

altrettante direzioni descritte dall' azione della gravità nello stesso tempo in cui è scorso questo diametro.

391. Il seguente sperimento compruova una tale verità. Intersecato il cerchio di acciaio ACDBEF (Tav. 5 fig. 6) da cinque corde metalliche , di cui una AB rappresenti il diametro , e le altre vi siano variamente inclinate, si tendano tutte perfettamente con cinque piuoli a vite siti in A , e scorra per ognuna di esse una pallina anche metallica. Fissate le cinque palline nel vertice A dalla molla G , quando sono da questa liberate cominciano contemporaneamente a scorrere per le rispettive corde, e giungendo ad un tempo ad urtare il cerchio vi producono uu sol colpo , che non potrebbe aver luogo se i diversi spazii AB , AC , AD , AE , AF non fossero scorsi nello stesso tempo.

392. Per conoscere il rapporto del tempo impiegato dal grave nello scendere pel piano a quello che impiegherebbe per cadere dall' alto dello stesso sull' orizzonte, non si deve che abbassare dal puuto C su di AB la perpendicolare CD (Tav. 5 fig. 4), poichè stando il tempo della discesa di un grave per AB a quello della sua discesa per AD come la radice di AB a quella di AD (§. 372), e quindi come BA ad AC , per essere BA, AC , AD continuamente proporzionali ; attesa l' eguaglianza del tempo della discesa per AD a quello per AC (§. 389) , sarà anche il tempo della discesa per AB a quello per AC come AB ad AC ; ossia , *il tempo che il grave impiega per scendere lungo il piano , sarà a quello che consumerebbe per scorrerne l' altezza , come la lunghezza del piano alla sua altezza.*

393. Benchè il tempo della caduta del grave per l'altezza del piano sia più breve di quello della sua discesa lungo lo stesso, pure le velocità dal grave acquistate in fine delle due discese sono eguali. Scendendo infatti il grave pel piano AB (Tav. 5 fig. 4), la sua velocità in B sarà a quella in D come la radice di AB a quella di AD, ossia come AB ad AC; ma in questa ragione è anche la velocità acquistata dal mobile in C a quella che scendendo pel piano acquista in D; essendo dunque la velocità del mobile in B a quella dello stesso in D, come la velocità in C alla stessa velocità in D; la velocità acquistata colla caduta in C eguaglia quella ottenuta in B colla discesa pel piano inclinato. Resta quindi dimostrato che *la velocità finale acquistata da un corpo che cade verticalmente per l' altezza di un piano inclinato, eguaglia quella acquistata in fine della discesa lungo il piano medesimo.*

394. Un corpo dnnque che cade a perpendicolo da un' altezza qualunque, giunto all' infimo della sua caduta ha quella stessa velocità, che avrebbe scendendo lungo un piano inclinato della stessa altezza. E dati dei piani di diversa lunghezza e variamente inclinati all' orizzonte, ma della stessa altezza; la velocità acquistata da un grave separatamente scendendo lungo i medesimi, è sempre la stessa in fine della discesa, poichè la velocità del corpo disceso per AE (Tav. 5 fig. 5) e quella dello stesso disceso per AF, eguagliando l' altra che essi acquisterebbero scendendo a piombo per AC, sono fra loro eguali.

395. È anche notabile che la velocità acquistata

in fine della discesa da un corpo cadente lungo i piani inclinati AB , BC , CD , DE sia come la radice di AC (Tav. 5 fig. 7), per essersi dimostrato (§. 393) 1.° che la velocità del corpo in B eguagli quella che acquisterebbe in H cadendovi verticalmente da A ; 2.° che scendendo per BC acquisterebbe la stessa velocità che avrebbe per BL , essendo l'altezza HI comune a questi due piani; 3.° e che in D ed E acquisterebbe la stessa velocità che in M ed in F. La discesa quindi del corpo per ABCDE equivalendo a quella pel piano AF, acquisterebbe la velocità espressa dalla radice di AG. Gli angoli però formati dai contigui piani AB, BC, CD, DE dovrebbero essere ottusi in modo che la loro differenza da due retti fosse infinitamente piccola , o quasi *cvanescente* , perchè la velocità perduta dal mobile in ogni cangiamento di direzione sarebbe allora sì tenue da essere trascurabile senza un errore sensibile , essendosi calcolata dai matematici come una quantità infinitesima di secondo ordine (1). Può dunque conchiudersi che *i corpi discendenti da una data altezza acquistino sempre la stessa velocità finale, tanto se scendano per uno che per più piani inclinati* , *e che sia questa espressa dalla radice dell' altezza.*

396. Riguardandosi una curva qualunque come una riunione d'infinite piccolissime rette di varia inclinazione, il fin quì detto sulla discesa de'corpi per più piani inclinati contigui è applicabile alla loro caduta lungo una superficie curva. Cadendo quindi un grave per la

(1) D' Alembert *Dinamica* ec.

superficie dinotata dalla curva ADB (Tav. 5 fig. 8), acquista la velocità che avrebbe se cadesse lungo la corrispondente altezza AC; ed esprimendosi in tal caso le velocità finali colle radici delle altezze (§. 395), s' inferisce che *i corpi cadenti per una superficie curva hanno in qualunque suo punto quella velocità, che avrebbero se cadessero dall' altezza corrispondente. Tolta quindi ogn' altra resistenza, dopo di esser discesi al punto più basso della superficie curva possono rimontare ad un' altezza eguale a quella da cui sono partiti, per la velocità ecquistata in fine della discesa* (§. 376). Dunque due sono le cose notabili nella caduta dei corpi per una superficie curva qualunque : *1. l' eguaglianza fra le velocità acquistate nello scendere e quelle che acquisterebbero cadendo per le corrispondenti altezze; 2. la potenza di risalire all' altezza da cui sono partiti, per le acquistate velocità* (1).

397. Variando però l' azione della gravità sul mobile nel corso della sua caduta, il tempo da esso impiegato per giungere dal vertice al più basso punto di una superficie curva non è facilmente determinabile. È chiaro intanto che quello richiesto a discendere per essa sarà più o meno lungo secondocchè la stessa si sarà più o meno opposta nei suoi varii punti agli effetti della gravità. I risultati del calcolo all'uopo istituito, e le esperienze fatte per verificarne l' esattezza sono i seguenti.

398. Il tempo impiegato da un corpo a scorrere

(1) V. Poisson *Mècanique* tom. 1 num. 266.

una superficie curva rappresentata da un arco di cerchio è minore di quello che impiegherebbe per discendere lungo il piano dinotato dalla corda dello stesso, benchè l'arco sia più lungo della corda. Poichè essendo la metà superiore dell'arco ADB (Tav.5 fig. 8) meno inclinata all'orizzonte che la corrispondente metà della corda AEB, la forza di gravità in queste due parti prevale più sul mobile discendente per l'arco che su quello che scorre la corda. Il primo dunque giungerà alla metà del suo corso in D priacchè l'altro sia giunto a quella del suo in E. Ma la velocità acquistata nel punto D dell'arco è maggiore di quella che ha luogo nel punto E della corda; essendo il primo punto verticalmente più basso del secondo, e ripetendosi la velocità nel primo caso dall'altezza AG maggiore di AE, altezza corrispondente al mezzo della corda. Dunque il mobile discendente per l'arco di cerchio ha sino a questo punto un doppio vantaggio su quello che ne scorre la corda. Agendo la gravità nell'altra metà del loro corso meno sul primo che sul secondo mobile, mentre l'accelerazione di quello diminuisce l'accelerazione di questo progredisce sempre colla stessa legge. Ma non perdendo perciò il primo mobile che una parte del suo vantaggio, e nulla impedendogli di giungere prima dell'altro al più basso punto di loro caduta; può affermarsi che *le cadute dei corpi per un arco circolare e per la sua corda non sono isocrone, ossia di egual tempo, ma che essi scendono più presto per quello che per questa.*

399. Oltre l'arco di cerchio, pel quale un corpo

discende in minor tempo, esiste un' altra curva più favorevole al movimento dei gravi, ed è la *cicloide*. Si descrive questa curva da un punto qualunque A di un cerchio AHI (Tav. 5 fig. 9), il quale toccando una retta AC, la scorre rotolando da A verso C finchè abbia fatto il cerchio un' intera rivoluzione. Questo cerchio AHI, ossia BFK, che si rivolge avanzandosi lungo AC, dicesi *cerchio generatore*, e la retta AC *base* della cicloide; il diametro BK, che cadendo verticalmente sulla base AC divide la cicloide in due parti eguali, dicesi *asse*, ed il punto B *vertice* della cicloide; la retta DE parallela alla base n' è l' *ordinata*, la parte EB l' *ascissa*, e DG la *tangente* della cicloide nel punto D (1).

400. Una delle principali proprietà di questa curva è la seguente. Se la sua base AC (Tav. 6 fig. 1) è parallela all' orizzonte, e discendono più corpi da varii punti A, F, I dell'arco cicloidale sino al più basso B, i tempi della discesa sono eguali; ossia da qualunque punto della cicloide cominci un grave a discendere, giunge sempre nello stesso tempo al più basso; poichè essendo l' energia della gravità sempre proporzionale agli spazii FB, IB da percorrersi, i tempi della discesa non possono risultare che eguali (§. 158). Piazzandosi infatti sulla cicloide due mobili, uno in F e l' altro in I; per essere le tangenti in questi punti FM, IN, parallele alle corde corrispondenti GB, KB del cerchio

(1) Dimostrano i matematici che la corda FB, tirata dal punto F, in cui la semiordinata tocca il cerchio generatore, è parallela alla tangente DG; e che l' arco cicloidale DB è doppio della corda FB.

generatore, le forze acceleratrici negli stessi punti, comuni alle tangenti ed all'arco cicloidale, debbono eguagliar quelle agenti su i piani inclinati GB, KB. Ma son queste proporzionali alle corde GB, KB scorse in tempi eguali (§. 390); le dette forze acceleratrici in F ed I debbono esser quindi come GB, e KB. Essendo d'altronde gli archi cicloidali FB, IB doppii delle corde GB, KB, le forze acceleratrici a queste proporzionali lo sono anche agli archi cicloidali, e quindi i tempi necessarii a scorrerli saranno fra loro eguali. Or scorrendo i gravi in egual tempo tutti gli archi di una cicloide, qualunque essi siano, supponendo la gravità che nelle direzioni parallele e nel vuoto agisce in un modo costante, si è chiamata questa curva *tautocrona*, ossia dello stesso tempo.

401. Essendo anch'essa la curva della più celere discesa, dicesi pure *brachistocrona*. Importa quest' altra proprietà, che cadendo un corpo per questa curva impiega il minor tempo possibile per giungere da un estremo all' altro. N' è causa la diversa energia della gravità (§. 398), la quale è maggiore nella caduta per la cicloide che in quella per l'arco e per la corda; perchè la cicloide inversa si avvicina più di questi alla verticale. Non recando poi sorpresa un corpo che partito dal punto G (Tav. 5 fig. 10) della cicloide giunga in B in tempo minore di quello che impiegherebbe a muoversi per tutto l'arco o per tutta la corda, non deve stupirsi se vi giunga più presto movendosi per ACB (1).

(1) V. Poisson *Mécanique* tom. 1 num. 280. — Francoeur *Traitè de Mècanique elémèntaire* num. 198.

402. Pruova il seguente sperimento non solo che la cicloide sia la linea della più celere discesa, ma che anche l'arco circolare è scorso in minor tempo della corda corrispondente (§. 398). Facendo cadere nello stesso istante con una molla tre palline metalliche, scorrenti l'una pel canale cicloidale ACB, l'altra pel circolare ADB, e l'ultima pel canale rettilineo AEB (Tav. 5 fig. 10), canali che hanno gli stessi estremi; si osserva che la prima giunge all'infimo punto pria della seconda , e questa pria della terza.

403. Se un filo sottile e pieghevole, ma incapace di estensione, applicato alla curva DA (Tav. 6 fig. 1) si sviluppa lentamente , descriverà colla sua estremità un'altra curva AFIB. La prima curva AD, da cui il filo si svolge, dicesi l'*evoluta* della seconda ; ed il filo che si sviluppa, continuamente perpendicolare al piccolo arco della curva che nello stesso tempo si descrive, cioè in F, in I, ed in B, dicesi *raggio dell' evoluta*, *raggio osculatore*, o *raggio di curvatura*, che si aumenta in ragione dello stesso svolgimento finchè giunga al massimo in DB. Essendo il raggio osculatore perpendicolare al punto della curva che descrive colla sua estremità, la parte infinitamente piccola della curva descritta per isviluppo può riguardarsi come un archetto circolare descritto con un raggio eguale a quello dell'evoluta, o all' osculatore. Or essendo l'evoluta AD una cicloide, tal'è anche la curva AFIB descritta per isviluppo; il massimo raggio osculatore DB è doppio di EB , diametro del cerchio generatore della cicloide AFIB (§. 399); e l' archetto cicloidale in B si confonde con un archetto circolare descritto da un raggio eguale a DB. Un

corpo quindi che cade per un piccolo arco circolare, di raggio eguale al doppio diametro del cerchio generatore della cicloide, è come se cadesse per un piccolo arco cicloidale nell' infimo punto B, confondendosi in questo l' archetto cicloidale col circolare. Potendosi dunque riguardare due archetti circolari minimi ed ineguali come due archetti cicloidali, ne segue che *un corpo in tempi eguali discende lungo questi due archetti circolari minimi ed ineguali.*

404. Or potendosi considerare ogni piccolo arco di una curva qualunque come un arco cicloidale o circolare; s' intende agevolmente che in tempi eguali un corpo può scendere per piccoli archi ineguali di essa curva. Vuolsi però avvertire che i tempi della caduta di un corpo per archi circolari ineguali, o per archi di una curva qualunque, sono eguali quando questi sono molto piccoli, o come dicesi *minimi*; confondendosi allora cogli archetti cicloidali, onde in questo solo caso sono tautocroni.

405. Emerge dal fin qui detto che la caduta de'corpi per piani inclinati, o per varie superficie curve, e specialmente per quelle rappresentate da archi circolari e cicloidali, non è che un caso particolare della caduta verticale, non differendone che per la quantità della forza acceleratrice della gravità.

CAPITOLO III.

DEI PENDOLI.

406. Se invece di porre un mobile in un canale tortuoso per dargli un moto curvilineo, si sospenda all'estremità di un filo, non potrà restare in quiete che quando sarà verticalmente sotto il punto di sospensione (§. 204); poichè in qualunque altra posizione non essendo interamente contrastata la sua gravità, dovrà per questa muoversi con maggiore o minore celerità. Allontanato infatti il corpo B dalla verticale AB e trasportato nella posizione AC (Tav. 5 fig. 11) non potrà restarvi in quiete, poichè essendo CA la direzione del filo che vel trattiene, e CG quella della gravità che lo sollecita, queste due forze non potranno equilibrarsi per non essere opposte. La direzione e la causa del suo movimento s'inferiscono dalla divisione di CG in due forze, agenti l'una CF nella direzione del filo e l'altra CH nella direzione a questa perpendicolare. Rappresentando CG l'intensità assoluta della gravità, o lo spazio che per questa il corpo scorrerebbe in una unità di tempo, esprimerà CF la forza vinta dalla resistenza del filo, e CH quella che produce il movimento. Il mobile dunque si muoverà secondo CH con una forza, il di cui rapporto colla gravità assoluta eguagli quello di GH a CG. Supposto però il filo inestensibile ed il mobile ritenuto; lungi dal muoversi questo per la retta CH, distratto continuamente dalla sua primiera direzione, discenderà descrivendo un arco di cerchio CB, il di cui cen-

tro è il punto di sospensione A, ed il di cui raggio è AB.

407. La forza acceleratrice dunque, che riconduce il corpo B nella normale, non è la forza di gravità assoluta, ma la relativa; poichè, descrivendo questo corpo nello scendere l' arco CB, discende realmente per una superficie curva ed inclinata, dell' altezza espressa da EB. Il mobile infatti portato fuori la verticale AB e situato in C vi è come se fosse sul piano inclinato CI, ossia sulla tangente in C. Se fosse sul piano, una parte della sua gravità sarebbe da questo distrutta (§. 386), ed ora lo è dal filo, e l' altra si scomporrebbe secondo la lunghezza del piano. Somigliando quindi in tutto l' attuale posizione del corpo B a quella che avrebbe sul piano inclinato, il suo movimento deve seguire secondo la caduta de' corpi per piani inclinati (§. 396). Il mobile B deve quindi scendere per l' arco CB con moto uniformemente accelerato; giunto al più basso punto B, per la velocità finale acquistata nella discesa deve con moto uniformemente ritardato risalire ad una eguale altezza (§. 396), ossia per un arco BD eguale e similmente situato, ed in tempo eguale a quello della caduta; ritornare in B dal punto D per la gravità relativa acceleratrice, e risalire in C in egual tempo colla riacquistata velocità. Cadendo così successivamente e risalendo, il suo dondolare sarebbe perpetuo se lo strofinio e la resistenza dell' aria scemando la sua velocità non ispegnessero in fine il suo movimento, e non lo mettessero nella situazione verticale AB, ossia nella *linea di quiete*, in cui resta in equilibrio e quindi immobile.

408. Le gite e ritornare del mobile diconsi *oscillazioni*, che sono *isocrone* se compionsi in tempi eguali. Il mobile sospeso dicesi *pendolo*, di cui distinguonsi la *lunghezza*, che è quella del filo che sostiene il grave, ed il *centro di oscillazione* o *di moto*, che è il punto in cui il filo è sospeso. Il *pendolo semplice* che quì si considera non è che un punto materiale sospeso all' estremità di una retta senza peso, incapace di estensione e fissa nell' altra estremità; intanto s' impiega nelle fisiche ricerche un pendolo che molto si approssima a questo pendolo matematico. È desso formato da una palla di platino ben grande detta *lente*, sospesa ad un filo di rame grosso tanto da sostenerla, ed incassata in una zona sferica fissata all' estremità del filo. A rendere più perfetta l' adesione della zona alla sfera si unge l' interna superficie di quella di una materia grassa, che ne escluda l' aria. L' estremità superiore del filo è fissata su di una verga di acciajo temperato, conformata a coltello e mobile su di un piano di agata, per rendere l' attrito quasi insensibile. È questo ad un dipresso il pendolo immaginato da Borda (Tav. 5 fig. 12).

409. Or se messo il pendolo una volta in moto le sue oscillazioni fossero isocrone, potrebbe servire all' esatta misura del tempo; ma le addotte resistenze rallentandone incessantemente il moto abbreviano la lunghezza degli archi da esso descritti, e variano quindi i tempi impiegati a fare le diseguali oscillazioni. È però da osservarsi, che quando le oscillazioni del pendolo si eseguono per archi sommamen-

te piccoli, benchè questi siano fra loro diseguali, pure avvengono quelle in tempi sensibilmente eguali. Essendo infatti molto piccoli gli archi HB, DB (Tav. 6 fig. 2), su di cui oscilli per esempio il pendolo AB, possono essi senza tema di errare confondersi colle rispettive corde BH, BD; ma le corde benchè diseguali sono scorse in tempi eguali (§. 390); dunque il pendolo AB dovrà impiegare un egual tempo nel cadere sì da D in B, che da H in B. Potendo d' altronde considerarsi i piccoli archi circolari come archetti cicloidali (§. 403), le oscillazioni del pendolo per minimi archi circolari sono sensibilmente isocrone. Ed in vero due pendoli di eguale lunghezza, di cui uno oscilli per un arco assai piccolo, e l' altro per un arco poco maggiore di un grado, non differiscono di 29000 per un' intera oscillazione (1). Questo isocronismo però, benchè comprovato dall' esperienza, non può nondimeno aver luogo nei pendoli di eguale lunghezza, vibranti per archi minimi circolari, ma in quei che oscillano per archi cicloidali.

410. Essendosi poi rilevato che la resistenza del-

(1) Risulta dal calcolo che la differenza del tempo che s'impiega da due pendoli, i quali compiono una oscillazione in 1″, dondolando uno per un arco infinitamente piccolo e l'altro per un arco di 5°, è di 41″, 1 in 24 ore, ossia di 86400″; e che se gli archi descritti da ambe le parti della verticale invece di supporsi di 5° fossero di 1°, il ritardo non avverrebbe che di 1″,64 in 24 ore, e per un arco di ½ grado sarebbe di 0″,41. *Sincroni* chiamano i Meccanici quei pendoli che compiono le loro oscillazioni in tempi eguali.

l'aria aumenta il tempo della mezza oscillazione discendente di quanto diminuisce quello della mezza oscillazione ascendente, talchè la durata dell' intera oscillazione resta la stessa come se avesse luogo nel vuoto (1); si' è conchiuso che la resistenza dell'aria non influisce sensibilmente sulla durata delle piccole oscillazioni. L' aria non diminuisce di queste che l'ampiezza soltanto, poichè quando il pendolo sale dopo di esser disceso, fa colla verticale per la resistenza dell' aria un angolo minore di quello fatto discendendo; e benchè quest' ampiezza varii, pure il tempo delle intere oscillazioni, sieno più o meno piccole, è sempre eguale, essendo esso indipendente dalle ampiezze degli archi minimi circolari (2).

411. Il rapporto di durata fra le oscillazioni di due pendoli di differente lunghezza risulta dal seguente ragionamento. Supponendo che i punti materiali B ed E (Tav. 6 fig. 2) attaccati ai rispettivi fili AB, AE siano egualmente lontani dalla linea di quiete, ossia l' uno in C e l' altro in F; è chiaro che abbandonati nello stesso istante all' azione della gravità ne sperimenteranno eguali effetti per le tangenti parallele *ab*, *cd*, e quindi cominceranno a muoversi con eguale velocità. Avvenendo lo stesso in tutti i punti degli archi corrispondenti, la gravità proverà in ciascuno di essi lo stesso decremento; essendo però l'ar-

(1) Bouguer osservò il primo che la durata di una intera oscillazione è la stessa sì nel vuoto, che in un mezzo resistente. Poisson di poi esaminò col calcolo tal quistione. *Journ. de l' Ec. Polyt.* c. 15.

(2) Poisson, *Traité de Mécanique*, tom. 1 n. 273.

co CB maggiore dell' arco FE, bisognerà più tempo per descrivere il primo di questi archi che per descrivere il secondo. Ma per la somiglianza di questi archi le loro lunghezze sono in ragione delle corde che li sottendono; poichè la gravità agisce su di essi, perciò i tempi necessarii a scorrerli sono fra loro nel rapporto di quelli richiesti a scorrere le rispettive corde; ma essendo queste parallele riguardar si possono come due piani egualmente inclinati, in cui i tempi della caduta dei gravi seguono la legge delle radici quadrate di essi piani; i tempi dunque, in cui gli archi CB ed FE sono scorsi serbano fra loro lo stesso rapporto. Essendo d' altronde tali archi simili e similmente posti, il tempo che impiegherà il pendolo AB nell' oscillare per CB sarà a quello che consumerà il pendolo AE per scorrere su di FE, come la radice del primo spazio a quella del secondo, ossia come la radice di CB a quella di FE; ma gli archi simili sono nella ragione dei loro raggi; il tempo dunque della oscillazione per AB è a quello della oscillazione per FE, come la radice quadrata di AB, che è la lunghezza del primo pendolo, a quella di AE che esprime la lunghezza del secondo. Essendo ciò vero per le metà CB, FE di tali oscillazioni, lo sarà anche per le intere CBD, FEG; onde può stabilirsi che *due pendoli di differente lunghezza eseguono le loro oscillazioni in tempi proporzionali alle radici quadrate di tali lunghezze*.

412. Se le rispettive lunghezze di due pendoli dal punto di sospensione sino al punto pesante siano fra esse nel rapporto di 1 a 4, il pendolo corto descri-

verà il suo arco nella metà del tempo impiegato dal lungo, e farà due oscillazioni nel tempo in cui questo ne farà una.

413. Essendo i tempi delle oscillazioni dei pendoli come le radici quadrate della loro lunghezza, sono queste fra loro come i quadrati dei tempi delle rispettive vibrazioni. Se quindi le lunghezze dei pendoli mostrano il tempo in cui esegue ognuno le sue oscillazioni, dal numero di queste avvenute in un dato tempo si deduce la rispettiva quantità di quelle. Conoscendosi, per esempio, che il pendolo AE (Tav. 6 fig. 2) fa due vibrazioni in tempo che AB ne fa una, si può essere sicuro di esser quest'ultimo quattro volte più lungo del primo, essendo 4 il quadrato di 2 ed 1 di 1. Può dunque stabilirsi che *le lunghezze di due pendoli sono fra loro in ragione inversa dei quadrati dei numeri delle oscillazioni fatte nello stesso tempo.*

414. Per determinar quindi la lunghezza di un pendolo che faccia in un dato tempo un certo numero di oscillazioni, 30 per esempio in $1''$, non si deve che ricercare un quarto proporzionale in ordine al quadrato del richiesto numero di oscillazioni (30), a quello del numero di oscillazioni di un pendolo a secondi (60), ed alla lunghezza di questo (993^{mm}, 8267) (1). È questo anche il mezzo di corrigere la lunghezza di un pendolo, che non batte i

(1) A Parigi la lunghezza del pendolo a secondi è di 993^{mm}, 8267 giusta le misure di Borda; quelle posteriormente prese non la superano che di 18 millesimi di millimetri.

secondi per le variazioni di temperatura che l' aumentano o la diminuiscono.

415. Vuolsi intanto avvertire che il pendolo, il quale serba esattamente la sua lunghezza fa sempre le sue oscillazioni isocrone, qualunque sia la sua natura, e benchè se ne alteri il peso, aumentandolo o diminuendolo. Tanto pruovano le oscillazioni fatte in tempi eguali da due pendoli di filo di egual lunghezza, benchè dotati di pesi di diversa quantità e qualità. Da ciò s' inferisce che la forza di gravità, indipendente dalla materia e forma dei corpi, tende ad imprimer loro in tempi eguali eguali velocità, cioè impulsi proporzionali alle loro masse (§. 55); non potendo masse ineguali descrivere archi o spazii eguali, se la forza animante la massa più pesante non fosse proporzionatamente più grande di quella che spinge la massa meno pesante. Dati dunque dei pendoli egualmente lunghi, il loro vario peso non può in alcun modo alterare il loro isocronismo nello stesso luogo della terra.

416. Il pendolo semplice, a cui il fin quì detto si riferisce, è un essere puramente ideale, poichè sebbene un filo per la sua squisita delicatezza possa considerarsi come una linea, non potrà mai concepirsi inesteso il peso ad esso attaccato. I pendoli reali diconsi *composti*, perchè essendo formati da uno o più pesi legati ad un filo metallico a diverse distanze dal punto di sospensione, costano di molti pendoli semplici, ossia di più punti pesanti siti a varie distanze dal centro d sospensione e sospesi ad un filo inflessibile. La differenza delle due specie di pendolo nella costruzio-

ne ne produce un' altra nella durata delle loro vibrazioni, ossia nella loro lunghezza; poichè se questa si misura nella prima specie dalla distanza tra il peso ed il punto di sospensione, non è si facilmente determinabile nella seconda pel numero dei pesi ed il loro diverso sito a varie distanze dal punto di sospensione. Per determinarla si ragiona nel seguente modo.

417. Riguardando la parte AB (Tav. 5 fig. 13) del pendolo composto AEB come un filo inflessibile e privo di massa, a cui sono legati a varie distanze dal punto A i due pesi E e B; chiaro si scorge di costar esso di due pendoli di diversa lunghezza AE, AB, i quali se si potessero separare si muoverebbero con diversa velocità, cioè con una maggiore il corto AE e con una minore il lungo AB; ma movendosi insieme intorno al punto di sospensione A e descrivendo nel tempo stesso gli archi simili FE, DB, il moto di E sarà ritardato da quello di B, e questo sarà accelerato da quello di E. Or aumentandosi gradatamente la celerità dal punto E al punto B, rinvenir si dee fra questi un punto intermedio C, in cui essa non sia nè aumentata, nè diminuita. Il moto dunque di un corpo situato in C, non essendo accelerato, nè ritardato dai pesi B ed E, sarebbe quello che esso avrebbe se fosse solo sospeso al filo AB; ossia il punto C è tale che se un pendolo semplice fosse della lunghezza AC, sarebbe isocrono col composto AB. È questo punto C, chiedicesi *centro di oscillazione*, ben diverso da quello di gravità, poichè se in questo si concepisce raccolta tutta la gravità ed il peso del corpo in quiete, si concepisce raccolta in quello tutta la forza del corpo che si

muove intorno al punto di sospensione. Ciò mostra che il peso E benchè più vicino ad A, pure compie le sue oscillazioni come se fosse situato in C, perchè la sua celerità è ritardata; e che il peso B quantunque più lontano di C da A, pure oscilla come se fosse in C, perchè la sua celerità è accresciuta; ossia che in un pendolo composto tutti i pesi, benchè siti ad ineguali distanze oscillano come se fossero riuniti nel centro di oscillazione C. Può dunque e dee un tal pendolo riguardarsi come semplice, la di cui lunghezza è misurata dalla distanza del punto di sospensione da quello di oscillazione.

418. Dato quindi il centro di oscillazione, facilmente si determinano la lunghezza del pendolo composto e la durata delle sue vibrazioni, il pendolo semplice si realizza composto, e si attribuiscono a questo le proprietà di quello: ossia la ricerca del centro di oscillazione del pendolo composto si riduce a quella di un pendolo semplice, che compie le sue oscillazioni nel tempo in cui l' esegue il composto.

419. Tra i metodi all' uopo inventati il più semplice è quello di Giacomo Bernoulli, ricavato dai principii della Statica. Supposto C (Tav. 5 fig. 13) il richiesto centro di oscillazione ed in moto il pendolo AB per un istante indivisibile di tempo in modo da prendere la situazione AD, gli spazii scorsi dai pesi E e B e dal centro C saranno espressi dagli archetti simili EF, BD, CI, che essendo infinitamente piccoli potranno riguardarsi come linee rette. Tirata per I la retta GH, parallela ad AB, si prolunghi EF in G. Se i pesi E e B si muovessero con egual forza,

scorrerebbero gli eguali spazii EG, BH nel tempo in cui il punto C scorrerebbe lo spazio CI; ma non potendo E scorrere che EF, è ritardato della quantità FG, onde la forza ritardatrice è espressa da $E \times FG$. E scorrendo B nel tempo istesso lo spazio BD, il suo moto è accelerato della quantità HD, onde la forza acceleratrice si esprime con $B \times HD$. Agendo queste due forze sugli estremi delle verghe inflessibili AE, AB, mobili intorno al punto A, i loro rispettivi momenti saranno $AE \times E \times FG$, ed $AB \times B \times HD$, i quali essendo eguali danno luogo alla proporzione $AE \times E : AB \times B :: HD : FG$. Ma per i triangoli simili DHI, IGF, $DH : GF :: HI : IG :: BC : CE$; dunque $AE \times E : AB \times B :: BC : CE$. Ma $BC = AB - AC$, ed $EC = AC - AE$; dunque sostituendo sarà $AE \times E : AB \times B :: AB - AC : AC - AE$; onde il prodotto degli estremi $AC. E. AE - E. AE^2$ eguaglierà quello dei medii $B. AB^2. - AC. B. AB$; ed aggiungendo ai due membri di questa egnaglianza la medesima espressione $E. AE^2. AC. B. AB$, ne risulta riducendo $AC(E. AE + B.AB) = E. AE^2 + B. AB^2$; onde $AC = \frac{E. AE^2 + B. AB^2}{E. AE + B. AB}$, ossia *la scambievole distanza de' centri di sospensione ed oscillazione eguaglia la somma de' prodotti di ciascuno peso pel quadrato della sua rispettiva distanza dal centro di sospensione, divisa per la somma dei prodotti di ciascun peso per la sua distanza dallo stesso centro*. Se dunque per esempio AB fosse di 4 piedi ed AE di uno, e B fosse di 3 once ed E di 2; sarebbe $AC = \frac{1 \times 1 \times 2 + 4 \times 4 \times 3}{1 \times 2 + 4 \times 3} = \frac{50}{14} =$

$\frac{25}{7} = 3\ \frac{8}{14} = 3\ \frac{4}{7}$; onde un pendolo semplice lungo 3 piedi e $\frac{4}{7}$ sarebbe isocrono al composto AB.

420. Il seguente metodo pratico conduce allo stesso risultato. Facendosi contemporaneamente oscillare il pendolo semplice KL presso al composto AB (Tav. 5 fig. 13), di cui vogliasi rinvenire il centro di oscillazione (§. 408), si raccorci o si allunghi il primo pendolo finchè le sue oscillazioni non risultino isocrone a quelle di AB ; la lunghezza KL presa dal punto di sospensione K al centro della piccola lente L , trasportata su di AB , corrispondendo , per esempio , ad AC , indicherà nel punto C il richiesto centro di oscillazione (§. 417).

421. Avendo Galileo osservato il primo di scorrersi da un pendolo i piccoli archi in tempi sensibilmente eguali , concepì l' alto progetto di avvalersi di questa scoperta per l' esattezza delle osservazioni fisiche ed astronomiche ; ma Hugenio fu che ne profittò per quella degli orologii. Sostituiti da lungo tempo alle clessidre degli antichi gli oriuoli a ruote ed a pesi , il di cui motore è un grave più o meno pesante, non se ne ignora il meccanismo. Costando un oriuolo di molte ruote incastrate le une nelle altre , il numero dei loro denti è proporzionale alle divisioni adottate per la misura del tempo. Disposte in modo che quando una è messa in moto si muovono tutte le altre , è avvolta ad uno degli assi una corda , a cui è attaccato un peso che serve a farle girar tutte, e che le farebbe girare troppo precipitosamente se un pendolo non ne regolasse il corso.

422. Le ragioni di questo meccanismo sono le seguenti. Essendo la gravità una forza acceleratrice costante, comunicava al motore dell' oriuolo una velocità crescente da un istante all' altro; ricevendo quindi il ruotaggio un movimento sempreppiù precipitoso, mancava l' uniformità richiesta dall' esatta misura del tempo. Ideato dapprima all' uopo un volante, che girando intorno al proprio asse fendeva l' aria colle sue ali (1); il grave discendendo mettendolo in moto rendea questo tanto più celere quanto più lo era la sua caduta, e resistendo l' aria nella doppia ragione della velocità dei mobili, bentosto questa resistenza eguagliava l' accelerazione eccitata nel peso dalla gravità, onde la discesa di questo sulle prime precipitosa diveniva indi più uniforme, ed il movimento del rotaggio alquanto regolare. Essendo però questa regolarità insufficiente per le fisiche ed astronomiche osservazioni, Hugenio trovò nel pendolo un moderatore più costante ed una maggiore regolarità. Aggiunse egli la ruota E (Tav. 5 fig. 14) a denti obbliqui nel supposto numero di 30, detta *di rincontro*, ed animata da altre, ed il pezzo CAD conformato ad *ancora*, da cui porta il nome, e da queste indipendente. Congiunto esso al pendolo AB, di cui segue le oscillazioni, quando è questo verticale ed in riposo, le palette C e D s' ingranano fra i denti della ruota e cessar fanno ogni movimento. Il motore della macchina, non potendo vincere questa

(1) Si usa tuttora questo strumento per regolare il moto di alcune macchine attivate da un sistema di ruote dentate.

resistenza , resta sospeso in alto, e così la sua gravità si rende inefficace. Rimosso però il pendolo dallo stato di riposo , e condotto dalla posizione verticale nella obbliqua AF , il braccio C dell' ancora si eleva ; e non ritenendo più il dente , questo scappa , la ruota E gira , ed il peso non più ritenuto cade per una piccola qnantità. È questo movimento istantaneo, non potendo passare della ruota che un dente , ed essendo ritenuto l' altro dalla paletta D , che si abbassa mentre s' innalza la paletta C. Si riproduce collo sgranarsi nello stesso modo la ruota quando è giunto il pendolo nell' opposta parte AG , elevandosi allora la paletta D ed abbassandosi l' altra C ; talchè ad ogni doppia oscillazione non isfugge che un dente. Or messo in moto una volta il pendolo, continua ad oscillare in tempi eguali , talchè sgranandosi alternativamente in eguali intervalli i denti della ruota E , il movimento del rotaggio acquista la desiderata regolarità. E se la lunghezza AB è tale che le oscillazioni si facciano di secondo in secondo , la ruota E farà l' intero giro in 60 secondi, ossia in un minuto. Portando quindi l' asse della ruota di rincontro E un ago III mobile con essa, ed adattandosi al suo centro un quadrante fisso colla circonferenza divisa in 60 parti eguali , l' estremo I col presentarsi successivamente a tutti i punti di divisione indicherà i secondi. È qnesto ingegnoso meccanismo , che dicesi *scappamento* , immaginato dal lodato autore per l' esattezza degli oriuoli, tendendo a far scappare successivamente ed in eguali intervalli i denti della ruota di rincontro.

423. Volendo egli però far oscillare il pendolo per

una cicloide, come curva tautocrona (§. 400); al punto di sospensione D (Tav. 6 fig. 1) adattò due eguali lamine metalliche curvate a guisa di due eguali semicicloidi DA, DC, opposte nella parte convessa ed in situazione verticale, talchè oscillando il pendolo dovesse il filo, eguale al doppio asse DE delle semicicloidi, avvolgersi successivamente dalle medesime. Erano così queste l' evolute, era il pendolo il raggio osculatore della curva descritta dalla sua estremità, e questa curva una cicloide, per cui isocrone ne erano le oscillazioni. Disusato però questo meccanismo per le frequenti alterazioni delle lamine, e pel guasto recato dal filo, procurò Alessandro Cumming di rendere isocrone le oscillazioni con dei pendoli vibranti in piccolissimi archi circolari (§. 403), ossia costrutti a così detto *scappamento libero* (1); essendo la figura di questi archi più cicloidale che circolare.

424. In questo scappamento le palette che sono ordinariamente di diamante o di pietra dura per impedire lo strofinio, hanno nell' estremità dei loro assi due piccoli pesi o verghette, congegnati in modo che scappando un dente della ruota uno di essi cade sul pendolo e gli comunica sempre la stessa quantità di moto. Derivando in questo modo la forza motrice del pendolo dalla caduta del piccolo peso che esce dallo stato di quiete, l' urto è sempre lo stesso e la forza motrice è sempre eguale, qualunque sia il difetto delle ruote e dei rocchetti, il loro strofinio e la tenacità dell' olio.

425. L' applicazione del pendolo agli oriuoli ha fat-

(1) *The elements of clok watch-work adapted to practice.*

to della gravità un correttivo di se stessa. Risedendo nel peso la forza motrice del rottaggio (1), coll' arrestarsi quello ad ogni istante, l' azione della gravità si estingue e rinasce in tutti i momenti; onde il suo movimento non è più celere in fine della caduta di quello che lo era al principio. Le oscillazioni poi del pendolo essendo di egual durata, gli intervalli in cui il rotaggio è libero sono anche eguali, e tali sono pure tra loro le successive azioni della gravità sul peso motore; onde questo discende in ogni istante della stessa quantità senza arrestarsi che nel luogo il più basso. Il pendolo infine continna ad oscillare in tutto questo tempo malgrado gl' indicati ostacoli, perchè l' azione del peso al momento in cui è arrestato si trasmette sino al pendolo della ruota di rincontro, rendendogli così quel moto che ha potuto perdere per tali ostacoli.

426. Turbandosi però l'isocronismo delle vibrazioni del pendolo dai cangiamenti di temperatura, che col render l' asta più o meno lunga (§. 113) alterano la distanza del centro di sospensione da quello di oscillazione (§. 412); si è dapprima pensato di costruire l'asta del pendolo di una materia insensibile all'azione del caldo e del freddo, sciegliendosi all' uopo una specie di legno chiamato *sapadillo*, o formandosi la verga di legno seccato al forno, bollito nell'olio e verniciato (2); e poi di comporre il pendolo di più verghe di due dersi me-

(1) Per attivare la macchina s' impiega ancora invece del peso una molla spirale, detta *gran molla*, chiusa in una capsula cilindrica detta *tamburo o barile*, di cui si ha un esempio nelle mostre o negli oriuoli da tasca.

(2) Biot *Precis elem. de Phys.* tom. 1. p. 217.

talli che si accorciano in senso opposto, onde la distanza dei due centri restasse inalterabile in qualunque cangiamento di temperatura.

427. I metalli all' uopo impiegati sono l' acciajo e l'ottone. Due verghe egualmente lunghe, l'una del primo e l'altra del secondo metallo, sottoposte ad egual grado di temperatura si dilatano disugualmente, essendo l'espansione dell'acciajo a quella dell'ottone nel rapporto di 3 a 5. Posta dunque la loro lunghezza in ragione della loro dilatabilità, le loro espansioni allo stesso grado di temperatura non possono essere che eguali. Se quindi più verghe di acciajo e di ottone egualmente dilatabili ad un grado di riscaldamento si uniscano in modo che quelle di acciajo si allunghino all'ingiù e quelle di ottone all'insù; le due eguali ed opposte espansioni si bilanciano, ed il pendolo da tali verghe formato serba sempre la stessa lunghezza in qualunque vicenda di temperatura. È su questa teoria costruito il così detto *pendolo a compensamento*, od *a correzione*. Costa esso di cinque verghe sostenute dalle traverse di ottone *c*,*d*, *e*, che dilatandosi lateralmente per nulla influiscono sulla sua lunghezza (Tav. 5 fig. 15). Tre di esse contrassegnate dalla lettera *a* sono di acciajo e due segnate dalla lettera *o* sono di ottone. Essendo la lunghezza delle seconde $^3/_5$ di quella delle prime, allo stesso grado di temperatura la dilatazione di queste eguaglia l' espansione di quelle. Fissate le estreme *a*, *a*, come dicesi *a dimora* nella traversa *c*, e la media *a* nell' altra *e*, non possono allungarsi che verso il basso; onde dilatandosi fanno scendere la traversa *d*, ed abbassando la lente B allontanano il centro di oscillazione da quello di sospen-

sione A. Fissate all'opposto le veghe *o*, *o*, alla traversa *d*, allungandosi alzano la traversa *e*, ed elevando la lente B avvicinano il centro di oscillazione a quello di sospensione. Le dilatazioni delle due specie di verghe, avvenendo nello stesso tempo , ed essendo eguali ed opposte, si bilanciano; ed il centro di oscillazione, abbassandosi per l'espansione delle prime verghe di quanto s'innalza per quella delle seconde, resta nello stesso punto. Accorciandosi poi i metalli pel raffreddamento, mentre le verghe di acciajo elevano la lente quelle di ottone l'abbassano, per cui ad onta di tutte le vincende di temperatura serbando il pendolo la stessa lunghezza resta isocrono.

428. Graam, celebre oriuolajo Inglese, ha proposto per asta del pendolo un tubo di vetro ripieno in parte di mercurio (Tav.5 fig.16).Essendo questo metallo più dilatabile del vetro, basta una piccola quantità a compensare i cambiamenti della lunghezza del tubo. Il centro di oscillazione del pendolo è nella colonna di mercurio, essendo il suo peso molto maggiore di quello del tubo. Per l'elevazione di temperatura facendo la dilatazione del tubo abbassare e quella del mercurio alzare siffatto centro, si stabilisce una perfetta compensazione.

429. Negli orinoli da tasca, ossia nelle mostre, per rendere la macchina portatile, dopo di aver sostituito al peso un'altro motore nella *gran molla*, si rimpiazza il pendolo con un'altro regolatore nel seguente modo. La ruota di rincontro D (Tav. 5 fig. 17) è sostenuta da un asse orizzontale; un'asta C porta due palette E, F, che s'incastrano a vicenda nei denti della ruota, perchè aven-

do questa un numero impari di denti, ognuno di essi è direttamente opposto all'intervallo di due altri, talchè le due palette non possono contemporaneamente incontrarsi; l'asta C sostiene in cima la ruota AB non dentata, chiamata *bilanciere*; ed una lama spirale *a* d'acciajo e cappillare ha un estremo fissato nelle piastre in *a*, e l'altro fermato nell'asse del bilanciere. Forzata dunque da questo la *spirale* o *spiraglio* ad avvolgersi intorno al suo asse, se ne svolge ben presto per la sua elasticità, e forza il bilanciere a girare in senso opposto; così questo oscilla sotto l'influenza della molla, che avvolgendosi e svolgendosi alternativamente fa le veci di pendolo in modo che la ruota di rincontro avanza di un dente in fine di due vibrazioni del bilanciere. La rapidità del movimento dipende dalla lunghezza del filetto spirale *a*, e si aumenta o diminuisce secondo il suo accorciamento od allungamento. Negli ordinarii oriuoli il bilanciere fa 17280 vibrazioni l'ora. Accelerandosi però o ritardandosi il moto dell'oriuolo per i cambiamenti indotti dalle vincende della temperatura nella forza e nelle dimensioni della molla e nella grandezza del bilanciere, si sono su di questo fissate le lamine *b*, *c*, terminate da piccole sfere d'oro, dette *compensatrici*, perchè dopo d'aver subìto diverse temperature sonosi riconosciute atte a produrre infine una completa compensazione.

CAPITOLO IV.

DEL CENTRO DI PERCOSSA.

430. Se una verga orizzontale AB, supposta divisa nelle parti A, C, D, E, B. . . . (Tav. 5 fig. 18) fosse perfettamente libera, scenderebbero queste con eguale velocità, prodotta da una forza alla loro massa proporzionale. Essendo però girevole intorno all' estremo A, detto *asse di moto* o *di rotazione*, le sue parti nel passaggio dalla posizione orizzontale AB alla verticale AF scorrendo ad un tempo diversi archi BF, EG, DH.... acquistar debbono delle velocità, tanto più diverse quanto più distano dal centro di rotazione; onde si valuta l'intensità della loro azione moltiplicando la massa di ciascuna parte per la sua distanza dall'asse di rotazione (§. 188).

431. Questo calcolo avrebbe luogo se queste parti A, C, D.... fossero fra loro indipendenti; essendo però unite dalla coesione, la forza motrice della verga AB libera si esprime col prodotto della sua massa per la velocità del suo centro di gravità, a cui si dovrebbe applicare una forza eguale ed opposta per arrestarne od impedirne il movimento. Ma obbligata la verga a muoversi d'intorno al centro A, tutte le sue parti concepiscono una quantità di moto proporzionale alla rispettiva loro distanza dall' asse di rotazione. Sono queste rispettive quantità di moto che costituiscono un sistema di forze dalla verga unite, la cui risultante equivalente alla loro somma passa per un determinato punto x della verga i-

stessa. Questo punto, in cui un osacolo che con essa s'imbattesse nella rotazione proverebbe il massimo urto, rendendola immobile per la comunicazione fattagli della forza motrice, dicesi *centro di percossa*, o *di percussione*. Per determinarne il sito fa d'uopo riguardare le parti della verga come corpi che modificano i loro moti rispettivi, e la forza di quelle esistenti tra A ed x come eguale alla forza delle altre poste tra B ed x; altrimenti non controbilanciandosi i momenti delle prime con quei delle seconde, la loro risultante non passerebbe per detto punto, e la verga non resterebbe immobile dopo la percossa. S'inferisce da ciò che i momenti delle parti della verga poste tra il centro di percossa ed i suoi estremi sono nell' inversa ragione delle loro distanze dallo stesso.

432. Or benchè questo centro molto differisca da quello di oscillazione, pure dal fin quì esposto segue che concorrono entrambi nello stesso punto, onde si determina il primo al pari del secondo (§. 419).

433. Se il centro di gravità è diverso da quello di oscillazione, lo è molto dippiù dall'altro di percossa. Riguardandosi come accumulate nel primo tutte le gravità parziali delle molecole di un corpo messo in istato di quiete (§. 201); la loro forza animatrice resta vinta ed equilibrata, e quindi incapace d'imprimere alcuna sensibile velocità. Essendo però in moto il corpo percussore, può colla sua velocità agire su altri corpi; e girando un suo estremo intorno al centro di moto acquistano le sue parti diversi gradi di velocità: gradazione, che se non avesse luogo come nella discesa della verga libera, parallela all'orizzonte; il centro di gravità s'identificherebbe con quello di percossa.

434. La retta applicazione di queste teorie importa 1.° che per dare la massima percossa con un bastone di forma cilindrica, la parte percuotente distar deve dalla mano, che lo impugna, per due terzi della sua lunghezza, riguardandosi in tal caso la mano come centro di moto; 2.° che per darla con un bastone di forma conica il punto percuotente dee essere più prossimo alla mano; 3.° e che infine per darla di taglio con una spada perfettamente triangolare o piramidale si dee colpire in un punto situato ai tre quarti della sua lunghezza, o più presso all' impugnatura nel caso che ne sia la forma irregolare.

CAPITOLO V.

DEL MOTO DI PROIEZIONE.

435. Appena che un corpo è abbandonato a se stesso, la gravità vi comincia ad agire; e si sono già esposti gli effetti di quest' azione libera (§. 368) o contrariata da un opposto impluso (§. 375). Agendo però tal forza su di un corpo spinto in direzione obbliqua all'orizzonte, non può seguire il moto che nel senso della risultante delle due forze, cioè di quella d'impulsione, e dell'altra di gravità (§. 175); ma essendo istantanea la prima e costante la seconda, e quindi capace di uniformemente variare in ogni momento il moto verticale; il mobile dopo il primo istante non scorre la diagonale incominciata, ma ne devia per avvicinarsi alla verticale, e così in ogni istante successivo per effetto delle due forze agenti ad angolo descrive una diversa diago-

nale. L'insieme di queste diagonali prodotte dall'azione della gravità sempre rinnovantesi nel senso verticale rappresenta lo spazio scorso dal mobile con moto rettilineo cangiante di direzione in ogn'istante, ossia con moto curvilineo, prodotto dalla composizione delle due forze.

436. Un sasso o qualunque altro corpo obbliquamente spinto da giù in sù si allontana gradatamente dalla direzione, per la quale fu lanciato, e descrive cadendo una curva concava verso l'orizzonte, al pari dell'acqua ch' esce da un tubo messo in situazione orizzontale. È questa curva una parabola quando si prescinde dalla resistenza dell' aria, che perturbando l'azione delle forze che la producono ne modifica gli effetti (1).

(1) La curva DEF risultante dalla sezione del cono ABC fatta da un piano nella direzione EG parallela al suo lato AB, dicesi *Parabola* (Tav. 5 fig. 19.) Il suo *asse* la sua *altezza*, od il suo *diametro primario* è la retta BD (Tav. 6 fig. 3) perpendicolare alla tangente BO nel vertice principale B della curva ABC; e la sua *base* od *ampiezza* è la retta che ne congiunge i due punti A,C.I suoi *diametri secondarii* sono le rette GN, FM parallele a BD, tirate da altri punti G, F presi ad arbitrio; ed essendo questi punti infiniti, perciò infiniti possono essere i diametri secondarii. Le rette abbassate da qualunque punto della parabola sull' asse o su qualche diametro, parallele alla tangente nel vertice dell' asse o del diametro, diconsi *semiordinate*, e prolungate sino all'incontro della curva in punti opposti chiamansi *ordinate*; le parti dell'asse o del diametro poste tra il vertice e le corrispondenti ordinate o semiordinate diconsi *ascisse*; così riguardo all' asse BD le rette GH, KL sono le semiordinate, GF, KI le ordinate, e KB, LB le ascisse.

La terza proporzionale in ordine ad un' ascissa e la cor-

437. Un corpo A (Tav. 5 fig. 20) spinto da una forza qualunque nella direzione AB, movendosi senza la resistenza dell'aria per la ricevuta velocità con moto uniforme, in eguali e successivi istanti scorrerà gli eguali spazii AC, CD, DB. Essendo però animato dalla gravità, tenderà a scendere per la verticale AG con moto uniformemente accelerato (§. 373), scorrendo nel primo istante AE=1, nel secondo istante EF=3, nel terzo istante FG=5, e così in appresso. Dovendo quindi il mobile deviare dalla direzione AB per obbedire alla gravità, in fine del primo istante si troverà in I, in fine del secondo in L, ed in fine del terzo in O.... descrivendo così la curva AILO. Ma GO=AB, come lati opposti del parallelogrammo GB, ed AB è tripla di AC; dunque anche GO e tripla di AC, ossia di EI. Per la stessa ragione FL=AD è doppia di AC ossia di EI. Ma EF è tripla, ed FG quintupla di AE; dunque sarà AF quadrupla di AE, ed AG nonupla di AE. Es-

rispondente semiordinata, dicesi *parametro* dell'asse o del diametro a cui esse si riferiscono.

Tirandosi infine da un punto qualunque F la tangente FE, e dal punto di contatto F all'asse BD, o ad un diametro, la semiordinata FH; la retta HE prodotta dal prolungamento di FE, di HB sino al loro incontro in E chiamasi *sottangente*. Le principali proprietà della parabola sono le seguenti: 1°. I quadrati delle semiordinate sono tra loro come le ascisse corrispondenti, così KL^2: GH^2: LB^2: HB. 2.° La sottangente HE è doppia dell'ascissa corrispondente HB; onde conosciuto il valore di HE, e bipartita questa nel punto B, sarà questo il vertice della parabola, purchè BD ne sia l'asse. 3.° I diametri equidistanti dall'asse in ambe le parti hanno eguali parametri; quei più da esso distanti ne hanno de' maggiori, ed al contrario.

sendo quindi FL doppia di EI, ed AF quadrupla di AE, sarà $FL^2 : EI^2 :: AF : AE$; ossia $2^2 : 1^2 :: 4 : 1$; come essendo GO tripla di EI ed AG nonupla di AE, sarà $GO^2 : EI^2 :: AG : AE$; ossia $3^2 : 1^2 :: 9 : 1$. Per essere dunque i quadrati delle ordinate EI, FL, GO come le semplici ascisse AE, AF, AG, la curva AILO descritta dal mobile non può essere che una parabola.

438. Ma il corpo che si muove per l' azione cospirante della gravità e della forza istantanea di impulsione dicesi *projetto*; la seconda di queste due forze, che che ad esso imprime una velocità costante, chiamasi *forza di projezione* o *forza projettile*; questa velocità, eccitata nel projetto, *velocità di projezione*; la retta AB esprimente la direzione per la quale il projetto è lanciato, chiamasi *linea di projezione*; la curva AILO tracciata dal projetto per l'azione delle due forze dicesi *trajettoria*; l' angolo formato dalla linea di projezione colla verticale tirata dal punto di projezione dicesi *angolo di projezione*, e quello formato dalla prima di queste due rette coll' orizzontale chiamasi *angolo di elevazione*. Può quindi conchiudersi che *la trajettoria descritta dai projetti è una parabola*.

439. Si può egualmente dimostrare che il projetto descrive sempre una parabola se è spinto per una obbliqua direzione tanto al di sopra, quanto al di sotto della linea orizzontale. Solo quando è spinto in linea orizzontale, od in linea obbliqua a questa inferiore, il sentiero da esso descritto è una semiparabola; mentre lanciato per una linea obbliqua qualunque superiore all' orizzonte descrive sempre una intera parabola. Nel

primo caso per essere la bocca del cannone, o la mano che spinge il projetto, il punto più elevato della curva, da questo movendo non fa che discendere; laddove spinto al di sopra della linea di livello ascender deve fino all' estinzione della forza verticale, e poi discendere scorrendo per una curva simile alla descritta nell' ascensione.

440. Benchè gli antichi avessero riconosciuto per curvilinei i sentieri tracciati dai projetti, pure Galileo fu il primo a caratterizzarli per parabolici. Non avendo però tenuto contro della valida resistenza che l'aria oppone alle forze motrici, Newton e La Caille lungi dal ravvisare nel sentiero da sì potente causa modificato una parabola, vi riconobbero, il primo una curva molto prossima all' iperbole, ed il secondo una molto vicina all' ellisse. Ma verificate per inapplicabili le conseguenze di queste due ipotesi, si prosegue a riguardare la curva di natura parabolica, anche perchè dietro esatti sperimenti istituiti con questa opinione si è potuto stabilire la teoria della Balistica. È facile difatti il comprendere la ragione della costruzione delle armi da fuoco eseguita in modo che *la linea di projezione*, ossia l' asse della canna non sia parallela alla *linea di direzione* o *di mira*, che dir si voglia. Se le interne pareti dell'arma fossero parallele all' esterne, essendo AB (Tav. 6 fig. 4) la linea di mira, quella di projezione sarebbe CD; ed il projetto non supposto grave colpirebbe il bersaglio nel punto D inferiore al punto di mira B; ma deviando esso dalla linea di projezione per la forza di attrazione, e descrivendo la curva parabolica CE colpirebbe il bersaglio nel punto E molto più infe-

riore al punto B preso di mira dall' artigliere. Per ovviare a questo inconveniente le armi si costruiscono in modo che il loro diametro esterno gradatamente cresce dalla bocca alla culatta, onde le loro pareti interne non risultano parallele alle esterne. Essendo quindi AB, per esempio, la linea di mira (Tav. 5 fig. 21), quella di projezione è EC; e dovendo il projetto descrivere per la gravità una curva parabolica, non può con un moto rettilineo colpire il punto C, ma deve descrivere la curva EGD intersecando la linea di mira AB ne' due punti F ed H. Quando dunque il bersaglio sarà in H, secondo punto d' intersezione, sarà colpito secondo la mira presa dall' artiglierie; ma trovandosi più dappresso ad un tal punto o più lungi dallo stesso, nel primo caso sarà colpito in G al di sopra del punto di mira, e nel secondo lo sarà in D al di sotto dello stesso.

441. Dipendendo dalla quantità della forza motrice la distanza del punto di projezione da quello della caduta del projetto, ossia l' *ampiezza della parabola* da questo descritta sotto il medesimo angolo di projezione; si è convenuto dopo Galileo di determinarla colla misura dell' altezza, da cui cadendo il corpo acquisterebbe tanta velocità quanta gliene imprimerebbe la forza di projezione, e che chiamasi *linea di velocità*. Supposta quindi AB (Tav. 6 fig. 5) la verticale, per la quale cadendo liberamente il corpo acquisti la velocità, con cui cammina nel punto A della parabola AE; se in questo stato la gravità non agisse, il corpo scorrerebbe lungo la linea di projezione lo spazio AD, ossia CE doppio di AB (§. 374) con moto uniforme,

nel tempo in cui descriverebbe AB con moto uniformemente accelerato ; ma trovandosi in questo tempo nel punto E della sua curva , delle forze AD , AC componenti la forza AE , dinoterà la seconda anche la linea della velocità, onde AC=AB ; ed essendo AD doppia di AB, AD lo sarà pure di AC. Essendo quindi il parametro terzo proporzionale in ordine all' ascissa AC ed alla semiordinata CE=AD ; sarà quello del diametro AF quadruplo di AC ossia di AB; cioè AB quarta parte del parametro del diametro AF. Può dunque conchiudersi che *in qualunque punto della parabola si trovi un projetto, la sua velocità eguaglia quella che acquisterebbe se cadesse per la quarta parte del parametro del diametro tirato al detto punto.*

442. Segue da ciò , che 1.° essendo il parametro del diametro il più piccolo di tutti gli altri , la velocità del projetto sarà minima nel vertice della parabola , che esso descrive ; 2.° equidistando i punti G ed F dal vertice B (Tav. 6 fig. 3) i loro parametri saranno eguali, e tali ancora di questi le quarte parti , esprimenti le velocità del projetto , onde avrà questo eguali velocità ne' punti equidistanti dal vertice della curva ; 3.° essendo il parametro più lontano dal vertice maggiore di quello che gli è più vicino , la velocità del corpo nell' ascendere e discendere sarà maggiore di quanto è più distante dallo stesso vertice B ; onde la sua velocità in A sarà maggiore di quella in K , e questa maggiore dell' altra in G ; sarà minima in B ; e discendendo poi per FIG acquisterà sempreppiù altri gradi di velocità ; 4.° la velocità del projetto si rallenta quando monta per la curva, dirigendosi il suo moto contro la gravità, che

vi estingue ad ogni istante un grado di velocità; 5.° e discende il projetto per la curva con moto uniformemente accelerato, cospirando questo coll' azione della gravità, che ad ogni istante imprime al mobile un' altro grado di velocità (1).

443. Interessando poi di conoscere nel moto di projezione oltre la sua velocità l' ampiezza e l' altezza della curva che il mobile descrive, ed il tempo di tale descrizione; per determinare la prima di queste grandezze si supponga A (Tav. 6 fig. 6) un punto del piano orizzontale, da cui partendo il projetto cominci a descrivere la parabola AIB, AB il piano orizzontale, ed AE la linea di direzione; sarà AB l' ampiezza della parabola, ossia *la lunghezza del*

(1) I risultati degli accurati sperimenti istituiti dal Dottor Hutton sulle velocità delle palle da cannone sono troppo preziosi per non riportarsi. Essendosi egli servito per valutarle del pendolo balistico di Robins, di palle di 1 a 3 libbre, e di cariche di polvere di 2, 4, ed 8 once, rinvenne che la media velocità delle palle projettate colla carica di 2 once di polvere è di 701 piedi per 1″, che quella delle palle projettate colla carica di 4 once è di 993 piedi, e che l' altra delle palle projettate colla carica di 8 once è di 1397 piedi. E dal paragone di questi risultati con altri anche da lui ottenuti dedusse che, 1.° le velocità comunicate alle palle dello stesso peso con diverse quantità di polvere sono presso a poco nella sudduplicata ragione di queste quantità; 2.° le velocità comunicate alle palle di diverso peso colla stessa quantità di polvere sono nell' inversa sudduplicata ragione de' loro pesi; 3.° e le velocità delle palle di diverso peso e spinte con diverse quantità di polvere sono in ragion composta della diretta delle radici quadrate di tali quantità, e dell' inversa di quelle de' loro pesi (*Transazioni Filosofiche*, vol. 68).

tiro, ed EAB l' angolo di elevazione. Se poi prolungando sino a D la linea della velocità LA in modo che sia AD quadrupla di AL, si descriva sul diametro AD il cerchio AFD, e compiuto il parallelogrammo ABEL si tirino dal vertice D e dal centro C al punto E le rette DE, CE; l' angolo EAB formato dalla tangente AB, come perpendicolare al diametro, e dalla secante AE, eguaglierà l altro EDA fatto nell' altra parte del cerchio; ed essendo l' angolo al centro ECA doppio di quello alla circonferenza EDA, sarà il primo di questi ECA doppio dell' angolo di elevazione EAB; ma l'ampiezza AB e la retta LE sono eguali come lati opposti del parallelogrammo LB, ed LE è seno dell' angolo ECA; sarà dunque l' ampiezza AB seno dello stesso angolo ECA; onde *l' ampiezza della parabola è come il seno del doppio angolo di elevazione qualora la forza projettile sia sempre la stessa.*

444. Si verifica questa legge quando impiegando cannoni dello stesso calibro e caricati colla stessa quantità e qualità di polvere, s' imprime alle palle dalla forza di projezione la stessa velocità; poichè variando uno di questi dati, benchè l'angolo di elevazione di due cannoni fosse lo stesso, pure essi projetterebbero le palle a diverse distanze secondo la loro carica, ed il peso di queste.

445. Essendo l' ampiezza della parabola come il seno del doppio angolo di elevazione, il quale è massimo a 90° perchè eguale al raggio; s' intende di leggieri che per projettare una palla alla maggior possibile distanza, ossia pel *massimo tiro*, l' angolo

di elevazione dev' essere di 45°, cioè metà di 90°. Ma per la natura del cerchio il seno di un doppio arco eguaglia quello del suo doppio complemento; due palle dunque di egual peso e spinte con pari intensità di forza projettile, ma con angoli di elevazione egualmente distanti da 45° non potranno che descrivere parabole di eguale ampiezza. Essendo infatti la somma di due archi qualunque 30° e 60°, o 20° e 70° (diversi da 45° quelli per 15° e questi per 25°) eguale a 90°; sono essi complementi l' un dell' altro. Lo spingere quindi la palla per la direzione AE (Tav. 6 fig. 6) di 30° equivale allo spingerla per un' altra AG di 60°; differendo entrambe di 15° da AF, il di cui angolo FAB è di 45°, per colpire in ambi i casi lo stesso punto B. Se questo risultato non si verifica in pratica, ciò deriva dal non tenersi in teoria alcun conto della resistenza dell' aria, che validamente opponendosi al moto de' projetti deve ritardare di più il moto della palla projettata colla elevazione di 60°; perchè dovendo questa descrivere una parabola più ampia, impiegar deve più tempo per giungere al termine della sua carriera, e l' ostacolo dell' aria contro di essa dev' esser quindi di più lunga durata.

446. Vuolsi però avvertire che il massimo tiro dei cannoni di portata orizzontale è di 350 tese, ognuna delle quali costa di 6 piedi. Non si può lor dare un angolo di elevazione maggiore di 6° nè quello di depressione eccedente di 2°, od al più di 3°. Nel farne uso prendono sempre gli artiglieri la mira due piedi al di sopra del bersaglio, ammenocchè quando ne

eguagliano la punta alla culatta con un triangolo; poichè rendendosi così cilindrici i cannoni, possono *puntarli* direttamente contro il bersaglio. I mortai di 12, 9, 8 polsate si graduano secondo il bisogno. Il così detto *mortajo a placca* è fuso nella base all'angolo di 45°, onde la quantità della polvere ne regola il tiro, la sua maggior portata è di 700 tese. E finalmente il mortajo *alla Gomer* (nome del suo inventore) è preferibile a tutti gli altri per l'interna cavità, che conformata a conoide parabolico contener puole palle di ogni calibro, ed esser caricato con quantità di polvere proporzionale al peso del projetto che deve spingere.

447. Determinandosi cogli esperimenti l'ampiezza della parabola descritta da una palla sotto un dato angolo di elevazione, detto *tiro di prova*, si può facilmente conoscere la distanza orizzontale, a cui può giungere iu pari circostanze sotto un altro angolo di elevazione. Se, per esempio, con un tiro di pruova di 30° sia una palla projettata a 300 tese orizzontali; per conoscere la distanza orizzontale, a cui giungerebbe sotto un angolo di 40°, fa d'uopo rammentare che le ampiezze delle parabole sono come i seni dei doppii angoli di elevazione (§. 443); poichè il rapporto dei seni di 60° ed 80° dà quello delle due distanze, colla proporzione, sen. 60° : sen. 80° :: 300 tese : x.

448. Se la projezione avviene sul piano inclinato, si ottiene la massima ampiezza elevando il mortajo in modo che la linea di direzione bipartisca l'angolo formato sulla bocca dell'arma dalla verticale e dal piano; e tutte le elevazioni equidistanti dalla massima produco-

no parabole presso a poco della stessa ampiezza, come si è detto per le projezioni orizzontali (§. 445).

449. Si rileva poi l'altezza della parabola col seguente ragionamento: supponendo spinto il projetto nella direzione AE (Tav. 6 fig. 6), tangente della parabola AIB, e per la quale si muoverebbe se non ne fosse deviato dalla gravità; dal suo incontro coll' asse HI prolungato in K si deduce che la sottangente HK è doppia della corrispondente ascissa, ossia dell' altezza HI. Attesa poi la somiglianza dei triangoli AHK, ABE per le parallele HK, BE; AH : AB :: HK : BE. Ma la semiordinata AH è metà di AB; sarà quindi HK metà di BE; ma HI è metà di HK e BE eguaglia AL, sarà quindi HI quarta parte di BE o di AL. Essendo finalmente AL seno verso dell' angolo ECA, doppio dell' angolo di elevazione EAB, ed i tutti fra loro come le parti; sarà l' altezza HI come AL; ma AL è seno verso dell' angolo ECA, dunque *l' altezza della parabola di un projetto è come il seno verso del doppio angolo di elevazione*.

450. Sia l' angolo di elevazione HAB (Tav. 6 fig. 7) di 45°, AE la linea della velocità, AB l' ampiezza della parabola ADB, e CD la sua altezza. Col centro A e col raggio AE descrivasi il cerchio ECI, e si tirino dal punto E la EF parallela ad AB e dal punto B la BF parallela a CD protratta in G. Essendo retto l' angolo in A, ed eguali AE, AC come raggi dello stesso cerchio, sarà ACGE un quadrato, onde CG = AE; ma CD, altezza della parabola, è metà della sottangente CG; sarà dunque CD metà di AE, ossia l' altezza della parabola metà della linea della velocità. Or essendo

questa la quarta parte del parametro del diametro secondario, che comincia dal punto A (§. 441), sarà l'altezza della parabola l'ottava parte di questo parametro secondario. Essendo parimente l'ampiezza della parabola AB doppia della semiordinata AC = CG, sarà anche AB doppia di CG; ma CG è doppia di CD; sarà dunque AB quadrupla dell'altezza CD; onde quando l'angolo di elevazione è di 45° l'altezza della parabola è la quarta parte della sua ampiezza.

451. Per determinare infine il tempo impiegato dal projetto a descrivere la curva parabolica devesi por mente, che il projetto lanciato dal punto A (Tav. 6 fig. 6) nella direzione AE scorre la parabola AIB dell'ampiezza AB; perchè nel tempo, in cui dovrebbe scorrere lo spazio AE con moto uniforme, è tratto giù dalla gravità con moto uniformemente accelerato; onde tanto tempo impiega a descrivere la parabola per l'azione combinata delle due forze di projezione e di gravità, quanto ne impiegherebbe a passare dal punto A all'altro E per effetto della sola projezione. E non alterandosi dal projetto la ricevuta velocità per l'inerzia, passar deve per AE con moto uniforme, impiegandovi un tempo che deve essere come lo spazio (§. 140). Il tempo dunque che impiegherà il projetto a passare da A in E, ossia a descrivere la parabola AIB, sarà come AE, e per la natura delle rette proporzionali come AK metà di AE. Ma AK è il seno dell'angolo ACK, che come metà dell'altro ACE eguaglia l'angolo di elevazione EAB (1); dunque *il tempo che impiega il projet-*

(1) Per i triangoli simili EAB, KAH (Tav. 6 fig. 6)

to a descrivere la curva parabolica, è come il seno del semplice angolo di elevazione.

452. Essendo questi i principii dell' arte Balistica, di quell' arte cioè, che insegna a colpire colle armi da fuoco il proposto bersaglio, intendesi di leggieri che con due de' seguenti elementi sciogliere si possono tutti i problemi di quest' arte. Tali elementi sono: la velocità del projetto, l' ampiezza massima della parabola, la sua massima altezza, il tempo della sua descrizione, l' angolo di direzione.

CAPITOLO VI.

DEL MOVIMENTO PER UNA CURVA RIENTRANTE.

453. Un corpo esposto all' azione di una sola forza, o istantanea, come l' impulsiva, o continua, come la gravità, non può muoversi che per una retta esprimente la direzione della forza agente. Tal' è anche il destino di un mobile sollecitato ad un tempo da due o più forze. Assoggettato però contemporaneamente all' azione dell' istantanea forza d' impulsione, ed a quella di un' altra continua e sempre diretta verso un punto in modo da far angolo colla precedente, non può battere un sentiero rettilineo; ed obbligato in ogni istante a cangiar direzione tracciar ne deve uno curvilineo.

AB : AH :: BE : HK, od AE : AK :: BE : HK; ma AH è metà di AB (§. 449); sarà dunque AK metà di AE, e quindi l'angolo ACK metà dell' altro ACE.

454. Supposto infatti lanciato un punto mobile nella direzione AP (Tav. 6 fig. 8) e sollecitato da una forza continua verso il punto O, rappresentandosi con AB ed AC gli spazii che esso scorrerebbe in una unità di tempo per l'azione isolata di ciascuna delle due forze, non potrebbe in questo intervallo che giungere nel punto D, e continuare indi a muoversi uniformemente per AQ senza l'azione ulteriore della forza AO. Ma se giunto in D fosse di nuovo da questa colpito secondo DO, nella seconda unità di tempo perverrebbe in G movendosi lungo la retta DG, inclinata all'altra AD, e diagonale di un secondo parallelogrammo costruito su DE=AD e DF=AC. Cessando quì di agire la seconda forza, il mobile proseguirebbe a muoversi per DR, prolungamento di DG; ma riproducendosi in G la sua azione nella direzione GO, una terza retta GK, inclinata a DG e diagonale di un terzo parallelogrammo costrutto su GH = DG e GI = DF esprimerebbe lo spazio scorso dal mobile nella terza unità di tempo; e così in appresso. In tal caso quindi scorrerebbe il mobile per i lati di un poligono AD, DG, GK. . . i quali essendo infinitamente piccoli, perchè prodotti in ciascun istante dall'incessante azione della forza diretta al punto O, costituirebbero riuniti una specie di linea curva della natura espressa dal rapporto delle due forze e dall'angolo formato dalle loro direzioni sin dal principio del movimento.

455. Un corpo dunque che descrivesse la circonferenza di un cerchio, non potrebbe che tendere per l'inerzia ad allontanarsi dal centro di moto. Così un mobile, che trascorso AD (Tav. 6 fig. 8), invece di deviare

dalla sua direzione descrivendo DG tendesse a correre per la tangente DE allontanandosi dal centro O ; ed impedito da un'altra forza a ciò fare la vincesse, continuerebbe a muoversi per la tangente alla curva nel punto in cui la forza distraente cesserebbe di agire; e per deviarne descrivendo un cerchio avrebbe bisogno di un'altra forza che lo conservasse sempre in moto ad una egual distanza dal centro. Dunque *il moto circolare è composto, perchè prodotto dall' azione simultanea di due forze, di cui una sollecita il mobile a scappare per la tangente del cerchio, e l' altra lo attira al suo centro.*

456. È questa verità comprovata dall' esperienza. Facendo celeramente girare sul proprio asse alcune palle di avorio, infilate al filo metallico AB (Tav. 6 fig. 9) mediante un sistema di ruote attivate dal manubrio C, si osserva 1.° che non ostante la somma celerità della rotazione una delle palle situata nel mezzo del filo resta immobile per l' equilibrio delle sue parti spinte in senso contrario da eguali azioni; 2.° e che quella non situata nel mezzo scorre il filo ed urta verso un suo estremo. Facendo uso nello stesso apparato del tubo di vetro ABC (Tav. 6 fig. 10) ad angolo e ripieno in parte di acqua o di altro liquido, sarà questo spinto dal moto di rotazione verso le sommità A e C.

457. Perciò la fionda circola, e l' acqua di un secchio messo velocemente in giro non cade. Nel primo caso la mano riguardata come centro del cerchio, tendendo in ogni istante a trattenere la pietra che vuole scappare, e che scappa per la tangente quando si abbandona un capo della fionda, continuamente agisce per mezzo di questa sulla pietra onde deviarla da quel-

la. Sforzandosi l' acqua nel secondo caso di fuggire pel fondo del vaso vince la gravità. È anche per questo sforzo che le scintille elargano il cerchio illuminato dalle ruote impiegate nei fuochi artificiali.

458. Or la curva rientrante ADGK . . . (Tav. 6 fig. 8) dicesi *orbita* ; il tempo della sua descrizione *tempo periodico* ; il punto O *foco* ; le rette OA , OE , OG . . . da questo tirate al mobile diconsi *raggi vettori* ; lo sforzo del mobile per allontanarsi dal centro e muoversi per la tangente , chiamasi *forza centrifuga*, o *tangenziale*; la forza che tende ad avvicinarlo al centro , o quella diretta verso questo dicesi *forza centripeta* , o *centrale* ; ed entrambe le forze *forze centrali* appellansi.

459. Non essendo le forze centrali che un risultato delle forze parziali animanti le particelle del mobile , variar ne deve la somma secondo il numero di queste; ond'è che *le forze centrali sono proporzionali alla quantità di materia*. I seguenti esperimenti non confermano che troppo questa proprietà. Riempiuto il tubo ABC (Tav. 6 fig. 10) di acqua e mercurio , e posta la macchina in azione , si dispongono i due liquidi contro l' ordine delle loro rispettive gravità ; il mercurio ch'era in B si recherà negli estremi A e C , e l' acqua espulsa dal mercurio si trasferirà nel luogo da questo occupato. Riempiendo poi lo stesso tubo di acqua con delle palline di piombo , il moto di rotazione comunicato alla macchina le slancia negli estremi A , C dell' apparato. Ligando con un filo di seta due palle A e B , l'una di massa doppia dell' altra (Tav. 6 fig. 9) , e situandole ad egual distanza dal centro del filo AB ; posta in azione la macchina , la prima palla si trascina la secon-

da ed entrambe toccano con impeto le pareti del cassettino. Attaccando all' estremo di una corda successivamente tre pietre, dapprima una di 3, poi un' altra di 6, ed in fine una di 12 once, e facendole girare una per volta con eguale celerità con tener in mano l' altro estremo della corda; la mano farà un piccolo sforzo per ritenere la pietra di tre once, ne farà uno grande per quella di 6, ed uno maggiore per quella di 12.

460. Sciolto l' archetto AD, ossia lo spazio scorso dal mobile in un istante, ne' suoi componenti AB, AC (Tav. 6 fig. 11) e compiuto il parallelogrammo ABDC; la forza centripeta sarà espressa da AC, la tangenziale da AB e la centrifuga da BD, che spinge il mobile da D in B per farlo correre lungo la tangente. Quindi benchè la terza forza derivi dalla seconda, pure il suo effetto non è determinato dalla tangente, ma dalla distanza perpendicolare esistente tra questa e l' estremità dell' archetto trascorso dal mobile in un istante. L' intensità delle cennate forze si concepisce di leggieri supponendo che un mobile in un tempo infinitesimo scorra l' archetto infinitamente piccolo AD. Se difatti non agisce in questo tempo sul mobile che la forza centripeta in direzione parallela a quella del raggio AO rivolto all' archetto AD, scorrerebbe quello lo spazio AC, eguale alla projezione dell' arco AD sul detto raggio; onde AC, ossia BD, rappresenterebbe l' intensità di detta forza. Trovandosi poi il mobile in B per la sola forza d' impulsione, lungi dal centro nella quantità BD, mentre è in D per l' azione combinata delle forze centrali; l' intensità della forza centrifuga

non può rappresentarsi che da BD. Esprimendo quindi BD l' energia di ciascuna delle due forze centrali, debbono esser queste fra loro eguali. Questa eguaglianza risulta anche dalla proprietà dell' orbita circolare, cioè di essere ogni suo punto equidistante dal centro; poichè prevalendo una forza all' altra il mobile si avvicinerebbe al centro o se ne allontanerebbe. Agendo poi esse in sensi opposti, per recarsi il mobile dalla centripeta da A in C e dalla centrifuga da D in B; ne segue che *le forze centrali produttrici del moto circolare di un corpo sono fra loro eguali e contrarie.*

461. La natura di questo movimento è di facile intelligenza. Spinto il mobile dalle forze AC, AB (Tav. 6 fig. 8), descrive nel primo istante l'archetto AD per l' equilibrio delle forze centrali espresse da AC e BD. Comunicato però nel secondo istante da quella di esse che è costante, un altro impulso eguale al primo, espresso da DF = AC; il mobile giunto in P, conservando per l' inerzia la sua velocità (§. 455) ed essendo DE = AB, soffrirà l' urto di due forze agenti di nuovo ad angolo retto, ed espresse in quantità e direzione da due lati di un' altro parallelogrammo eguale al primo. Movendosi quindi il mobile in eguali istanti trascorrerà le diagonali AD, DG, ossia archetti eguali, e rinnovandosi la forza centrifuga EG eguale e contraria alla centripeta DF, si equilibreranno queste tra loro al pari di BD ed AC; e vi sarà in ogn' istante movimento circolare ed equilibrio di forze centrali. Or descrivendo il mobile in tempi eguali archetti o spazii eguali, è facile rilevare che *il modo circolare è uniforme.*

462. Essendo in questa specie di moto eguali le forze centrali, dal valore dell' una può dedursi quello dell' altra. Supponendo quindi all' uopo in moto il corpo A per l'orbita ADE (Tav. 6 fig. 12), nell' istante infinitesimale in cui scorre l' archetto AD per l'azione cospirante delle forze centrali, scorrerebbe la tangente AB per effetto della sola forza tangenziale; onde abbassata CD perpendicolare al diametro AE e compiuto il parallelogrammo ABDC, esprimerà BD e quindi AC l' intensità della sua forza centripeta; e confondendosi l' arco AD colla sua corda come infinitamente piccolo, congiunta DE, per l' angolo retto ADE sarà AE : AD :: AD : AC, ed invertendo AC : AD :: AD : AE; onde $AC \times AE = AD^2$, ed $AC = \frac{AD^2}{AE}$, ossia *le forze centrali eguagliano il quadrato dell' arco diviso pel diametro della circonferenza dal mobile descritta.*

463. Poichè le forze centrali del corpo A (Tav. 6 fig. 12), che con moto equabile descrive l' orbita circolare ABE, eguagliano il quadrato dell' archetto AD diviso pel diametro, e quelle dell' altro F, che anche con moto equabile descrive l' orbita circolare FIK, eguagliano il quadrato dell' archetto FI diviso pel diametro FK; esprimendo con f le prime e con f' le seconde forze centrali; sarà $f : f' :: \frac{AD^2}{AE} : \frac{FI^2}{FK}$ ossia *le forze centrali di due corpi che si muovono per orbite circolari diseguali sono come i quadrati degli archi da essi descritti divisi pei rispettivi diametri.*

464. Dall' uniformità del movimento de' due corpi

A ed F (Tav. 6 fig. 12) s' inferisce che gli archi da essi descritti in un dato tempo sono come le loro velocità (§. 146). Sostituondole quindi agli archi AD , FI , le forze centrali saranno in tal caso come il quadrato della velocità del corpo A diviso per AE al quadrato della velocità del corpo F diviso per FK , ossia *le forze centrali di due corpi sono come i quadrati delle rispettive velocità divisi per i diametri delle orbite da essi descritte*. Per raddoppiar dunque la velocità di un corpo in moto su di una determinata orbita non si deve che aumentare del quadruplo la sua forza centrale , essendo 4 il quadrato di 2.

465. Nel caso di eguale velocità de' mobili A ed F (Tav. 6 fig. 12) i loro tempi periodici esser debbono proporzionali alle orbite da essi descritte , richiedendosi più tempo per scorrere con una data velocità una circonferenza maggiore che per scorrerne una minore (§. 140); sarà dunque il tempo periodico di A a quello di F come la circonferenza ABE alla FIK, ossia come il raggio LA al raggio LF. Data altronde la circonferenza , si richiede a scorrerla più tempo a misura che la velocità è minore , ed al contrario (§. 147) ; onde il tempo periodico sarà in ragione inversa della velocità. Può dunque affermarsi che *i tempi periodici di due corpi , che con ineguali velocità descrivono orbite circolari diseguali , sono in ragion composta dalla diretta de' raggi e dall' inversa delle velocità.*

466. Condizione di ogni movimento curvilineo è la composizione delle forze centrali. Or benchè ogni specie di trajettoria le abbia comuni , pure , potendo esse cospirare alla produzione del detto moto in più ma-

niere, per la loro diversa intensità e pel vario angolo delle loro direzioni, dan luogo alla genesi di molte e differenti curve. Dal movimento circolare uopo è quindi passare a quello che traccia qualunque altra curva rientrante.

467. Quando le due forze motrici sono perpendicolari e l'intensità della impellente è minore della richiesta pel moto circolare (§. 460), il mobile comincia ad avvicinarsi gradatamente al punto in cui risiede la forza acceleratrice; e se dopo una semirivoluzione la forza centrifuga non può riacquistare la perduta energia, il mobile continua ad avvicinarsi al detto punto; e dopo un dato numero di rivoluzioni vi giunge. Con tal moto si descrive allora una curva continua e spirale, simile a quella che descritta sarebbe da una sfera attaccata all'estremo di un filo e girante intorno ad un dito in tempo che il filo a questo si avvolgesse. Ma se al contrario la forza di impulsione supera la richiesta pel moto circolare, sin dal primo istante comincia il mobile ad allontanarsi dal centro, e se la forza centripeta non riprende il perduto vigore, il corpo sempreppiù si allontanerà, e girando intorno al punto centrale descriverà anche una spirale continua, le di cui rivoluzioni sempreppiù si allargano, al par del filo indicato che ravvolto intorno al dito lo si facesse girare in senso contrario obbligandolo a svolgersi.

468. Quantunque però la forza d'impulsione non abbia colla centripeta il rapporto richiesto per la produzione del moto circolare, la curva descritta dal mobile può essere chiusa. Supponendo infatti A il luogo del mobile (Tav. 6 fig. 13), AD la direzione della forza

impellente ad esso comunicata, e C il punto verso cui è diretta la forza acceleratrice; se la velocità per la tangente AD è minore della richiesta per la descrizione di un cerchio col raggio CA, invece dell' arco circolare AB descriverà il mobile un arco più curvo AF; talchè dopo un certo tempo sarà esso più prossimo al centro C della quantità BF, ed il suo movimento nel punto F sarà diretto per la tangente FE. Ma non essendo più questa perpendicolare alla retta CF, le due forze agenti sul mobile, facendo in tal punto un angolo minore del retto, ne accrescono come più cospiranti la velocità, e l' intensità della forza centrifuga si rende maggiore. L' aumento della forza centripeta prodotto dalla diminuita distanza dal punto centrale, accrescendo la velocità del mobile, produce lo stesso effetto. Intanto quando per queste successive accelerazioni giunge il mobile nel punto G dopo una semirivoluzione, le direzioni delle forze sono di nuovo scambievolmente perpendicolari; e se in tal punto la velocità supera quella richiesta per la descrizione di un cerchio col raggio CG, il mobile comincerà ad allontanarsi dal centro C. Divenute ben presto le direzioni delle due forze fra loro oblique, e formando un angolo ottuso, si nuocciono scambievolmente, e la velocità del mobile si rallenta. Diminuita quindi la forza centrifuga, e la centripeta per l' aumentata distanza del mobile dal centro; le due forze soffrono in senso opposto le variazioni subite nella prima semirivoluzione, ed esso infine ritorna al punto A d' onde partì, per rinnovare lo stess' ordine di cose.

469. La legge, che presiede alla produzione di questo movimento ellittico, si desume dal seguente ragio-

namento. Supposta scorsa dal mobile A (Tav. 6 fig. 14) la retta AB per la forza di projezione, il triangolo AIB dinoterà l'aja da esso descritta nel primo istante. Obbligato nel secondo dalla forza centripeta BD a scorrere la diagonale BE invece di BC=AB, esprimerà il triangolo BIE l'aja da esso descritta in questo tempo. Or avendo i due triangoli BIE, BIC, la stessa base BI ed essendo tra le rette BD, CE fra loro parallele come lati del parallelogrammo BCED, sono fra loro eguali al pari dei triangoli BIE ed AIB per le eguali basi AB e BC de' triangoli BIC ed AIB, e la loro comune altezza IK. Astretto egualmente il mobile dalla forza centripeta, di cui EF esprime l'intensità, a scorrere nel terzo istante la diagonale EH del parallelogrammo EGHF in vece di EG = BE, l'aja da esso descritta sarà il triangolo EIH eguale all' altro EIG per la base comune EI e perchè chiuso con questo fra le parallele EF, GH. Or essendo il triangolo EIG = BIE per l'egaglianza delle basi EG e BE, ed il vertice comune I e quest' ultimo triangolo eguale ad AIB; si ha che il mobile in tempi eguali descrive aje eguali, ossia che *le aree descritte per le forze centrali intorno ad un punto fisso sono proporzionali ai tempi*.

470. Risultando dalla eguaglianza delle aree AIB, BIE (Tav. 6 fig. 14) quella de' triangoli BIE, BIC, ed avendo questi una base comune BI; sarà questa parallela alla retta CE che ne congiunge i vertici. Ma per la legge della composizione delle forze è questa retta sempre parallela alla direzione della forza, che agendo in B vieta di continuarla per BC (§. 454). Tale direzione dunque coinciderà con BI, cioè sarà diretta ver-

so l' origine I dell' aja. E ragionando egualmente per EIH, si conchiuderà che *se un mobile descrive intorno ad un punto fisso aree crescenti come i tempi, la forza che lo sollecita si dirige costantemente verso del centro.*

471. Questa proprietà detta *principio delle aje* non solo serve di carattere per conoscere quando una trajettoria sia l'effetto di una forza centrale, ma rivela ancora la legge secondo cui varia in ogni punto della sua rivoluzione la velocità di un mobile che descrive una curva chiusa diversa dalla circolare (§. 468). Essendo infatti eguali le aje descritte in tempi eguali, presi in due punti della curva due archi AF, GH supposti percorsi in tempi eguali ed infinitamente piccoli (Tav. 6 fig. 13), le basi delle aree eguali ACF, GCH, perchè trascorse in tempi eguali (§. 469) e riguardate come triangoli rettilinei, saranno in ragion inversa delle loro altezze. Presi poi per basi di questi triangoli gli archi AF, GH, le loro altezze saranno le perpendicolari abbassate su di essi o sulle loro tangenti dal punto C, e quindi le lunghezze degli archi descritti saranno in ragion inversa di queste perpendicolari. Supponendosi però descritti in tempi eguali gli archi AF, GH, le loro lunghezze esprimono le velocità del mobile in questi due punti della sua rivoluzione; le velocità del mobile girante per la curva rientrante AFGH sono dunque in ragione inversa delle perpendicolari abbassate dal punto C sugli archi descritti. Ma queste perpendicolari abbassate ai punti A e G, l'uno più lontano, l'altro più vicino a C, non sono che i raggi vettori CA, CG. Può quindi conchiudersi che *le velocità di un corpo girante intorno ad un*

punto fisso e descrivente un'orbita qualunque , sono reciprocamente proporzionali alle normali condotte dal foco sulle tangenti, ossia ai raggi vettori.

472. Girando dunque un corpo per la curva AFGH (Tav. 6 fig. 13), la sua velocità è minore in A che in F, e maggiore in G che in H, pel raggio vettore CG<CH e per l' altro CA>CF. Essendo invero eguali le aje AGF, GCH, perchè tracciate in tempi eguali, dev'essere AF×AC=GH×GC. Or decrescendo i raggi vettori, per serbare eguali i prodotti , gli architetti esprimenti le velocità devono crescere in proporzione, onde sarà HG maggiore di AF. A misura dunque che il mobile si avvicina al centro delle forze , acelerando il suo movimento scorre maggiori spazii e la sua velocità si aumenta. Or il punto A più distante dal foco C dicesi *afelio*, il punto G più vicino chiamasi *perielio*, e la retta che dall'afelio A passa pel foco C al perielio G chiamasi *linea delle apsidi.* Un mobile quindi che gira per una curva rientrante non circolare, ha la massima e la minima velocità nella linea delle apsidi, la prima nel perielio e la seconda nell'afelio ; talchè la velocità cresce da questa a quello per giungere al *maximum* e decresce da quello a questo per arrivare al *minimum.*

473. Esposta la legge delle variazioni della velocità del moto curvilineo che ci occupa , resta a conoscere come agisca la forza acceleratrice quando scorrendo il mobile una curva chiusa diversa dalla circolare esegue rivoluzioni senza fine intorno ad un punto, sede di questa forza. Essendosi dimostrate (§. 464) le forze centrali nella diretta ragione del quadrato della velocità , che ha luogo nel punto A (Tav. 6 fig. 13), diviso per

la distanza AC, e nell' inversa del quadrato di quella, che ha luogo nel punto G, diviso per GC; ne segue che *la forza centripeta nell'afelio e nel perielio è nell' inverso rapporto dei cubi delle distanze* : conseguenza anteriore alla legge scoperta da Newton nei movimenti celesti, cioè che tal forza agisca nell'inversa ragione de' quadrati delle distanze (§. 61).

474. Prima di quest'epoca avendo Keplero riconosciuto che i pianeti in moto intorno al Sole descrivono delle curve chiuse non circolari, ma ellittiche ; che l' astro del giorno lungi dal centro di esse non è che in uno de' loro fochi; e che la velocità di questi pianeti si aumenta quando se gli avvicinano e si diminuisce quando se ne allontanano ; opinò che il Sole eserciti su di essi una specie di attrazione magnetica, e che questi oltre l'impulso primitivo ricevuto dalla mano del Creatore subiscano ancora l'azione di una forza acceleratrice diretta verso il Sole, e che sembra da questo emessa. Ma toccava al fisico Inglese di completare le ricerche dell' astronomo Tedesco per svelarci la legge con cui tal forza agisce; legge che tutte le posteriori osservazioni astronomiche non hanno che pienamente comprovato.

475. Gli effetti della forza centrifuga nel moto circolare sono comuni ad ogni altro movimento curvilineo. Lo sforzo che fa un corpo astretto a deviare dal suo sentiero per continuare in esso, non deriva da una nuova forza creata al momento, ma è il risultato di forze agenti su di esso nel senso del precedente movimento, pel prolungamento del quale si sarebbe esso allontanato dal punto centrale ove risiede la forza acceleratrice (§.455). Essendovi dunque una forza centrifuga in ogni

movimento curvilineo, preso un piccolissimo arco ellittico MN (Tav. 6 fig. 13), potrà facilmente trovarsi un cerchio di egual curvatura e capace di confondersi coll'ellisse in sì piccola estensione. Or questo cerchio è il così detto *cerchio osculatore* in questo punto, ed il suo centro è evidentemente sulla perpendicolare al detto arco. Potendo considerarsi uniforme il moto del corpo nel tempo infinitamente piccolo che impiega a scorrere questo arco, la sua velocità sarà in tale istante quella che avrebbe se scorresse la circonferenza del cerchio osculatore. Può quindi dirsi riguardo al centro di questo che *la forza centrifuga è come il quadrato della sua velocità diviso pel raggio del cerchio osculatore;* può scovrirsi in ogni punto della curva l'intensità dello sforzo del mobile per continuare il suo moto rettilineo, e dietro i rapidi e successivi aumenti di questa forza centrifuga può intendersi perchè i pianeti dopo di essersi avvicinati al Sole dall'afelio A al perielio G comincino ad allontanarsene, benchè soggetti in tal punto ad una maggior azione della centripeta (§. 468).

476. Le esposte proprietà della forza tangenziale che i corpi acquistano nel moto di rotazione, menano a conseguenze di non lieve importanza. Quando un mobile gira su di se stesso, tutte le sue parti, descrivendo intorno all' asse di rivoluzione circonferenze più o meno grandi, acquistano una maggiore o minor forza centrifuga, la quale se non fosse equilibrata dalla loro forza di coesione le separerebbe e disperderebbe nello spazio facendole scappare per le tangenti de' rispettivi cerchi (§. 455) colla velocità acquistata nella loro rivoluzione. Perciò una ruota che velocemente gira, pro-

jetta lungi da se il fango che vi aderiva ; e sfrantumandosi talora la mola degli arrotini, minuti pezzi ne sono in lontananza lanciati con tanta veemenza che gravemente colpiscono gli astanti. Ciò avviene per l' incontro dell' acciajo , che si ammola , con qualche più dura particella della pietra ; poichè il movimento vibratorio in questa eccitato , indebolendo al momento la coesione delle sue parti , fa prevalere la forza centrifuga.

477. Invano però si tenderebbe di negare il moto diurno del nostro globo , asserendo che se esso avesse luogo i gravi esistenti sulla sua superficie ne sarebbero sbalzati e si perderebbero nello spazio ; per non doversi obbliare , che l' intensità della forza centripeta della terra supera di molto quella della centrifuga risultante dal moto di rotazione. Dal paragone fralle due forze istituito nel luogo in cui son esse più opposte , ed ove la seconda è al suo *maximum* , cioè nell' equatore , risulta che l' energia della gravità eccede quella della forza centrifuga di 289. Esprime questo numero il rapporto degli spazii , che per le due forze possono scorrersi in una unità di tempo. Or essendo il detto numero il quadrato di 17 , ed aumentandosi la forza centrifuga d' intensità in ragione dei quadrati delle velocità (§. 463) ; per eguagliare quella di gravitazione il nostro globo dovrebbe girare sul proprio asse con una velocità 17 volte maggiore ; e dovrebbe eseguire la sua giornaliera rivoluzione in 1 ora e 24 minuti presso a poco , invece di 24 ore. Altro dunque non può fare la forza centrifuga derivante dal moto diurno , che diminuire la gravità dei corpi terrestri tutto al più di $1/_{289}$.

478. Se le parti del corpo girante su di se stesso

lungi dall' essere fra loro invariabilmente unite fossero alquanto flessibili o mobili, come in una massa acquosa o fangosa; il moto di rotazione eccitando una forza opposta a quella di attrazione ne alterarebbe necessariamente la forma. Se questa fosse sferica, diverrebbe il mobile uno sferoide elevato nel mezzo e schiacciato negli estremi per la velocità aumentata da questi a quello, e per la forza centrifuga cresciuta nella stessa proporzione. Animate le parti di mezzo da una più intensa forza centrifuga si allontanerebbero dal centro di rivoluzione, e quelle degli estremi, ove tal forza è quasi nulla, vi si accosterebbero per ristabilire l' equilibrio in tutta la massa. Avendo gli astronomi verificato di avere la terra la forma che prenderebbe un globo flessibile girando sul proprio asse, può dirsi di esser questa forma una pruova irrefragabile del suo moto diurno.

479. Il fin qui detto si rende sensibile col seguente sperimento. Infilzati ad un asse orizzontale AB (Tav. 6 fig. 15) due cerchi CD, EF alquanto flessibili di rame o di molla d' oriuolo, si comunichi loro un moto di rotazione da una ruota deutata e fornita di rocchetto, per mezzo del manubrio K. I due anelli dalla figura circolare passeranno ad una specie di quella ellittica HI, elevata nel mezzo e schiacciata negli estremi A e B, il secondo de' quali sdrucciolando sull' asse si trasferirà nel punto G.

480. Or s' intende perchè la gravità decresca sulla terra dai poli all' equatore. Dapprima la forza centrifuga, che la contrasta, cresce dagli uni all' altro; la distanza poi dal centro della terra, che lo è pure della gravità, anche aumenta andando dai poli all' equa-

tore. Intanto queste due cause non diminuiscono la gravità che di troppo poco, non solo per la forma sferoidale della terra, ma anche perchè, aggirandosi questa intorno al proprio asse in 24 ore, acquistano tutte le sue parti una forza centrifuga, che massima nell' equatore diminuisce man mano sino ad annientarsi ne' poli, essendo la sna energia in ragion del raggio (§. 464). Supponendo quindi che un corpo situato a varie distanze dall'equatore, come in C, D, E, F (Tav. 6 fig. 16) si mnova per cerchi a questo paralleli, è chiaro che i loro raggi CG, DH, EI, FK decrescono a misura che si avvicinano al polo B. Or essendo la forza centrifuga massima nell' equatore e minima ne'poli, ed equilibrando quella di gravità contro di cui agisce; ne segue che qnest' ultima dev' esser minima sotto l'equatore, e crescere progressivamente verso i poli, in cui è meno contrariata.

481. Viene in appoggio di questa conseguenza nn'altra considerazione. Agendo la forza centrifuga nell'equatore in direzione perfettamente opposta a quella della gravità ed in direzione obbliqua qualora si scosti dall' equatore ; l' energia della prima forza nell' opporsi alla seconda sarà massima nell' equatore, e diminuirassi procedendo verso i poli. Supponendo infatti che la forza centrifuga agente in M (Tav. 6 fig. 16) sia espressa da MO, si può decomporla in NM, NO, prolnngando GM verso N fino a poter tirare dal punto O la perpendicolare ON. Ma delle due componenti la sola NM contraria la forza di gravità agente nella direzione GM, non potendo l'altra NO esercitarvi alcuna influenza ; mentre tutta la forza è impegnata in C a contraria-

re quella della gravità. L' energia dunque della forza centrifuga in C è a quella della stessa in M come il raggio CG ad LM (§. 480) ; e non essendo l' energia espressa da LM interamente impegnata dalla sua direzione a contrariare e diminuire la gravità, l' energia totale è alla parziale, che efficacemente la contraria, come OM : MN, ossia come GM : LM per la somiglianza de' due triangoli OMN, MGL. La forza centrifuga quindi, che si oppone a quella di gravità in C, è alla sua propria parte, che efficacemente si oppone alla gravità in M, nella duplicata ragione di GM ad LM. Ma GM è il raggio, ed LM il seno dell' arco AM, complemento della latitudine. Quindi *la diminuzione della gravità sotto l' equatore è a quella della stessa in ogni luogo situato tra esso ed i poli, come il quadrato del raggio a quello del seno del complemento della latitudine del luogo medesimo.*

482. Rigorosi calcoli comprovati dalle osservazioni dimostrano, che esprimendosi col numero 100 il valore della forza di gravità a Parigi, è questa espressa nell' equatore da 996 $^1/_3$, ed in Pello nella Lapponia (a 65° di latitudine) da 1001 $^1/_3$. Non diminuendo dunque la gravità da Parigi all' equatore che poco più di 3 millesimi, un corpo cadendo liberamente ed a perpendicolo, nel primo minuto secondo scorre all' equatore 6 $^1/_3$ linee di meno che a Parigi. Queste variazioni della gravità in diverse parti del globo, benchè fra loro poco notabili, influiscono nondimeno sensibilmente sulla lunghezza del pendolo a secondi (§. 411). Trasportandolo dunque successivamente in siti fra essi molto distanti e colla stessa lunghezza, le sue oscillazioni

non possono essere che più celeri ove' è più intensa la gravità, come nelle regioni polari, ed al contrario, come nell' equatoriali. A renderle quindi isocrone bisognerebbe seguire le variazioni della gravità, allungarlo cioè, ove questa forza è più vigorosa andando verso i poli, ed accorciarlo ov' essa s' infievolisce avvicinandosi all' equatore. La lunghezza dell' indicato pendolo essendo a Parigi di $440\frac{1}{,}60$ secondo l' antica misura, nel Quito nel Perù, vicinissimo all' equatore, è di $439\frac{1}{,}10$, ed a Kola nella Lapponia, latitudine di 69 gradi, di $441\frac{1}{,}31$. Il *metro* dunque di $443\frac{1}{,}296$ eccede di poco la media lunghezza del detto pendolo.

CAPITOLO VII.

DEL MOVIMENTO PRODOTTO DALL' URTO.

483. Turbato il riposo di un corpo dall' azione di una sola forza istantanea, o da quella di un' altra composta da più forze (§. 268), si muove con una velocità uniforme e descrive col moto una linea retta, direzione della forza agente, astrazione fatta dalle cause che alterar possono tale velocità e direzione. Incontrando però nel suo tragitto un ostacolo, il suo movimento si altera secondo l' opposizione di questo, su cui agisce o che urta con tutta la sua forza. Quest' azione o urto può farsi da un corpo su di un altro, od essere fra essi scambievole. L' unione delle leggi, secondo cui l' azione avviene e l' alterazione del movimento segue, *Dinamica* appellasi. Ma nella mutua azione dei corpi quest' alterazione riducesi alla produzione di al-

cuni moti capaci di durata se da principio si fossero loro impressi, ed alla cessazione di altri capaci di equilibrarsi per l'urto. Ben dunque si avvisò d'Alembert, proclàmando il principio che la dinamica dipende dalla statica, ossia che le leggi dell'urto de' corpi dipendono da quelle del loro equilibrio, e ricavando dalle condizioni di questo la soluzione dei problemi dinamici. Ammettendo egli difatti, che *se più corpi tendono a muoversi con celerità e direzioni, che la loro mutua azione cangiar deve, possono tai moti riguardarsi come composti di alcuni che realmente avveranno e di altri che cesseranno, onde questi ultimi tali esser debbono che i corpi sarebbero stati per essi in equilibrio*; s'intende di leggieri che, sciolto ogni opposto moto di più corpi in due, uno de' quali cessa perchè equilibrato e l'altro resta dopo la mutua azione, la cessazione di un moto o la condizione dell'equilibrio, determina il nuovo moto di essi corpi. Ma le leggi statiche riconoscono per fondamento l'inerzia della materia e la composizione delle forze; dunque anche le leggi dinamiche riposano sull'incapacità della materia a cambiare il suo stato di moto o di riposo senza l'azione di una causa estranea, e sulla scomposizione e sull'equilibrio delle forze.

484. Dicesi un corpo *agire* su di un altro quando ne cangia lo stato; essendo però questo cangiamento un effetto, non può avvenire senza una cagione, che altro non può essere che la forza motrice. Non può dunque un corpo agire su di un altro, ossia non può cangiarne lo stato, senza trasmettergli in tutto o in parte la sua forza motrice; onde l'azione o l'urto priva il corpo agente di una quantità totale o parziale di forza motri-

non possono essere che più celeri ove è più intensa la gravità, come nelle regioni polari, ed al contrario, come nell'equatoriali. A renderle quindi isocrone bisognerebbe seguire le variazioni della gravità, allungarlo cioè, ove questa forza è più vigorosa andando verso i poli, ed accorciarlo ov'essa s'infievolisce avvicinandosi all'equatore. La lunghezza dell' indicato pendolo essendo a Parigi di 440^l,60 secondo l'antica misura, nel Quito nel Perù, vicinissimo all'equatore, è di 439^l,10, ed a Kola nella Lapponia, latitudine di 69 gradi, di 441^l,31. Il *metro* dunque di 443^l,296 eccede di poco la media lunghezza del detto pendolo.

CAPITOLO VII.

DEL MOVIMENTO PRODOTTO DALL'URTO.

483. Turbato il riposo di un corpo dall'azione di una sola forza istantanea, o da quella di un'altra composta da più forze (§. 268), si muove con una velocità uniforme e descrive col moto una linea retta, direzione della forza agente, astrazione fatta dalle cause che alterar possono tale velocità e direzione. Incontrando però nel suo tragitto un ostacolo, il suo movimento si altera secondo l'opposizione di questo, su cui agisce o che urta con tutta la sua forza. Quest'azione o urto può farsi da un corpo su di un altro, od essere fra essi scambievole. L'unione delle leggi, secondo cui l'azione avviene e l'alterazione del movimento segue, *Dinamica* appellasi. Ma nella mutua azione dei corpi quest'alterazione riducesi alla produzione di al-

te la forza motrice per mezzo dell'urto che secondo alcune leggi particolari; mentre i corpi duri e molli, non ritornando dopo il conflitto nel pristino stato, debbono comunicarsi con esso tal forza secondo le leggi comuni ai corpi non elastici.

489. Le due specie di questi ultimi corpi non differiscono fra loro per la trasmissione della forza motrice che nel tempo, seguendo questa fra i duri quasi in un istante e fra i molli dopo qualche tempo. Ma non influendo queste circostanze sugli effetti della trasmissione relativi alla quantità della forza trasmessa, non nuoce il comprovare le leggi dinamiche de' corpi duri con esperimenti istituiti sui corpi molli; anzi giova pel successo, che più facilmente con questi si ottiene, che con quelli praticati sui corpi duri.

PRIMO CASO.

490. Se sospese al punto C (Tav. 7 fig. 1) per mezzo di due fili le due palle egualmente pesanti A e B di argilla umida o di piombo, mentre B giace tranquilla nella verticale sullo zero della gradazione DE si faccia cadere A dal 12° grado; dopo l'urto le due palle si muoveranno per la direzione di A prima del conflitto scorrendo 6 gradi. Urtando questa palla l' altra B di massa eguale alla sua, calcolata per 1, colla forza motrice e colla velocità di 12 gradi (§. 160), resta dopo dell'urto colla velocità e forza di 6 gradi; e la palla B acquistando la velocità o forza perduta dall' altra A si muove con 6 gradi di velocità e di forza motrice. Or rilevandosi l'intensità dell'urto dai suoi ef-

fetti, non può essere in tal caso che di 6 gradi, a tanto ascendendo la forza motrice di B, che prima dell'urto era nulla, ed essendosi a tanto anche ridotta dopo dell' urto quella di A, che prima montava a 12.

491. Ma se la palla B di due once in riposo (Tav. 7 fig. 1) è urtata dall' altra A di un' oncia con 12 gradi di velocità, entrambe dopo dell' urto si muoveranno nella direzione di A scorrendo 4 gradi. La palla A, dotata prima dell' urto di 12 gradi di velocità e di forza motrice, resta dopo di esso con 4 gradi dell' una e dell' altra; e la palla B di doppia massa acquista dopo dell' urto 4 gradi di velocità ed 8 di forza motrice; onde è di 8 gradi la forza motrice che dal corpo agente passa al paziente.

492. Se poi la palla B in riposo del peso di 1 oncia è urtata dall' altra A di 2 once (Tav. 7 fig. 1) con 12 gradi di velocità, dopo dell' urto si muoveranno entrambe nella direzione di A scorrendo 8 gradi. La palla urtante, che prima dell' urto avea 12 gradi di velocità e 24 di forza motrice (essendo 24 il prodotto di 2 di massa per 12 di velocità), resta dopo con 8 gradi di velocità e 16 di forza motrice; e la palla B riceve 8 gradi dell' una e dell' altra; onde è di 8 gradi la quantità di forza motrice trasmessa dal corpo agente al paziente.

493. Movendosi dunque le palle nel primo esperimento con 6, nel secondo con 4, e nel terzo con 8 gradi di velocità; ne segue che *dopo l' urto di due corpi non elastici le loro velocità si eguagliano*. Dividendosi poi egualmente nel primo esperimento la forza motrice del corpo urtante fra esso e l'urtato, considerati

di egual massa, e disseguaImente negli altri due, cioè per un terzo all' agente e per due terzi al paziente nel secondo esperimento, considerata la massa di B doppia di quella di A, ed al contrario nel terzo esperimento, considerata la massa di A doppia di quella di B; ne risulta che *la forza motrice del corpo urtante si distribuisce dopo dell' urto fra esso e l' urtato secondo le masse*, e che *quello si perde dal primo si acquista dal secondo.* Calcolandosi in fine la forza motrice nel primo caso per 1×12 pria dell' urto e per $1 \times 6 + 1 \times 6$ dopo di esso; nel secondo caso per 1×12 pria del conflitto e per $1 \times 4 + 2 \times 4$ dopo di esso; e nel terzo caso per 2×12 pria della percossa e per $2 \times 8 + 1 \times 8$ dopo di essa; s' inferisce che *la somma delle forze motrici preesistenti all' urto eguaglia quella delle forze motrici ad esso susseguenti.*

494. Queste conseguenze sono per altro ragionevoli. Agendo la massa A sull' altra B colla sua forza motrice, deve quest' azione durare sino a che la forza di A resta maggiore della trasmessa a B, e finire quando la forza si è egualmente in entrambe distribuita. Perciò l' urto de' corpi non elastici dura sino a che questi non acquistino una eguale velocità, con cui dopo di esso si muovono. Formando poi le due masse in tempo dell'urto un sistema e come una sola massa, la velocità di A si comunica dopo dell' urto anche a B, ossia si diffonde coll' urto in tutto il sistema; cioè dividendosi la celerità di una massa ad ambe le masse formanti allora un sistema, si distribuisce la forza motrice tra la massa urtante e l' urtata secondo le loro quantità. Perdendo quindi per l' urto una massa la velocità ed acquistando-

si dall' altra, ne hanno entrambe una eguale. Non potendo infine per l' inerzia la massa urtata in riposo distruggere alcuna forza motrice, nè potendo la massa urtante aumentare coll' urto la propria, l'azione della seconda sulla prima massa non può che far passare da quella a questa una parte di forza motrice, restando sempre la stessa l'intera quantità di questa si prima che dopo dell' urto.

495. Or essendo la forza motrice de' corpi dopo dell' urto eguale a quella del corpo urtante pria di esso (la quale era il prodotto della sua massa per la sua velocità), ne segue che dividendosi questa forza motrice per la somma delle masse de' due corpi, si avrà per quoziente la loro comune velocità dopo dell' urto, che determinerà la loro rispettiva forza motrice nella stessa epoca. Così essendo nel primo esempio (§. 490) la massa di $A=B=1$, la velocità e forza motrice di A di 12 gradi; la divisione di quest' ultima per la somma delle masse dà per quoziente 6 gradi di comune velocità. Essendo nel secondo esempio (§. 491) la massa di B doppia di quella di A, la velocità e forza motrice di A di 12 gradi, si ha $\frac{12}{3}=4$ gradi di comune velocità. Ed essendo infine nel terzo esempio (§. 492) la massa di A doppia di quella di B, la velocità di A di 12 gradi e la sua forza motrice di 24, si ha $\frac{24}{3}=8$ gradi di comune velocità. L' esattezza di questi risultati si rileva agevolmente dal prodotto della comune velocità per le masse de' corpi, indicante le loro rispettive for-

ze motrici, la di cui somma eguaglia quella del corpo agente prima dell' urto (§. 494). Così si ha nel primo esempio $6 \times 1 + 6 \times 1 = 12$, nel secondo $4 \times 1 + 4 \times 2 = 12$, e nel terzo $8 \times 2 + 8 \times 1 = 24$ gradi di forza motrice del corpo agente prima dell' urto. Può dunque conchiudersi che *dopo l' azione di un corpo non elastico su di un altro simile in riposo la loro comune velocità eguaglia la forza motrice del corpo agente pria dell' urto divisa per la somma delle loro masse.*

496. Vuolsi intanto avvertire che dopo l' azione del corpo A su di un altro fisso ed immobile non possono restare entrambi che in quiete per l'invincibile resistenza opposta dal secondo al primo.

SECONDO CASO.

497. Se la palla A (Tav. 7 fig. 1) di un' oncia di massa raggiungendo con 12 gradi di forza motrice e di velocità l' altra B di massa eguale, che si muove nella stessa direzione con 6 gradi di forza motrice e di velocità, l' urti; si muoveranno entrambe dopo dell' urto colla comune velocità di 9 gradi. Or se le due palle avessero prima dell' urto una eguale velocità, l' una non potrebbe mai raggiungere l' altra, onde non potendo quella agire su di questa, le loro rispettive velocità resterebbero inalterate, e non essendo in alcuna delle palle cangiamento di stato si potrebbero considerare in riposo. La palla A raggiunge dunque ed urta l' altra B coll' eccesso della sua forza motrice e della sua velocità, come se questa non fosse in moto. L'urto quin-

di di due corpi non elastici, che si muovono per la stessa direzione con ineguali velocità, segue come se il corpo urtante avesse una velocità eguale alla differenza di quelle de' due corpi, ed il corpo urtato fosse in riposo, ossia secondo il primo caso. Distribuendosi infatti egualmente fra i due corpi di egual massa l' eccedente velocità di 6 gradi di uno di essi, ne toccano a ciascuno dopo l' urto 3 gradi, che aggiunti ai 6 rispettivi li mettono in moto per la stessa direzione colla comune velocità di 9 gradi. Facilmente poi si riconosce che la somma delle forze motrici dopo dell' urto ($1 \times 9 + 1 \times 9 = 18$) eguaglia quella delle preesistenti ad esso ($1 \times 12 + 1 \times 6 = 18$), e che, ridotti a 9 i gradi delle forze motrici di A e B per l' urto, quella trasmessa per mezzo di questo non può essere che di 3 gradi.

498. Se la palla A (Tav. 7 fig. 1) del peso di tre once movendosi con 9 gradi di velocità e con 27 di forza motrice raggiunga l'altra B di due once, che la preceda con 4 gradi di velocità ed 8 di forza motrice, proseguiranno a muoversi dopo l'urto colla comune velocità di 7 gradi. Ripartito fralle palle secondo le masse l' eccesso della velocità dell' urtante in 5 gradi, 2 di questi producono nella massa di 3 once 6 gradi di forza motrice, i quali eccitano in 2 once di massa 3 gradi di velocità, onde risulta dall' urto la comune velocità di 3 gradi, che aggiunti ai 4 delle palle, le fanno muovere dopo dell' urto nella stessa direzione colla comune velocità di 7 gradi. È chiaro poi che la somma delle forze motrici posteriori all' urto ($3 \times 7 + 2 \times 7 = 35$) eguaglia quella delle forze a questo preesistenti ($3 \times 9 + 2 \times 4$

= 35), e che per la riduzione dei 27 gradi di forza della palla urtante a 21, e l' aumento di quella dell' urtata a 6, la forza trasmessa non può essere che di 6 gradi.

499. Essendo poi anche in questo caso la somma delle forze motrici dopo dell' urto eguale a quella delle forze ad esso preesistenti; la divisione di questa somma per quella della massa dà per quoziente la comune velocità. Dall' essere in fatti nel primo esempio (§. 497) la massa di A eguale a quella di B=1, la velocità e forza motrice di A di 12 gradi, e quelle di B di 6, si ha $\frac{18}{2}$=9 gradi della comune velocità dopo dell' urto; come dall' essere nel secondo esempio (§. 498) la massa di A=3 e quella di B=2, la velocità di A di 9 gradi e la sua forza motrice di 27, la velocità di B di 4 gradi e la sua forza motrice di 8, si ha $\frac{35}{5}$=7 gradi di comune velocità dopo l'urto. Può quindi conchiudersi che *urtandosi due corpi non elastici in moto per la stessa direzione, la loro comune velocità eguaglia dopo dell' urto la somma delle forze motrici a questo preesistenti divisa per quella delle masse.*

TERZO CASO.

500. Facendo discendere ad un tempo le due palle A e B (Tav. 7 fig. 1), di un' oncia di peso ognuna, la prima dal decimo grado della scala D, e la seconda dall' egual grado della scala E, la loro comune veloci-

tà dopo dell' urto si ridurrà a zero, ossia le due palle si metteranno in quiete. Annullandosi la risultante delle forze eguali ed opposte (§. 170), e formando le due palle un solo sistema animato da forze eguali e contrarie, debbono queste scambievolmente equilibrarsi, onde mentre A impedisce l' effetto dell' azione di B, B produce lo stesso in A; rese quindi inefficaci dal conflitto le rispettive forze de' due corpi, metter questi si debbono in perfetta quiete. Dunque *qualora due corpi non elastici si urtano in contrarie direzioni con eguali forze motrici, mettonsi dopo dell' urto in perfetta quiete.*

QUARTO CASO.

501. Se le palle A e B (Tav. 7 fig. 1) di egual massa allontanate dallo zero la prima per 6 gradi e la seconda dalla parte opposta per 4, lasciansi cadere nello stesso tempo; incontrandosi in senso opposto si muoveranno entrambe nella direzione di A per un sol grado. La velocità e la forza motrice di A prima dell' urto era di 6 gradi e quella di B di 4. Or urtandosi A e B direttamente ed in senso contrario, la forza motrice di B è resa inefficace da una eguale di A, e resta in A un' eccesso di forza motrice e di celerità di 2 gradi, con cui agisce su di B, ossia che trasmette a B per metà, attesa l' eguaglianza delle masse, per correre insieme nel proprio senso con la comune velocità e forza motrice di un grado. L' intensità dell' urto è di 5 gradi pel prodotto equilibrio di 4 gradi di B con altrettanti di A, e per la trasmissione di un grado fatta da A a B.

502. Se poi la palla A di tre once di peso e la palla B del peso di un oncia, allontanate dallo zero in senso opposto, la prima per 8 e la seconda per 4 gradi, si lasciano cadere ad un tempo; incontrandosi si muoveranno entrambe nella direzione di A sino al 5° grado. La palla A con 3 once di peso ed 8 gradi di velocità prima dell'urto ne avea 24 di forza motrice, e B 4 di entrambe. Urtandosi direttamente ed in senso opposto, 4 gradi di A rendono inefficaci quei di B, A resta con 20 gradi e B n'è priva affatto; onde imprimendosele da A una parte della rimanente sua celerità si muovono entrambe nel senso di A con 5 gradi di velocità comune; ma questi in 1 oncia di massa vi producono altrettanti gradi di forza motrice ed in 3 once di massa il triplo; i 20 gradi dunque di forza motrice eccedente si distribuiscono in ragione delle masse, ossia le due palle proseguono a camminare dopo dell'urto nella direzione di A con 5 gradi di comune velocità, e con una forza motrice proporzionale alle loro masse. L'energia poi dell'urto è di 9 gradi pel prodotto equilibrio dei 4 della forza motrice di B con altrettanti di quella di A, e per la trasmissione di altri 5 fatta da A a B.

503. Anche quest'ultimo caso di urto si riduce al primo. Togliendo invero dalle palle le due eguali ed opposte quantità di forza motrice, perchè scambievolmente equilibrate; la palla B priva della sua può considerarsi quieta, e può agire su di essa la palla A colla parte rimanente divisa fra esse dall'urto in ragione delle masse. Ma l'eccesso della forza motrice di A eguaglia la differenza delle rispettive forze motrici delle

palle, all' urto preesistenti. La somma dunque delle forze a questo susseguenti eguaglia la differenza di quelle allo stesso anteriori, onde, divisa questa per la somma delle masse, si ha nel quoziente la comune velocità de' corpi dopo dell' urto. Nel primo esempio infatti di questo caso (§. 501), essendo la massa di A eguale a quella di B = 1, la velocità e forza motrice di A di 6 gradi, e di 4 quella di B, la differenza è 2, e $\frac{6-4}{2} = 1$; e nel secondo (§. 502) essendo la massa di A tripla di quella di B, la velocità di A di 8 gradi e la sua forza motrice di 24, la velocità e la forza motrice di B di 4 gradi, si ha $\frac{24-4}{4} = 5$. Può dunque conchiudersi che *urtandosi in contrario senso due corpi in moto, non elastici, la loro comune velocità dopo all' urto eguaglia la differenza delle rispettive forze motrici divisa per la somma delle loro masse.*

504. Riassumendo poi il fin qui detto può dirsi in generale che *due corpi non elastici urtandosi nella direzione dei loro centri di gravità, acquistano una velocità eguale alla somma o differenza delle forze motrici all' urto preesistenti divisa per la somma delle masse.*

505. A rilevare l'importanza di questa proprietà per la determinazione delle forze motrici dopo dell' urto, e quindi per la soluzione di molti problemi meccanici, giova far attenzione ai seguenti fatti: 1. Supponendo il corpo B in quiete urtato dal corpo A di doppia massa, in moto con 9 gradi di velocità e 18 di forza motrice;

il quoziente 6 della divisione di questa per la somma delle masse dinota la comune velocità dei due corpi dopo dell' urto ; ed i prodotti di essa velocità per le due masse esprimono isolati le rispettive forze motrici dei corpi dopo dell' urto ($2 \times 6 = 12$, $1 \times 6 = 6$), ed eguagliano presi insieme la forza motrice del corpo agente pria dell' urto ($12 + 6 = 18$). Trasmettendosi quindi coll' urto da A a B sei gradi di forza motrice, prodotto della massa di B per la comune velocità dopo dell' urto, ne segue che *urtato un corpo non elastico in quiete da un altro in moto, il prodotto della sua massa per la comune velocità dopo dell' urto esprime la forza motrice trasmessagli.* 2.° Movendosi poi i due corpi nella stessa direzione, A con 9 e B con 6 gradi di velocità ; la forza motrice del primo sarà di 18 gradi ($2 \times 9 = 18$), e quella del secondo di 6 ($1 \times 6 = 6$). Non alterandosi quindi pel loro incontro la somma delle forze motrici espressa da 24 gradi, sarà la loro velocità dopo dell' urto di 8 gradi, quoziente della somma delle forze motrici divisa per quella delle masse $\left(\frac{24}{3} = 8\right)$. I prodotti infatti di un tal quoziente per ciascuna di queste sono 16 ed 8 ($2 \times 8 = 16$, $1 \times 8 = 8$) , la di cui somma 24 corrisponde a quella delle forze motrici preesistenti all' urto. Ma l' eccesso della forza motrice del corpo B dopo dell' urto su quella dello stesso prima dell' urto, espresso da 2 gradi ($8 - 6 = 2$) , dinota la quantità della forza motrice trasmessagli coll' urto dal corpo A. Dunque *urtandosi due corpi non elastici in moto nella stessa direzione, la quantità di forza motrice trasmessa dall' uno all' altro*

sarà espressa dall' eccesso del prodotto della massa del corpo precedente per la comune velocità sulla quantità della sua forza motrice prima dell' urto. E distribuendosi nei corpi la forza motrice dopo dell' urto secondo le masse (16 : 8 :: 2 : 1), ne segue che *urtando un corpo non elastico un' altro in quiete od in moto per la stessa direzione, ma con minore velocità; la loro forza motrice dopo dell' urto eguaglierà la somma delle forze a questo preesistenti, ripartita secondo le masse.*

3.° Urtandosi poi i due corpi con diseguali forze motrici in contrarie direzioni, la differenza delle forze divisa per la somma delle masse dà nel quoziente 4 la loro comune velocità dopo dell' urto ($18 - 6 = 12$, e $\frac{12}{3} = 4$). I prodotti infatti di un tal quoziente per le rispettive masse de' mobili, dinotanti le loro forze motrici dopo dell' urto, eguagliano presi insieme la differenza delle forze preesistenti, che gli anima dopo dell' urto ($2 \times 4 = 8$, $1 \times 4 = 4$, ed $8 + 4 = 12$). Ma la somma della forza motrice di B pria dell' urto e di quella dopo dell' urto esprime quella trasmessagli da A ($6 + 4 = 10$), avendone A 18 prima ed 8 dopo dell' urto. Dunque *urtandosi scambievolmente due corpi non elastici in moto per contrarie direzioni e con forze diseguali, la quantità di quella trasmessa al corpo, che meno ne avea prima dell' urto, sarà espressa dalla somma della sua forza motrice a questo preesistente, e del prodotto della sua massa per la comune velocità dopo la percossa*. E distribuendosi ne' corpi la forza motrice dopo dell' urto secondo le masse (8 : 4 :: 2 : 1), ne segue che *urtandosi in senso opposto due corpi non ela-*

stici in moto, la loro rispettiva forza motrice dopo dell'urto sarà espressa dalla differenza delle loro forze a questo preesistenti, distribuita secondo le masse.

ARTICOLO II.

DELL'URTO DIRETTO DE' CORPI ELASTICI.

506. L'idea dell'elasticità importa che un corpo elastico urtato prima cede all'azione della forza, comprimendosi e cangiando di forma, e dopo la compressione si rende allo stato primiero riprendendo la sua pristina forma (§. 108). L'azione dunque praticata su di un corpo elastico dura finchè questo non torni pel suo elaterio allo stato in cui era pria di subirla, mentre quella fatta su di un corpo non elastico dura finchè questo non acquisti una velocità eguale a quella dell'agente (§. 494). La compressione inoltre del corpo elastico e la sua restituzione al pristino stato per l'elaterio avvengono secondo le stesse leggi, corrispondendo la seconda esattamente alla prima. Per l'urto infine di un corpo elastico contro di un altro comprimendosi essi e restituendosi al loro antico stato, agiscono di nuovo l'uno sull'altro; ossia nell'urto de' corpi elastici ha luogo una doppia azione; avviene la prima come nei corpi non elastici, cioè secondo le leggi dell'urto di questi; e segue la seconda in un modo diverso, cioè proprio de' corpi dotati di elaterio. L'urto dunque dei corpi elastici cagiona due moti, l'uno indipendente dall'elasticità, detto *moto comunicato*, od *azione*, l'altro da questa prodotta, detto *moto di elaterio*, o *reazione*.

507. Per darne ragione ammettono i Fisici nell'urto de'corpi elastici lo sviluppo di due elaterii opposti, detti *anteriore* l' uno e *posteriore* l' altro, comprovandolo col seguente esperimento. Se posto su di un piano orizzontale un anello di acciajo ABCD con due eguali palline di avorio *a* e *b* nell' interno agli estremi del diametro AC (Tav. 7 fig. 2), si percuota con un martellino il punto B della circonferenza interna esattamente corrispondente all' estremo B del diametro BD, perpendicolare a quello delle palline; si avvicineranno queste dopo del colpo al centro E dell' anello : il che prova che il diametro AC, ai di cui estremi sono esse site, diminuisce in lunghezza, ed il diametro BD cresce di questa negli estremi, onde l' anello perdendo per un istante la figura circolare prende quella di un ovoide.

508. Dallo sviluppo di due opposti elaterii nell' urto de' corpi elastici di forma sferica (§. 108) si è inferito quanto segue. Urtando la palla elastica A l' altra B nella direzione di CD (Tav. 7 fig. 3), si comprimono esse non solo nel punto G, luogo d' incontro, ma anche ne' punti a questo opposti E ed F. Appena quindi cessato l' urto, la palla urtante si sforza di far scomparire la compressione dai punti compressi G e D, l'urtata dagli altri G e F; essendo però inefficaci gli sforzi di entrambe nel punto G, perchè eguali d' intensità ed opposti di direzione, gli spiegano interamente negli opposti punti E, F, agendo una verso C e l' altra verso D con una forza eguale a quella di compressione, e tendono a trasferirsi in opposti sentieri colle nuove velocità da tal forza prodotte.

509. Non ripetendo però il mio maestro Dot. Barba

il rimbalzo de' corpi elastici dalla reazione delle palle negli opposti punti E, F (Tav. 7 fig. 3), ma da quella corrispondente al punto d' incontro G , prova questo assunto con un più decisivo esprimento (1). Messi su di un piano orizzontale due eguali semicerchi AEB , CFD (Tav. 7 fig. 4) di molla d' oriuolo , fermati agli estremi di due verghe di ottone funzionanti da diametri , si premano l' uno conto l'altro ne' punti E , F. Cessata appena la pressione , balzeranno l' uno al di quà , l' altro al di là con forza eguale a quella, con cui sararno stati compressi. Premendo poi negli opposti punti e, f gli stessi semicerchi altrimenti situati non avverà dopo la compressione alcun rimbalzo , restando ess immobili. Poichè dunque le palle reagiscono scambievolmente nel punto G con forza eguale a quella di compressione (Tav. 7 fig. 3) , non potendo altrimenti riprendere la loro primiera forma ; uopo è conchiudere che questa forza di rimbalzo produca le velocità con cui esse tendono a portarsi in opposte direzioni. La palla urtata B si porterà quindi verso D colla velocità , che avrebbe se non fosse elastica , e coll' altra podotta dalla forza di elasticità; e l' urtante A costretta a proseguire il suo movimento verso D colla rimanente sua velocità ed a rimbalzare contemporaneamente verso C per l' elaterio , si muoverà nel senso della maggiore di queste due forze coll' eccesso di essa sulla minore ; onde prevalendo la velocità , che avrebbe come corpo non elastico , o quella prodotta dalla forza di elaterio, seguirà a muoversi nella direzione AD o si muo-

(1) *Teorie del moto* ; quinta edizione.

verà nell' opposta EC, ed eguagliandosi queste due velocità, resterà immobile. Essendo poi eguale la forza di elaterio all' opposta di compressione, la velocità da quella prodotta dev' esserlo all' altra da questa eccitata. La comune velocità dunque acquistata dalle due palle per la compressione, è riguardo all' urtante A quella che avea pria dell' urto, diminuita della perduta per la compressione; e riguardo all' urtata B quella che avea prima dell' urto, accresciuta dell' altra acquistata per la compressione.

510. Or essendo per l' elaterio la velocità perduta da A eguale a quella che avea prima dell' urto, e l' acquistata da B eguale a quella che avea nella stessa epoca; ne segue che *per determinare la velocità di due corpi elastici in moto dopo l' urto non si deve che aggiungere o sottrarre dalla comune velocità, che acquisterebbe senza l' elaterio, quella che perderebbero od acquisterebbero in tale ipotesi.* Emanano da questa determinazione tutte le leggi, secondo cui avviene l' urto de' corpi elastici.

PRIMO CASO.

511. Se di due eguali palle di avorio A e B sospese alla macchina di Mariotte (Tav. 7 fig. 1) stando la seconda in riposo si lasci cader la prima dal 12° grado; si osserverà che questa urtando quella perderà ogni forza motrice e si metterà in quiete; e la palla urtata acquistando la forza motrice di A scorrerà 12 gradi dell' arco. Urtandosi le due palle, dapprima si comprimono, e questa compressione dura sino a che non ic-

quistino entrambe una eguale velocità. L' urto dunque della palla A contro l'altra B non segue che per la compressione, come tra corpi non elastici secondo le espresse leggi (§. 504), e la prima comunica alla seconda 6 gradi di velocità; ossia entrambe si muoverebbero con 6 gradi di velocità. Ma sviluppandosi dopo la compressione un eguale elaterio in senso opposto, eccita nelle palle 6 gradi di velocità, opposti nell' urtante e cospiranti nell' urtata. Dovendo dunque A proseguire il suo cammino verso D (Tav. 7 fig. 3) con 6 gradi di velocità e rimbalzare ad un tempo con altrettanti verso C, privata di ogni forza motrice e quindi di velocità, resta immobile; mentre B dovendo condursi verso D con 6 gradi di velocità ricevuti dall' azione di A, spinta dall' elaterio nella stessa direzione con altrettanti gradi di velocità, procede con 12 gradi; onde può giustamente inferirsi che *per l' urto di un corpo elastico in moto contro di un altro in quiete di egual massa, perdendo il primo la sua forza motrice si mette in riposo, ed il secondo cammina per la stessa direzione con una velocità e forza motrice eguale a quella del corpo urtante.*

512. Se disponendo invece in linea retta colla macchina di Mariotte i centri di più palle eguali di avorio A, B, C, D... (Tav. 7 fig. 5), la prima urti la seconda, l' ultima G si separerà dalle altre con una velocità eguale a quella dell' urtante, scorrendo lo spazio GG′ eguale ad AB, e la prima palla colle altre intermedie resterà in riposo. È questo fenomeno un effetto della testè cennata legge, poichè se invece delle palle B, C, D... non fosse in riposo che la palla B, moven-

dosi questa con una velocità eguale a quella di A, resterebbe questa in quiete; ma succedendo C a B, riceve quella tutta la velocità di B, che perciò resta anch' essa in riposo; per la stessa ragione C comunica la sua velocità a D, questa ad E, e così successivamente sino a G, che non potendola ad altra comunicare si stacca da F e procede avanti con tutta la velocità comunicata da A all' intero sistema.

513. Se delle palle disposte allo stesso modo se ne mettono in moto due, per esempio A e B (Tav. 7 fig. 6), dopo dell' urto si scorgeranno tutte in riposo meno che le due ultime G ed H movendosi queste insieme con una velocità eguale a quella comunicata dalle due prime al sistema. La palla C riceve dalla B nello scontro due urti successivi d' impercettibile intervallo, prodotto il primo dalla forza anteriore di B e cagionato il secondo da quella di A, che passa in B ed indi in C. Il primo urto distacca la prima palla, ed il secondo l' altra, restando in perfetta quiete le rimanenti intermedie. Per la impercettibile successione de' due tempi sembra che le due palle si distacchino dalle altre nello stesso istante. Dicasi lo stesso se le palle urtanti fussero più di due.

514. Urtando la palla A (Tav. 7 fig. 1) di avorio con 12 gradi di velocità contro un' altra B in quiete, di massa eguale alla sua metà, si muoveranno entrambe dopo dell' urto nella direzione di A; ma questa con 4 e l' altra con 16 gradi di velocità. Essendo la massa di A doppia di quella di B, ed avendo quella 12 gradi di velocità e 24 di forza motrice, acquisterebbe ognuna di esse, se non fosse elastica, 8 gradi di velocità, quo-

ziente della forza motrice divisa per la somma delle masse $\left(\frac{24}{3}=8\right)$. Or avendo A comunicato a B 8 gradi di forza motrice, di altrettanti gradi sono stati la scambievole compressione e lo sviluppo dell' elaterio. Ma 8 gradi di forza producono nella massa di A = 2 quattro gradi di velocità (§. 167) ed altrettanti nella massa di B = 1; dunque A rimbalzar deve indietro verso C (Tav. 7 fig. 3) con 4 gradi di velocità, ed astretta a proseguire il suo moto pel primitivo sentiero verso D con 8 gradi di velocità, lo proseguirà con 4 (8 — 4 = 4), mentre B si muoverà nella direzione di A, ossia verso D con 16 gradi di velocità (8 + 8 = 16), cioè con una velocità eguale alla somma di quella ricevuta da A e dell' altra prodotta dall'elaterio; onde dopo l' urto A proseguirà a muoversi con 4 gradi di velocità ed 8 di forza motrice, e B nella stessa direzione con 16 gradi di velocità e di forza motrice.

515. Urtando poi la palla A (Tav. 7 fig. 1) con 12 gradi di velocità un' altra B in riposo, e di doppio peso, gliene comunicherà 8 e rimbalzerà indietro cogli altri 4. Essendo la massa di A = 1, e 12 i gradi della sua velocità, altrettanti sono quei della sua forza motrice; ed essendo la massa di B = 2, la loro comune velocità dopo dell' urto, considerate come non elastiche, sarà espressa dal quoziente della forza motrice divisa per la somma delle masse, ossia di 4 gradi $\left(\frac{12}{3}=4\right)$; onde la perdita della forza motrice fatta da A sarà di 8 gradi. Compresse dunque scambievolmente le masse per

8 gradi, altrettanti ne svilupperanno di elaterio. Ma 8 gradi di quest'altra forza producono nella massa di A altrettanti gradi di velocità ed in quella di B la metà. Dovendo dunque A (Tav. 7 fig. 3) proseguire il suo moto verso D cogli altri 4 gradi di velocità, spinta dal rimbalzo verso C con 8 gradi, rimbalzerà indietro coll'eccesso di 4, e B procederà nella direzione di A verso D non solo colla velocità ricevuta da A, ma con quella ancora prodotta dall'elasticità, ossia con $8 = 4 + 4$. La forza motrice poi che toccherà ad egnuna delle due masse dopo l'urto sarà determinata dal prodotto di queste per le loro rispettive velocità, ossia sarà di 4 gradi per A ($1 \times 4 = 4$) e di 16 per B ($2 \times 8 = 16$).

516. Considerandosi dunque come infinita la massa del corpo urtato riguardo a quella dell' urtanté, questa dopo dell' urto simbalzerebbe, cioè si muoverebbe in direzione contraria a quella che avea, ma colla stessa velocità da cui fosse animata pria dell' urto. Ed urtando un corpo elastico un altro maggiore per mezzo di altri corpi di massa progressivamente crescente, si promuoverebbe in ognuno di essi un proporzionato aumento di moto, talchè questo sarebbe nell'ultimo di gran lunga maggiore che nel primo, da cui fu comunicato. Tanto si è dimostrato all'uopo col calcolo sublime. Facendosi una serie di cento palle, di massa crescente in progressione geometrica 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. . . . , la forza motrice, che si produrrebbe nell'ultima, si è determinata da Hugenio e Bernoulli per 4',677, 000', 000,000 volte maggiore di quella della prima palla urtante.

SECONDO CASO.

517. Urtando direttamente la palla elastica A con 12 gradi di velocità e di forza motrice l'altra B di egual massa in moto per la stessa direzione con 8 gradi di velocità e di forza motrice (Tav. 7 fig. 1), dopo dell'urto ambe le palle proseguiranno a muoversi nella stessa direzione, ma colle velocità cambiate, cioè la palla urtante con 8 e l'urtata con 12 gradi di velocità. Dividendosi la somma delle forze motrici anteriori all'urto per quella delle masse, sarebbero 10 i gradi della comune velocità de' due corpi dopo dell' urto se non fossero elastici $\left(\frac{20}{2}=10\right)$. Compressi però di 8 gradi, per l' eguale elaterio, che sviluppano, rimbalza ognuno di essi con 2 gradi. Dovendo quindi A (Tav. 7 fig. 3) andare verso D con 10 gradi di velocità e rimbalzare verso C con 2 di elaterio, proseguirà a muoversi per D con 8 gradi di velocità ($10-2=8$); e B, che precedendo A con 8 gradi di velocità ne ha ricevuto 2 coll'urto, ed altrettanti ha acquistato col rimbalzo, proseguirà a muoversi per D con 12 gradi di velocità ($8+2+2=12$); onde A muoverassi colla forza motrice di B e B con quella di A. Ma pria dell' urto A avea 12 gradi di velocità e B 8 ; dunque *urtando un corpo elastico in moto un altro che si muove più lentamente per la stessa direzione seguiranno dopo l'urto a muoversi entrambi per questa, ma colle velocità e forze motrici cambiate.*

518. Se la palla A (Tav. 7 fig. 1) del peso di 2 on-

ce con 12 gradi di velocità e 24 di forza motrice urti la palla B del peso di un' oncia, che la preceda con 6 gradi di velocità e di forza motrice, dopo dell'urto proseguiranno a muoversi nella stessa direzione, ma A con 8 gradi di velocità e 16 di forza motrice, e B con 14 dell'una e dell' altra. Se questi corpi non fossero elastici, la somma delle loro forze motrici divisa per quella delle masse darebbe per quoziente 10 gradi di comune velocità dopo dell'urto $\left(\frac{24+6=30}{3}=10,\right)$, e le rispettive forze motrici sarebbero $2\times10=20$ ed $1\times10=10$, onde l'intensità dell' urto è di 4 gradi. Ma sviluppandosi in essi per l'elasticità altrettanti gradi di elaterio, generano questi nella massa di A=2 due gradi ed in quella di B=1 quattro gradi di velocità. Dovendo dunque A proseguire il suo moto verso D (Tav. 7 fig. 3) con 10 gradi di velocità e rimbalzare per C con 2 gradi di elaterio, proseguirà a muoversi per D con 8 gradi di velocità e 16 di forza motrice; e proseguirà B il suo cammino coi 6 gradi di velocità, con cui precedeva A, coi 4 ricevuti da questo corpo coll' urto e con altrettanti sviluppati dal rimbalzo, ossia con 14 gradi di velocità e di forza motrice ($6+4+4=14$).

519. Ma se la palla A di 1 oncia (Tav. 7 fig. 3) di peso urti con 12 gradi di velocità e di forza motrice, l'altra B di doppio peso, che la precede con 3 gradi di velocità e 6 di forza motrice; dopo dell' urto A si metterà in riposo e B proseguirà il suo moto con 9 gradi di velocità e 16 di forza motrice. Dividendosi la somma delle forze motrici per quella delle masse, il

quoziente 6 esprimerebbe i gradi della comune velocità delle due palle dopo dell' urto se non fossero elastiche $\left(\frac{12+6=18}{3}=6\right)$, movendosi la prima con 6 e la seconda con 12 gradi di forza motrice. Essendo dunque di 6 gradi l' intensità dell' urto e di altrettanti lo sviluppo dell' elaterio, generano questi nella massa di A=1 sei gradi ed in quella di B=2 tre gradi di velocità. Dovendo quindi proseguire A il suo cammino verso D cogli altri 6 gradi di velocità, e rimbalzare indietro verso C con altrettanti di elaterio, per l' equilibrio di queste due forze eguali ed opposte resta in quiete; e B prosegue il suo moto per la primiera direzione, cioè verso D coi 3 gradi di velocità, con cui precedea A, cogli altri 3 ricevuti coll' urto, e con altrettanti eccitati dal rimbalzo, ossia con 9 gradi di velocità (3+3+3=9) e con 2×9=18 gradi di forza motrice. In tal caso dunque il corpo urtante si mette in quiete e l' urtato prosegue a muoversi per la primitiva direzione con una velocità e forza motrice eguale alla somma delle velocità e forze motrici dei due corpi pria dell' urto; e la esposta legge (§. 517) non si verifica che nel caso di eguaglianza delle masse dei corpi in urto.

TERZO CASO.

520. Se due palle elastiche A e B (Tav. 7 fig. 1) di egual massa si urtino scambievolmente in senso opposto con eguale velocità, rimbalzeranno indietro colla stessa velocità con cui sonosi incontrate. Dotate esse di egual massa e velocità non possono essere ani-

mate che da eguali forze motrici, che senza elasticità equilibrate dalla compressione metterebbero le palle in riposo (§. 500). Essendo però queste elastiche, rese inefficaci le forze motrici dalla compressione, se ne sviluppa in ognuna di esse una eguale quantità pel rimbalzo in senso opposto, che obbliga entrambe a ritornare indietro dopo dell'urto colle stesse forze e velocità, con cui si sono incontrate.

521. Se poi l'urto in contraria direzione avviene fra la palla A di 1 oncia di peso e la B di 2, movendosi quella con 8 gradi e questa con 4 gradi di velocità; rimbalzeranno esse indietro dopo dell'urto colle stesse velocità con cui s'incontrarono. Urtandosi i due corpi con velocità in ragion inversa delle masse le loro forze motrici come eguali (§. 165) si equilibrano dalla compressione, e poi se ne sviluppa in ciascuno dall'elaterio una eguale quantità. E producendo 8 gradi di rimbalzo altrettanti di velocità nella massa di $A=1$, e la metà in quella di $B=2$; rimbalza il primo colla stessa velocità di 8 gradi ed il secondo colla stessa di 4, ossia ritornano indietro colle stesse velocità e forze motrici, con cui si urtarono. Può dunque da tutto ciò inferirsi, che *urtandosi scambievolmente due corpi elastici in contrarie direzioni con eguali forze motrici, rimbalzano entrambi all'indietro colle stesse velocità e forze motrici, con cui si erano incontrati.*

QUARTO CASO.

522. Se la palla A (Tav. 7 fig. 3) urti con 12

gradi di velocità l'altra B di egual massa, che si muova in senso opposto con 4 gradi di velocità, rimbalzeranno entrambe dopo dell'urto colle forze e velocità cambiate. Dotate entrambe di egual massa, la forza motrice di A sarà di 12 e quella di B di 4 gradi; onde se non fossero elastiche la loro comune velocità dopo dell'urto sarebbe espressa dal quoziente della differenza delle loro forze motrici divisa per la somma delle loro masse, ossia sarebbe di 4 gradi $\left(\frac{12 - 4 = 8}{2} = 4\right)$, onde si muoverebbero entrambe per la direzione di A con 4 gradi di velocità e di forza motrice. Ridotta dunque dopo dell'urto a 4 gradi la forza motrice di A che prima di esso era di 12, è chiaro che ne ha comunicato 8 a B. Di tanti gradi compressi i due corpi egual forza sviluppar debbono di elaterio; onde dovendo proseguire A (Tav. 7 fig. 3) il suo cammino per D con 4 gradi di velocità e rimbalzare per C con 8, vi rimbalzerà coll'eccesso 4 e con altrettanti gradi di forza motrice; ed avendo B ricevuto da A quattro gradi di velocità per ritornare indietro verso D, spinto in questa direzione da 8 gradi di elaterio, vi rimbalzerà con 12 gradi di forza motrice ($4 + 8 = 12$). Ma pria dell'urto avea A 12 gradi di velocità e di forza motrice, e B quattro dell'una e dell'altra; può dunque conchiudersi che *dopo dell'urto scambievole di due corpi elastici di egual massa fatto in contrarie direzioni con diseguali forze motrici, rimbalzano entrambi con queste e colle corrispondenti velocità cambiate.*

523. Se la palla A (Tav. 7 fig. 1) di 2 once di

peso e l'altra B di 1 oncia si urtino in contrarie direzioni, la prima con 8 e la seconda con 4 gradi di velocità, dopo dell'urto quella resterà in quiete e questa rimbalzerà indietro con 12 gradi di velocità. Avendo A 2 once di massa ed 8 gradi di velocità, la sua forza motrice è di 16 gradi, ed avendo B 1 oncia di massa e 4 gradi di velocità, la sua forza motrice è di 4 gradi. Se non fossero i due corpi elastici, la loro comune velocità dopo dell'urto sarebbe espressa dal quoziente della differenza delle loro forze motrici ad esso anteriori divisa per la somma delle masse, sarebbe cioè di 4 gradi $\left(\frac{16 - 4 = 12}{3} = 4\right)$, onde ridotta a 2 $\times$ 4 = 8 la forza motrice di A, che prima dell'urto era di 16 gradi, la parte trasmessane a B è di 8. Ma essendo i corpi elastici, debbonsi sviluppare in ognuno di essi 8 gradi di elaterio, che nella massa di A = 2 producono una velocità di 4 gradi, ed in quella di B = 1 un'altra di 8. Dovendo dunque A dopo dell'urto continuare a muoversi per D (Tav. 7 fig. 3) con 4 gradi di velocità e rimbalzare per C con altrettanti, resterà immobile per l'eguaglianza ed opposizione delle forze; mentre B retrocederà per D coi 4 gradi di velocità ricevuti da A coll'urto, e cogli 8 in esso eccitati dall'elaterio, ossia con 12 gradi di velocità e di forza motrice (4 + 8 = 12). Ma prima dell'urto avea A 16 e B 4 gradi di forza motrice, la di cui differenza è 12, e B dopo dell'urto rimbalza con altrettanti gradi di forza motrice. Dunque *urtandosi due corpi elastici di masse diseguali per contrarie direzioni con diverse forze motrici, dopo dell'urto il maggiore resterà*

in riposo ed il minore rimbalzerà indietro colla differenza delle loro forze primitive.

524. Potendosi con questi principii render ragione di ogni altro caso dell' urto diretto de' corpi elastici; uopo è compierne l' esposizione facendo avvertire una loro proprietà esclusiva, cioè che *la somma delle loro forze efficaci è sempre la stessa in tutti i casi prima e dopo dell' urto*, intendendosi per *forza efficace* il prodotto della loro massa pel quadrato della rispettiva velocità. È questo il *principio della conservazione delle forze* così dette *vive* immaginato da Hugenio, e tanto bene applicato da Bernoulli allo sviluppo delle leggi dinamiche ed idrodinamiche. Può essa verificarsi in ciascuno degli esposti casi. Essendosi infatti osservato (§. 515) nell' urto di un corpo elastico contro di un altro di doppio peso in quiete seguito con 12 gradi di velocità e di forza motrice, che il primo rimbalza indietro con 4 gradi di velocità e di forza motrice ed il secondo si muove nel senso dell' urtante con 8 gradi di velocità e 16 di forza motrice; è chiaro che la forza efficace del corpo agente pria dell' urto è $= 1 \times 12^2 = 144$, e dopo dell' urto è $= 1 \times 4^2 = 16$; e che la forza efficace del corpo paziente nella seconda epoca è $= 2 \times 8^2 = 128$; onde sommando queste due forze, si ha $16 + 128 = 144$, risultato eguale alla quantità di forza preesistente all' urto.

ARTICOLO III.

DELL' URTO OBBLIQUO DEI CORPI ELASTICI E NON ELASTICI.

525. In tutti gli esposti casi di trasmissione di forza motrice coll' urto si è supposto passar questa dal corpo agente al paziente per la retta, che unisce i loro centri di gravità nel momento del contatto. Ma non potendosi ottenere gli stessi risultati nel caso che l'urto non si dirige per la linea de' centri, uopo è ricercare gli effetti che un cambiamento di direzione può produrre ne' corpi in moto. Or per determinare le direzioni e velocità di questi dopo il conflitto non si deve che aver ricorso alla decomposizione delle forze.

526. Supponendo infatti dapprima che la palla A (Tav. 7 fig. 7) non elastica urti l' altra B in quiete nella direzione e colla forza espressa da AB, può questa ultima decomporsi in due, l' una AE = DB, normale al piano tangente de' due mobili nel punto di contatto, e l' altra AD=EB ad esso parallela. Essendo la direzione della EB parallela, l' urto obbliquo di A non segue che per l' altra DB, che come normale al piano tangente rende equivalente al diretto l' urto obbliquo di A contro di B. Ma se quest'urto fosse diretto, la forza sarebbe espressa da AB; dunque la forza, con cui A urterebbe direttamente B, è a quella con cui l'urta obbliquamente, come AB a DB. Ma nel triangolo rettangolo in E, preso AB per seno massimo, AE è il seno dell'angolo d' inclinazione ABE (1), dunque *l' intensità dell' urto*

(1) L' *angolo d' inclinazione* è quello formato dalla direzione della forza totale coll' orizzonte.

diretto è a quella dell' obbliquo , come il seno massimo al seno dell' angolo d' inclinazione; e la forza che cagiona l' urto diretto è intera, mentre quella che produce l' obbliquo n' è parte , maggiore o minore secondo la corrispondente quantità dell' angolo d' inclinazione. A render quindi diretto l' urto obbliquo non si deve che decomporre la forza che lo produce e valutare delle due sue componenti quella che direttamente agisce nel corpo. È quindi determinabile colle leggi dell' urto diretto la velocità e direzione delle due palle A e B dopo l' urto obbliquo dell' una sull' altra. Non perdendo invero la palla A dopo dell' urto contro di B , diretto per DB , tutta la sua forza motrice (§. 493) ; può la parte rimanente rappresentarsi da BI. Animata quindi dopo dell' urto dalla forza EB=BG, che non vi ha punto contribuito , e dalla forza BI ; si muoverà per la direzione e colla velocità espressa dalla diagonale BC , onde mentre la palla B dopo dell' urto si muoverà per BH , la palla A descriverà BC.

527. Supponendo le palle A e B (Tav. 7 fig. 8) , non elastiche di egual massa in iscambievole urto obbliquo secondo AC e BD con eguali forze motrici ; la decomposizione della forza AC in AI ed AL , ossia IC ed LC , e dell' altra BD in BK e BM , ossia KD ed MD , mostra che l' urto lungi dal prodursi dalle due forze parallele IC , KD , non è l' effetto che delle altre due AI , BK , ossia LC , MD ; e che per l' equilibrio di queste come eguali ed opposte i due mobili scorrono dopo dell' urto per le due prime IC e KD gli spazii CE , DF.

528. Movendosi poi i due corpi A , B (Tav. 7 fig.

9) per le obblique direzioni AG, BG con diseguali forze motrici; abbassate sul piano tangente GD le perpendicolari AD, BE, e compiti i parallelogrammi ACGD, BEGF, la decomposizione della forza AG nelle due AC, AD, e della forza BG nelle altre BE, BF non mostrerà l'urto possibile per le forze parallele AC, BF, ma per le altre AD, BE, ossia CG, FG; per le quali come diseguali ed opposte i due corpi si muoveranno dopo dell' urto colla stessa velocità e dalla stessa parte. Esprimendo la loro comune velocità con GI, e prendendo sulla DG prolungata le parti GH, GK rispettivamente eguali alle due AC, BF; sarà dopo dell' urto animato il corpo A dalle due forze GH, GI, e l' altro B dalle due GK, GI; onde compiuti i parallelogrammi GHMI, GKLI, si muoveranno essi per GM, e GL, la prima delle quali esprimerà la velocità di A e la seconda quella di B.

529. Bastando questi pochi principii a determinare la velocità e direzione dei corpi non elastici dopo del loro urto obbliquo, uopo è valutare gli effetti di quello de' corpi elastici.

530. Nell' urto obbliquo della palla elastica A contro l' altra B in quiete (Tav. 7 fig. 10), risultando dalla decomposizione della forza AC nelle due AE, AF, ossia EC, FC, che la sola forza all' uopo efficace è EC; la velocità delle due palle dopo dell' urto non potrà determinarsi che colle leggi dell' urto diretto dei corpi elastici. Nel caso quindi che le palle fossero di egual massa, restando A dopo dell' urto interamente priva della forza EC si muoverebbe per l' altra FC = CH, ossia per CH, e B per BI=EC. Ed essendo B di

nassa maggiore, dopo dell' urto dovrebbe A rimbalzare per CG; ma eccitata ad un tempo da FC = CH e dà CG, balzerà per la diagonale CD, mentre B si muoverà per BI.

531. Urtandosi però i due corpi elastici A e B per oblique direzioni AC, BD (Tav. 7 fig. 8), la decomposizione della prima nelle due IC ed LC, e della seconda nelle altre KD ed MD non rende possibile la loro scambievole azione che colle due forze LC, MD, non potendo influirvi le altre due come parallele. Or essendo eguali e contrarie le forze efficaci, i corpi rimbalzeranno per CL e DM (§. 521), ed eccitati ad un tempo dalle due IC e KD per le direzioni CE, e DF, rimbalzeranno dopo dell' urto in sensi opposti scorrendo per le rispettive diagonali CG, DH, ch'esprimeranno anche le loro corrispondenti velocità.

532. Urtandosi finalmente due corpi elastici A e B (Tav. 7 fig. 11) di eguali masse per oblique direzioni e con forze diseguali; per l' incontro che segue colle velocità CI, FI, debbono essi rimbalzare indietro colle velocità e forze cambiate. Dinotandosi quindi con IG ed IH gli effetti del rimbalzo, sulla DI prolungata prese le parti IL=AC, ed IK=BF, e compiuti i parallelogrammi GILM, IHNK, non potranno i mobili dopo dell' urto che rimbalzare per le risultanti IM, IN, che ne indicheranno le rispettive velocità. E nel caso che la massa di A fosse maggiore, equilibrandovi per l' urto tutta la forza CI, dovrebbe mettersi in riposo; ma colla rimanente DI si muoverà per IL, mentre B rimbalzerà per IN.

CAPITOLO VIII.

DEL MOTO RIFLESSO.

533. Esaminati gli effetti dell'urto di un mobile contro di un ostacolo capace di cedere, uopo è ricercare quelli dell'azione di un mobile su di un ostacolo invincibile. Nell'urto diretto di un corpo non elastico B contro di un ostacolo espresso da GH (Tav. 7 fig. 2), per la massa dello stesso incomparabilmente maggiore di quella di B perdendo questo tutta la sua forza motrice si mette in quiete; ma nell'urto obbliquo di A contro lo stesso ostacolo, decomponendosi la sua forza AD nelle due AB, AC, ossia BD, CD, non perde il corpo urtante che la forza BD, e coll'altra CD scorre dopo l'urto la retta DE=CD.

534. L'urto perpendicolare poi di una palla di avorio B (Tav. 7 fig. 12) contro di un piano di marmo GH, trasmettendo a questo tutta la forza motrice è quella fa del tutto cessare il suo moto in avanti; ma la forza di elaterio in essa sviluppata in grado eguale a quello della compressione la fa rimbalzare indietro per DB con una velocità eguale a quella, con cui ha percosso il piano (§. 516). Or questo moto di rimbalzo è ciocchè diccsi *moto riflesso*.

535. L'urto obbliquo del mobile A contro lo stesso piano (Tav. 7 fig. 12) decompone la sua forza motrice AD nelle due CD, BD, parallela l'una e perpendicolare l'altra ad esso piano. Non agendo però nell'urto la prima di queste componenti, e dovendo la palla

rimbalzare dopo di esso per la perpendicolare DB ; animata da queste due forze risalta per la diagonale DF del parallelogrammo formato sulle due rette DB , DE. Or essendo i due lati AC , CD rispettivamente eguali agli altri due FE , ED, ed essendo eguali ancora come retti gli angoli ACD, FED ; sarà AD eguale a DF , e quindi l'angolo ADC eguale all'altro FDE; onde le due diagonali AD , DF , per una delle quali il mobile discende e per l' altra risalta , formano colla orizzontale CE due angoli fra loro eguali. Ma il punto D , in cui il corpo A urta obbliquamente il piano GH, dicesi *punto d' incidenza ;* la direzione AD , per la quale l' urta , chiamasi *linea d' incidenza* ; l' angolo ADC , che questa linea fa colla orizzontale CE nel punto d' incidenza , dicesi *angolo d' incidenza* ; la direzione DF del moto riflesso del corpo *linea di riflessione* appellasi ; e l' angolo FDE da questa linea formato colla stessa orizzontale CE *angolo di riflessione* nomasi. Esprimendosi dunque l' esposta conseguenza con tecnico linguaggio , dir si deve che *nell' urto obbliquo dei corpi elastici l' angolo d' incidenza eguaglia quello di riflessione.*

536. Suppone questa legge l' elasticità perfetta ; ma essendo nel caso d' imperfetta elasticità la forza di elaterio minore di quella di compressione, la direzione di quella non più esprimibile con DB (Tav. 7 fig. 12) ne sarà tanto più piccola per quanto l'elasticità sarà più imperfetta. Esprimendosi il rimbalzo da D*b*, il mobile eccitato dopo dell'urto dalle due forze D*b*, DE scorrerà la diagonale D*f*; ed essendo l'angolo *f*DE minore dell'angolo ADC , conchiuder devesi che nell' urto obbliquo dei

corpi imperfettamente elastici l'angolo di riflessione è minore di quello d'incidenza.

537. Dei molti fatti, che addur si possono in esempio e compruova degli effetti e delle leggi del moto riflesso, niuno è più decisivo del giuoco della pillotta e di quello del bigliardo. Osservando nel primo il giuocatore la direzione della palla lanciata contro del muro, giudicar deve al momento della direzione che essa seguirà nel ritorno; e se colpisse il pavimento, saper ne deve il modo di rimbalzo. Dee poi conoscere anticipatamente nel secondo la direzione del moto riflesso della palla spinta contro la parete o *mattonella*; non potendo che con questo moto, detto con tecnico vocabolo *bricola*, gittare nella borsa la palla del suo avversario; ma non si acquista questa conoscenza che coll'esercizio.

538. La projezione molto celere ed obbliqua di un corpo sulla superficie di un' acqua tranquilla è un' altra pruova del moto riflesso. Non avendo il liquido, per così dire, tempo di cedere, oppone al projetto una resistenza pari a quella di un corpo solido; e non potendo il mobile penetrare nell' acqua, lungi dall' arrestarsi continua a muoversi sino all' estinzione della forza motrice. Se anche in tal caso si decompone questa in due, orizzontale l'una e normale l'altra alla superficie del liquido; pure, essendo l'ultima per la grande obbliquità del movimento troppo debole per vincere la resistenza dell' acqua, e l'altra in proporzione molto energica, determina questa il successivo rimbalzo del projetto, perchè non degradata dall' ostacolo che l'acqua le oppone.

CAPITOLO IX.

DEL MOTO RIFRATTO.

539. In tutte le teorie del moto finora esposte essendosi fatta astrazione dagli ostacoli che se gli oppongono, si è quasi implicitamente considerato come avvenuto nel vuoto. Non movendosi però realmente i corpi che in fluidi od in liquidi, è tempo ormai di ricercare le modificazioni, che questi *mezzi* arrecar debbono al loro movimento. Non possono esser queste che alterazioni di sola celerità, o di celerità insieme e di direzione causate dalla natura de' mezzi nel passaggio del mobile attraverso di essi. Or il cangiamento di direzione sofferto da un mobile in tale circostanza dicesi *rifrazione*, ed il suo movimento così alterato dicesi *moto rifratto*.

540. Un solido che si muove in un liquido è un corpo che urta un altro in ogni momento. Movendovisi dunque perpendicolarmente, è la sua velocità diminuita dalla forza che impiega a discacciare le molecole liquide che si oppongono al suo passaggio. Ostando però esse direttamente a questo, il mobile agisce egualmente intorno alla sua linea di direzione, che resta perciò inalterata, ed il movimento continua attraverso del liquido secondo il prolungamento della linea dal mobile descritta prima di penetrarvi. Tanto si comprova col seguente sperimento. Se, posto nel fondo del vase C perfettamente orizzontato uno strato di creta molle, vi si faccia cadere per entro l'imbuto B (Tav. 7 fig. 13)

una pallina metallica A ; vi formerà questa coll' urto una cavità. Se poi, tolta la palla, e riempito il vase di acqua, vi si faccia quella cadere di bel nuovo dall' imbuto ; procedendo essa direttamente sino al fondo del vase si piazzerà nella fossetta antecedentemente scavata. Provando questo fatto che nel passaggio della palla dall' aria nell' acqua la presenza del liquido non ha punto alterato il moto del solido nella direzione, si può conchiudere che *nel passaggio perpendicolare di un corpo da un mezzo in un altro di diversa densità si altera soltanto la sua velocità, ma non la sua direzione.*

541. Nel passaggio del corpo A da un mezzo meno in un altro più denso, come per esempio dall' aria nell' acqua, in direzione AB obbliqua al piano MN, limite comune de' due mezzi, decomponendosi la sua forza motrice in due AD=EB, ed AE=DB (Tav. 7 fig. 14); la prima come parallela al piano o al mezzo resistente resta inalterata, e la seconda agendo su di essa normalmente n' è diminuita d' intensità. Se dunque prendasi sulla EB prolungata verso N, BF=EB, e sulla DB prolungata in K, BG<DB, compito il parallelogrammo BGHF, la sua diagonale BH esprimerà la nuova direzione del mobile A. Se la seconda delle due componenti non fosse diminuita d' intensità, dinotandosi con BI, e la prima con BF, si esprimerebbe la diagonale con BC, prolungamento di AB, e la direzione quindi del mobile non si altererebbe. Ma resa BI minore di DB per la cennata ragione, si esprime con BG, e la diagonale è BH, più lontana di BC dalla perpendicolare BK. Dunque *nel passaggio di un solido da un mezzo meno in un' altro più denso si allontana dalla perpendicolare abbassata dal punto d' immersione.*

542. L' angolo ABD (Tav. 7 fig. 14) formato dalla direzione obbliqua AB, e dalla perpendicolare DB dicesi *angolo d' incidenza,* e l' altro GBH fatto da questa, prolungata in K e dalla direzione rifratta BH, chiamasi *angolo di rifrazione.* Or essendo gli angoli ABD, IBC fra loro eguali come alterni, e l' angolo IBC minore dell' angolo GBH, il primo angolo ABD è anche di quest' ultimo minore. Enunciando quindi altrimenti l' antecedente conseguenza, può dirsi che *nel passaggio di un solido da un mezzo meno in altro più denso, l' angolo di rifrazione è maggiore di quello d' incidenza.*

543. È comprovata questa legge dal seguente sperimento. Scaricando un fucile su di un punto preso di mira al di sotto del livello dell' acqua contenuta in una gran vasca, si vedrà che la palla deviando dalla direzione della projezione colpisce un punto superiore al designato.

544. Ma se il mobile da un mezzo più passa in un altro men denso, come per esempio dall' acqua nell' aria, perdendo nel secondo mezzo men di forza che nel primo, vi si muove più celeramente. Supposto dunque che il corpo A (Tav. 7 fig. 14), attraversato il mezzo più denso colla velocità AB, incontri in B il meno denso; per la decomposizione della forza AB nelle due EB, DB è chiaro che la prima di queste EB = BF come parallela allo strato MN che separa i due mezzi non soffre alcuna alterazione; mentre la seconda DB=BI, come normalmente impiegata nel mezzo men denso, per la diminuita resistenza si rende più energica, e fassi per esempio eguale a BK. Compiendo

quindi il parallelogrammo BKLF, descriverà il mobile in questo mezzo il sentiero BL, più prossimo alla perpendicolare BK di BC, direzione che avrebbe seguito se il moto non fosse stato rifratto. Può dunque stabilirsi che *nel passaggio di un corpo da un mezzo più in un altro men denso, si avvicina alla perpendicolare abbassata dal punto d' immersione.*

545. Essendo poi l'angolo di rifrazione KBL (Tav. 7 fig. 14) minore dell' angolo IBC, e questo eguale all' altro ABD come verticali; sarà anche l'angolo KBL minore dell' angolo ABD. Enunciando quindi altrimenti la cennata legge, può dirsi che *nel passaggio di un solido da un mezzo più in altro men denso l' angolo di rifrazione è minore di quello d' incidenza.*

546. Or se la direzione del moto verticale di un solido per mezzi di diversa densità non soffre alterazione (§. 540), e questa avviene nell' attraversarsi il nuovo mezzo obbliquamente; può inferirsi che *il moto rifratto non è l' effetto che del passaggio obbliquo di un mobile per mezzi di diversa densità.*

CAPITOLO X.

DEGLI OSTACOLI AL MOTO DEI CORPI ED ALL' AZIONE DELLE MACCHINE.

547. Quantunque siasi finora considerato il moto dei corpi come libero, cioè non contrariato da alcun ostacolo, non essendosi tenuto conto nell' estimazione della sua velocità e direzione che dell' inerzia e delle forze della materia: è d' uopo però rammentarsi di non

esser desso realmente tale, alterato essendo da diversi ostacoli che turbano i risultati delle ricerche sullo stesso istituite. Per l'esatta determinazione quindi del moto de' corpi valutar bisogna di tali ostacoli l' energia; ma essendo la loro dettagliata esposizione molto malagevole, benchè molto importante specialmente per la sua influenza sull' uso delle macchine, non imprenderemo l' esame che dei principali.

548. Niuno ignora che non muovonsi i corpi nel vuoto, ma in un fluido come l' aria, o in un liquido come l' acqua. Questo fluido o liquido in quiete o in moto, contrastando sempre ad essi il passaggio da un luogo ad un altro, ne diminuisce la velocità, onde *la resistenza dei fluidi* è il primo ostacolo che il moto incontra. È provato poi dall' esperienza che la superficie dei corpi, anche la più levigata in apparenza, non è realmente tale, poichè interrotta da un infinito numero di pori e ricoperta quasi da esilissime squame confusamente addossate le une sulle altre, presenta una incalcolabile quantità di cavità e prominenze. Rotolando quindi un corpo su di un altro, e strofinandosi, od in qualunque modo movendosi su di esso, vincer deve queste prominenze, piegandole se flessibili, o rompendole se dure; onde rallentandosi man mano il suo movimento, dopo qualche tempo del tutto cessa. Questo ostacolo al moto opposto dallo strofinio dicesi *attrito*. Le funi infine benchè trasmettino agevolmente l' azione delle forze, non essendo però linee, ma corpi pesanti, più o meno duri e rigidi, non trasmettono realmente alla resistenza che una parte della potenza, impiegandosi l' altra a vincere la

loro durezza e rigidezza. Perdendosi quindi coll' uso delle funi una quota di forza motrice, è la loro *rigidezza* un altro ostacolo al moto de' corpi. Tre sono dunque i principali ostacoli che questo incontra, *la resistenza dei mezzi*, *l' attrito*, *e la rigidezza delle funi.*

RESISTENZA DEI MEZZI.

549. Movendosi un corpo a traverso di un fluido o di un liquido, non può non separarne le particelle a misura che avanza, ed urtandone i filoni che incontra non metterli in moto. Perdendo quindi il mobile quella parte di forza motrice che trasmette alle molecole fluide o liquide, costituisce questa perdita il primo ostacolo; e derivando essa dall' inerzia della materia, che nel tragitto s' incontra, debbonsi per determinarla tener presenti varii casi.

550. Se più corpi eguali, come, per esempio, tre pendoli egualmente lunghi e muniti di palle dello stesso diametro incontrano nell'aria la medesima resistenza, compiono ad un tempo un egual numero di oscillazioni. Ma se questi tre pendoli si mettono in egual movimento, il primo però nell' aria, il secondo nell' acqua, ed il terzo nel mercurio; il primo oscillerà per più lungo tempo, oscillerà meno il secondo, ed il terzo subito soffermerassi. La resistenza dunque de' diversi mezzi al movimento de' corpi è proporzionale alla densità di quelli, contenendo il mezzo più denso un maggior numero di parti sotto lo stesso volume. Or essendo la forza motrice, trasmessibile dal corpo agente, proporzionale al numero delle parti traslocabili, ossia alla quan-

tità di materia; ne segue che *a dati eguali la resistenza che i corpi incontrano è proporzionale alla densità dei mezzi in cui si muovono.*

551. Snppone questa legge che le molecole fluide o liquide altro ostacolo non oppongano al moto dei corpi che quello della loro inerzia, onde si concepiscono esse perfettamente mobili, scorrevoli e fra loro indipendenti. Ma non sempre ha luogo questa supposizione, poichè le molecole liquide, benchè in apparenza mobilissime e scorrevolissime, pure ubbidiscono in qualche modo alla forza di coesione, non interamente annientata dalla causa liquefaciente. Or a misura che il mobile si avanza in un liquido, con una parte della forza motrice deve slontanare le molecole che incontra, e vincere coll' altra la loro coesione. Questa resistenza, detta da taluni Fisici *resistenza assoluta*, dipendendo dalla tenacità del liquido, è talora di piccolissimo momento; ma è altre fiate di grande importanza, come quando trattasi del moto di un corpo immerso nel miele, nell' olio, od altro liquido simigliante, le di cui parti sono naturalmente viscose.

552. Se poi due corpi di egual massa e volume si muovano in un mezzo con diversa velocità, quello di essi che ne avrà una più grande incontrerà una maggior resistenza. Traslocandosi da un corpo immerso in un mezzo un numero di molecole di questo, proporzionale allo spazio che scorre, ossia alla propria velocità; ed essendo la forza motrice a ciascuna di essa comunicata anche proporzionale a tale velocità; la resistenza che v' incontrerà sarà in ragion diretta di questa. Tutta dunque la resistenza prodotta dell' inerzia eguaglia la

perdita di forza motrice fatta dal mobile contro ogni molecola del mezzo in cui si trova, moltiplicata per la velocità, ossia è in duplicata ragione di questa. Siffatta resistenza riferita alla velocità è quella che dicesi *resistenza relativa*. Or, comprovata questa teoria con accurati sperimenti da Newton, Desaguliers, Romme, Bossut, Condorcet, e d' Alembert; si è stabilito che *la resistenza derivante dall' inerzia del mezzo è proporzionale al quadrato della velocità del mobile.*

553. Se non sempre questa teoria è dai fatti appoggiata, ciò deriva dalla proprietà di ogni mezzo di ammassarsi innanzi al corpo che vi si muove, per cui tra la parte anteriore e posteriore di questo si osserva una differenza di livello. Separando il mobile e cacciando di posto le molecole fluide o liquide, e non potendo queste per la rapidità del suo moto cedere all' istante, e scorrere per i lati, si arrestano, si ammassano, e formano innanzi ad esso la così detta *prora fluida* o *liquida*. Ammontandosi quindi il mezzo, s' innalza nella parte anteriore e si abbassa nella posteriore del mobile, e produce secondo i francesi *la denivellation* od il *remous*. Perciò una palla da cannone quanto più rapidamente fende l' aria, tantoppiù difficilmente questa cacciata dalla parte anteriore scorre verso i lati per empire il vuoto formato ad ogni istante nella parte posteriore.

554. Se in fine due corpi simili, come per esempio due sfere, ma di diversa grandezza, muovansi in un mezzo con eguale velocità; quella di maggior volume si soffermerà la prima. Non s' ignora infatti che l' acqua resiste più al piatto che al taglio del remo, che un foglio di carta spiegata cade nell' aria più tardi dello

stesso foglio piegato, e che una nave cammina più celere quando il vento tutte ne urta le vele. Non potendo un corpo muoversi in un mezzo senza discacciarne successivamente dal suo luogo un volume eguale al suo, quello del mezzo espulso esser deve proporzionale al volume del mobile. Ma il maggior volume di un mezzo contiene un maggior numero di parti, ed il mobile dee trasmettere tanta forza motrice quanto è il numero di quelle che muover deve. Dunque *a dati eguali la resistenza che un corpo incontra, movendosi in un mezzo, è proporzionale al suo proprio volume.*

555. Questa legge però si è dapprima impugnata da Juan. Ha egli opinato che la resistenza non è solo valutabile secondo la quantità dell' intero volume del mobile, ma anche secondo la parte di esso ch' è immersa nel mezzo. Verificato poi da Thevenard e Bossut che la resistenza opposta ai corpi interamente immersi in un mezzo, ad eguale velocità, è minore di quella che incontrano quando vi sono immersi in parte o vi galleggiano; si è ciò ripetuto dalla prora liquida. Il mezzo infatti che s' innalza avanti ai corpi in moto, o si abbassa addietro, aumenta di resistenza, aumentando coll' ammassarsi l' ostacolo e la pressione contro la superficie anteriore, e diminuendola al contrario nella posteriore. Ed agendo il gonfiamento contro il volume emerso, i corpi interamente immersi nel mezzo v' incontrano movendosi una resistenza molto minore della opposta a quelli che in parte vengono in su, per sentir questi notabilmente nella loro parte emersa l' effetto della prora liquida.

556. Non si è mancato di annoverare fra le resisten-

ze quella che incontrano le superficie curve, non agendo su queste un mezzo perpendicolarmente, ma obbliquamente per la loro conformazione. Si è calcolata tale resistenza decomponendo l'urto in due, uno parallelo alla superficie curva, cioè non diretto contro un dato punto di questa, e l'altro ad essa perpendicolare, e sommando poi tutte le piccole resistenze da indirette rese dirette secondo la natura della curva. Non essendo stato però questo metodo consacrato dall'esperienza, più non se ne mette in dubbio la falsità, talchè si è rinvenuto siffatta resistenza maggiore della effettiva. Se ne ripete la diminuzione dalla facilità, con cui il mezzo urtando si divide e dolcemente scorre dall'uno all'altro lato della superficie curva, onde colla prora fluida o liquida si menoma anche la forza dell'urto. Checchè ne sia però, è certo che la discoperta erroneità del metodo è stata feconda per la Nautica di un grande risultato, cioè della preferenza delle prore curve alle piane od angolari per la minore resistenza che incontrano.

557. La resistenza che il corpo soffre movendosi in un mezzo è variabile anche quando questo sia in moto. Una barca, che cammina contro la direzione della corrente, dovendo vincere oltre l'inerzia l'urto del liquido, è molto ritardata nel suo corso; movendosi però secondo la direzione della corrente, il suo moto secondato dall'impeto delle acque si rende più rapido. Nel valutarsi quindi in tali circostanze la resistenza deesi tener conto non solo della rispettiva velocità del mezzo e del corpo che in esso si muove, ma anche della direzione de' loro movimenti. Se questi avvengono in senso opposto, il corpo incontrar deve una resistenza

maggiore di qnella che proverebbe movendosi colla stessa velocità nello stesso mezzo in quiete; dovendo vincere l' impeto di questo che si oppone al suo cammino con una forza motrice, che non avrebbe perduto se il mezzo fosse stato in riposo. Una nave combattuta da contrarii venti raccoglie le sue vele qnando essi soffiano con violenza, perchè una minore resistenza meno le impedisca il corso. Ma se il mobile ed il mezzo si muovono nella stessa direzione, bisognerà tener conto delle loro velocità. Se queste si eguagliano, la resistenza del corpo può riguardarsi come nulla; perchè apertasi dal mezzo la strada e camminando questo sempre innanzi non gli oppone alcuna resistenza. Ma se le due velocità sono ineguali, deesi tener conto della loro differenza, dovendo chi è fornito di una velocità maggiore comunicarne parte a quello dotato di una minore. Una palla da cannone che si muove in direzione del vento, prova una resistenza minore di quella che soffre in aria tranquilla; costretta però dal suo corso più celere del vento ad urtare le particelle aeree che si muovono lentamente, comunicando a queste una parte di sua velocità soffre nel suo cammino un ritardo.

558. Segue dal fin qui detto che la resistenza che incontra un solido a superficie piane il quale si muove in un mezzo indefinito e tranquillo, è proporzionale alla densità del mezzo, alla superficie di esso mobile, ed al quadrato della sua velocità. Onde chiamando D la densità, V la velocità, ed S la superficie, sarà $R = DSV^2$; e pel paragone delle resistenze di due corpi in moto in diversi mezzi sarà $R : r ::$

$DSV^2 : dsv^2$. Supponendo per esempio la superficie del corpo A di 2 piedi, e di 4 quella di B; la velocità del primo di 3 gradi e di 5 quella del secondo; e la densità del mezzo in cui quello si muove, di 6 gradi e di 8 quella del mezzo in cui questo si muove; e chiamando R ed r le rispettive resistenze di A e B, si avrà $R : r :: (2 \times 3^2 \times 6) = 108 : (4 \times 5^2 \times 8) = 800$. Si trascura ordinariamente in questo calcolo la tenacità del mezzo, riputandosi come infinitamente piccola riguardo al quadrato della velocità del mobile. Volendosi poi calcolare la resistenza che incontra un solido che scorre in un liquido in moto, si dee fare il quadrato della somma delle due velocità quando i movimenti seguono in sensi opposti, o prenderne la differenza quando essi avvengono nella stessa direzione. Esprimendosi quindi le due velocità con V e v, si avrà $R = S(V \pm v)^2$; e dal paragone di due corpi che si muovono in un mezzo anche in moto risulterà $R : r :: S(V \pm v)^2 : s(U \pm u)^2$. Ond' è chiaro che se il mezzo ed il solido sono nella stessa direzione egualmente veloci, la resistenza diventerà nulla (§. 557).

559. Deducesi da ciò: 1.° Che a conservar uniforme il moto di un corpo in un mezzo si richiede un continuo aumento di forza, che esattamente e gradatamente ne vinca la resistenza; mancando però questo, il moto dopo di essersi menomato per gradi alla fine si estingue. 2.° I corpi in moto nei mezzi, se soffrono continui e replicati impulsi giungono gradatamente alla loro massima velocità e poi prendono un moto uniforme; poichè sebbene pel continuo aumen-

to di forza si accresca la velocità, pure crescendo la resistenza de' mezzi in ragione de' quadrati delle velocità, giunta ad un certo punto eguaglierà l' energia dell' impulso che di mano in mano si aggiunge, ed il corpo proseguirà a muoversi pel moto acquistato. Il moto di una nave spinta dalla continua forza del vento è dapprima accelerato ed indi uniforme. Senza questo ritardo del moto accelerato la gragnuola sarebbe molto più disastrosa, e la pioggia tanto alla vegetazione proficua le sarebbe sommamente nociva e forse talora la distruggerebbe: inconveniente, che sarebbe più funesto in ragione dell' altezza delle nubi da cui le due meteore derivano. Per conoscere la causa di tal cangiamento di moto da accelerato in uniforme rammentar deesi che mentre la forza di gravità è invariabile e produce velocità eguali in tempi eguali (§. 368), la resistenza dell' aria cresce secondo i quadrati delle velocità; onde se nel primo istante ha il grave la velocità di tre gradi incontrerà nell' aria una resistenza di $3^2 = 9$; se nel secondo istante la sua velocità sarà di 5 gradi, la resistenza sarà di $5^2 = 25$; se nel terzo la velocità sarà di 7 gradi la resistenza sarà di $7^2 = 49$; se nel quarto la velocità sarà di 9 gradi la resistenza sarà di $9^2 = 81$, e così in appresso; onde quando la resistenza dell' aria avrà eguagliato i successivi aumenti di celerità che si accumulano nel grave, il movimento di questo da accelerato si renderà uniforme, proseguendo ad esser tale fino alla sua caduta. Poggia su questo principio l' invenzione del *paracaduta*, che gli aeronauti condur sogliono ne' loro viaggi per evitare qualunque si-

nistro. È questo un istrumento simile all' ombrella, atto per l' ampiezza della superficie e per la velocità della caduta ad accrescere notabilmente la resistenza dell' aria, e col pronto acquisto di un moto equabile difendere l' aeronauta da una precipitosa caduta. 3.° La resistenza dal mezzo opposta differisce dal ritardo prodotto nel moto del corpo che in esso segue; essendo quella proporzionale alla forza motrice che si distrugge, e questo alla velocità che si perde. Costituendo poi la massa un elemento del calcolo della forza(§. 160), resistenze eguali produr possono ineguale ritardo. Due corpi d' ineguale massa, ma di egual volume, in moto egualmente veloce entro di un mezzo, mentre per l' egual resistenza che v' incontrano perdono eguali forze motrici, non soffrono egual ritardo. Così per esempio se A con due gradi di massa e 4 di velocità, e B con 4 di massa ed altrettanti di velocità incontrano egual resistenza, perderà ognuno di essi 4 gradi di forza motrice, movendosi però l'uno con 2 e l'altro con 3 gradi di velocità.

Attrito.

560. L' insieme delle resistenze opposte al moto di un corpo che scorre su di un altro, dalle ineguaglianze od asprezze delle loro superficie è ciocchè nomasi *attrito*. Benchè sia questo molto utile agli animali, dovendogli la facilità con cui possono imprimersi i varii loro movimenti e la sicurezza e forza con cui movendosi poggiano sul suolo; e molte arti e parecchi istrumenti meccanici ripetano da esso la loro origine, come le lime, le raspe, i modi di pulire e lisciare i corpi;

pure spesso riesce oltremodo dannoso pel logoramento delle macchine o per la consumazione delle forzę ad esse applicate, od infine per la distruzione del moto che ne risulta. Le macchine infatti, che si suppongono composte di corpi perfettamente duri, levigati ed esenti da ogni attrazione, hanno realmente de' pezzi flessibili, porosi, scabri, e molto soggetti non meno alle speciali che alla generale attrazione.

561. Non potendosi conoscere il numero e le dimensioni delle asprezze e cavità di cui abbondano le superficie de' corpi non si può senza l' esperienza determinare la resistenza dell' attrito, che anche varia secondo la qualità de' corpi ed i casi del loro movimento od equilibrio. Gli esperimenti all' uopo utilmente istituiti sono quei di Vince, Ximenes, e specialmente di Coulomb. A differenza de' praticati da Amontous, da Parent, da Muschembroek e da altri, di incerti risultati, somministrano essi delle regole sicure per l' estimazione di siffatta resistenza.

562. Niuno ignora che situando dei cilindri di legno fra un piano qualunque ed un grosso macigno che si vuol muovere, si tira questo più facilmente; opponendo lo strofinio una resistenza minore quando il macigno scorre su i cilindri ruzzolanti che quando striscia sul piano; e che al contrario legansi e figgonsi le ruote di un carro affinchè dall' erta balza non piombi e discenda lentamente strisciando. Provano questi fatti che i cilindri rotolando agevolano il movimento del macigno, e quindi minorano l' attrito, e che l'impedito giro delle ruote di un carro ne accresce lo strofinio. Vi sono quindi due specie di attrito, cioè quello de' cor-

pi sdrucciolanti sulla superficie di altri, come lo sfregamento di un libro che scorre su di un piano, e quello de' corpi ruzzolanti sulla superficie di altri, come lo strofinio del macigno sui cilindri rullanti, o di una palla che rotola sul piano. La prima specie di attrito dicesi *attrito de' corpi striscianti*, e la seconda *dei corpi rullanti*. È questa più tenue di quella. Qualora infatti muovesi un corpo strisciando sulle eminenze di una superficie, s' inseriscono queste nelle cavità della sua, e non potendo il corpo muoversi senza rompere o piegare queste eminenze, la molta resistenza cagiona urto e ritardo; perciò gli abiti, le legna, i marmi, ed i pezzi delle macchine si consumano coll' attrito. Ma se il corpo muovasi rullando, questo moto contribuisce a distrigare dalle cavità le eminenze di una superficie che vi si erano impegnate, ed a rialzarle per superare pian piano le prominenze dell'altra, al pari di un dente che scappa da un altro nelle ruote dentate che s'incontrano all' istante del moto.

563. Esaminando Coulomb cogli apparecchi all'uopo più atti e colla maggior diligenza possibile lo strofinio de' corpi striscianti, riconobbe: 1.° che quello de'legni striscianti sui legni o sui metalli, o de' metalli sui metalli, si aumenta colla durata del contatto delle due superficie; e che dopo un sufficiente riposo la resistenza dell' attrito è sempre proporzionale alla pressione, avendo trovato presso a poco sempre lo stesso il rapporto della pressione all'attrito con diversi pesi: 2.° che la determinazione generale dell' attrito per $\frac{1}{3}$ della pressione secondo Amontous è incsatta; essendo nei le-

gni contro i legni fra $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{3}$, nei legni contro i metalli tra $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ cd in questi contro i metalli circa $\frac{1}{5}$; benchè in pratica si accresca di $\frac{1}{3}$ la forza motrice per vincere la resistenza e l'attrito: 3.° e che infine l'attrito dopo di essersi sensibilmente aumentato ne'primi istanti di riposo giunge ordinariamente in pochi minuti al *maximum* quando i corpi sono omogenei (1).

564. Ammessa da Coulomb la velocità come elemento di calcolo nella valutazione di questa specie di resistenza, rinvenne che nello strofinio de'legni contro i legni quella diminuisce questa, che non l'altera nello strisciar de' metalli sopra metalli, e che l' accresce in progressione aritmetica nello strofinio de'legni contro i metalli; ma ciò non toglie che siavi un rapporto tra l' attrito e la pressione.

565. Avendo Amontous opinato contro Muschembroek, che la maggiore o minore ampiezza delle superficie strofinanti non influisca sulle resistenze che ne derivano; con decisivi esperimenti provò Coulomb che quantunque la variazione della resistenza per le superficie strofinanti sia poco sensibile, trascurabile però non sia nel calcolo dell'attrito; anzi avvertì che di molto aumentasi coll'estensione delle superficie, e colla diminuzione di volume de'pesi comprimenti, d' onde risulta uno strofinio irregolare e molto variabile.

(1) *Teoria delle macchine semplici* cap. 1—3

566. È noto che i corpi incontrano minor resistenza e più facilmente strisciano quando le loro superficie sono pulite e levigate, e che il loro moto è più tardo e soffre più ostacoli quando sono grezze. Ripetendosi infatti l'attrito dall'asprezza delle superficie strofinanti, la pulitura che ne appiana le ineguaglianze diminuir ne deve la resistenza. Perciò nella costruzione delle macchine si suole con ogni diligenza levigarne i pezzi.

567. La giornaliera sperienza contesta che i ferri unti di olio scorrono più facilmente gli uni sugli altri; e che spalmato il perno di una sostanza untuosa, la ruota gira più presto. Le materie grasse in generale, come l'olio, il sego, la sugna, frapposte nelle superficie striscianti, empiendone le cavità ed in certo modo appianandole, le prominenze di una superficie meno profondano nelle cavità dell'altra, e più facilmente ne soverchiano le asprezze; ossia gli untumi scemano l'attrito. Ma non tutte le sostanze grasse convengono ad ogni specie di superficie, nè tutte egualmente minorano l'attrito, nè sempre e con tutte le pressioni ne diminuiscono egualmente la resistenza. Dagli esperimenti di Coulomb si rileva (1) che quantunque le sostanze grasse frapposte nelle superficie strofinanti diminuiscano la resistenza dell'attrito, questa diminuzione varii però secondo la qualità dell'untume e delle superficie che si fregano; e che se il grasso, di cui ungonsi le superficie non si rinnovi, o si ammollisca od i pesi comprimenti le superficie spalmate di untume siano molto grandi, l'attrito lungi dallo scemarsi si aumenti.

(1) *Mém. présentés a l' Acad.* Tom. X,

568. Tutte queste considerazioni che provano la mancanza di regole sicure pel calcolo dello strofinio, e l'esistenza soltanto di metodi approssimativi, non sono semplici teorie astratte, come sembra a prima vista, essendo utilmente applicabili alle macchine. Per intendere tutta l'importanza di questa applicazione non si deve che voler mantenere colla mano e con una forza qualunque una grossa pietra tendente a sdrucciolare su di un piano inclinato; poichè lo strofinio in tal caso favorirà la potenza, impedendo in parte l'effetto del peso o della resistenza, e bilanciando la pietra con uno sforzo minore di quello che sarebbe necessario per equilibrarla senza l'attrito; mentre volendosi tirare la pietra all'insù lungo lo stesso piano, la potenza dovrebbe non solo equilibrare la pietra, ma vincere anche la resistenza dell'attrito, onde lo sforzo della potenza sarebbe maggiore del richiesto dalla condizione dell'equilibrio in un piano inclinato. Lo strofinio dunque giova alla potenza non destinata che ad impedire il moto, ma nuoce a quella tendente a mettere la macchina nel punto di muoversi, od a procurarle un moto effettivo. Opponendosi quindi l'attrito passivamente allo sforzo della potenza e resistenza, giova saperlo valutare. Le formole però all'uopo addotte dai Meccanici in ciascun caso di equilibrio o di moto, e nelle diverse specie di macchine sono troppo incerte per potersene far uso, incerti essendo gli elementi di questa valutazione (1).

(1) Prony, *Meccanica filosofica.* — Borgnis *Teoria della Meccanica usuale* L. 2 cap. 3 p. 267. — Poisson, *Traité de Mecanique* l. 1 p. 178.

569. Fin qui dall'attrito de' corpi striscianti. Per valutar quello de' corpi rullanti l'Abate Ximenes, sospeso avendo ad una grossa trave due puleggie giranti su perni immobili ad una certa distanza l' una dall' altra, con una corda orizzontale scorrente su di esse equilibrò due cassoni, ognuno del peso di 225 libbre. Un piccol peso, che gli avesse disquilibrato, gli avrebbe messo in movimento; ma girando su i perni le interne superficie delle rotelle e strofinandosi, per mettere in moto i due cassoni bisognò un peso capace di vincere l' attrito. Da quest'altro peso egli desunse la quantità dell'attrito delle rotelle; ed altre sperienze all' uopo istituite gli provarono: 1.° che ne'corpi rullanti come negli striscianti la resistenza dello strofinio non è valutabile per $\frac{1}{3}$ dei pesi comprimenti, secondo Amontous ed altri meccanici (§. 563), ma è variabile: 2.°che quando i pesi comprimenti non sono molto gravi il rapporto dello strofinio alla pressione è sempre costante, e che si cangia e scade pel notabile aumento di quelli. Benchè gli esperimenti di Coulomb confermino questo risultato, pure nelle macchine di rotazione questo rapporto si suppone in pratica costante: 3.° che i grassi poco o nulla favoriscono il movimento in siffatte macchine, specialmente se sono cariche di gravissimi pesi. Essendo ciò noto anche a Coulomb, può sospettarsi che le particelle grasse siano dal peso rase e cacciate innanzi senza poter agire in alcun modo ne'punti o negli spazietti di contatto.

570. Sono questi i risultati degli sperimenti istituiti per valutare approssimativamente nelle macchine la resistenza dell' attrito de' corpi che strisciano e di quei

che rullano. Facendo tesoro delle accurate sperienze di Vince e delle pregevoli osservazioni di Edgword e di Arstice spiegheremo come le ruote agevolino il moto de'carri.

571. Lo strofinio delle ruote segue nel perno, intorno a cui striscia la cavità del mozzo, e non nella circonferenza della ruota, che poggia sul terreno. Poichè girando la ruota del carro, lungi dall'esservi punti striscianti, non vi è che cangiamento di superficie tanto per la parte che sale quanto per quella che scende quasi a perpendicolo sul terreno, onde non v' è attrito. Gli ostacoli dunque, che la ruota incontra, ritardandola più nel basso che nell'alto, determinano il suo moto di rotazione senza più. Al contrario le parti striscianti durante il giro della ruota essendo del mozzo intorno al perno, è quivi calcolabile lo strofinio. Or essendo di seconda specie l' attrito intorno all' asse, la resistenza che ne risulta è minore di qnella che avrebbe luogo se il carro strisciasse come una slitta, o se legate le ruote non girassero.

572. Ridotto poi lo strofinio alla cavità del mozzo ruzzolante intorno al perno, la superficie sottoposta all'attrito è piccola. Poichè compiendo ad un tempo la ruota ed il suo mozzo nna intera rivoluzione, il carro scorre uno spazio eguale alla circonferenza della ruota, e lo strofinio ha luogo in una superficie espressa dalla cavità del mozzo. Ed essendo tra loro la ruota ed il mozzo nel rapporto de' rispettivi raggi, la resistenza prodotta pel movimento delle ruote è molto minore di quella che ne risulterebbe se le ruote non girassero, e quasi nella ragione de'raggi del perno e della ruota. Po-

tendosi in fine la cavità del mozzo e la superficie del perno mantener liscie e spalmate, l' untume e la pulitura di molto minorano lo strofinio intorno all'assc delle ruote. S' intende per queste circostanze che il vantaggio delle ruote dipende dal loro moto intorno all'asse, e che diminuendosi lo strofinio col giro delle ruote il moto de' carri si agevola.

573. Dunque quanto più è grande la circonferenza delle ruote, tanto più si facilita il moto de' carri e delle carrozze. Poichè la razza corrispondente al punto che poggia sul terreno è un braccio di leva agente contro la resistenza che s' incontra nel mozzo girante intorno all' asse; onde quanto più questo braccio di leva è lungo, ossia quanto più la ruota è alta, tanto più lo sforzo della potenza sarà adattato all' attrito intorno al perno. Inoltre le ruote alte mentre profondano meno negli incavi e nei buchi del terreno, sono più pronte ad innalzarsi quando vi s' immettono; onde sono più atte delle basse, ossia di quelle di piccola circonferenza, a superare gli ostacoli e le pietre che incontrano.

574. Per caricar quindi un carro a quattro ruote, due delle quali alte e due basse, collocar devesi il peso più presso alle prime che alle seconde, ed in modo che la distanza dal centro di gravità sia in ragion inversa de' raggi di ciascun pajo di ruote; onde il peso e la pressione si distribuisca in proporzione dell' energia delle ruote per vincere la resistenza dell' attrito e gli ostacoli che nel cammino s' incontrano.

575. Nel caso poi di una strada sabbiosa, le ruote esser debbono non solo alte, ma anche strette, poichè quanto più sono larghe, tanto più di arena e di

ciottoli spingono innanzi ; onde opponendosi questi materiali al moto del carro , più forza richiedesi per superarli.

576. Il divisamento di **Thomas**, pubblicato nel 1703 , di applicare le molle alle corrozze ha giustamente meritato la generale approvazione, essendosi così provveduto al comodo e somministrato un ajuto ai cavalli. Qualunque ostacolo incontri la ruota di una carrozza senza molle , impedendone ad un tratto la velocità obbliga i cavalli a fare in una volta lo sforzo per superarlo; mentre la carrozza guernita di molle s' innalza gradatamente sulle pietre , piegandosi dolcemente la cassa per l' elaterio di quelle ; e per un tale graduato innalzamento di ruote impiegano corrispondentemente i cavalli ed a gradi una piccola forza , che poco o nulla gli stanca. La carrozza inoltre sospinta la prima volta dai cavalli ritiene l' impressa velocità e la tendenza a procedere più oltre , altrimenti un continuo ed intollerabile sforzo si richiederebbe per tirarla. Or le molle muovono e fan risaltare la cassa all' insù , e questa gravitando meno in quel momento , fa che più liberamente segua il moto progressivo dalla carrozza acquistato.

577. La direzione però secondo cui si applica la potenza per superare la scabrosità del piano , sul quale si fa strisciare o rullare un solido , non è mica indifferente ; risultando dagli esperimenti dello **Ximenes** : 1.° che la direzione orizzontale non è la più favorevole per superare la resistenza : 2.° che l' utilissima direzione è quella che forma col piano orizzontale un angolo di 14° , 2′ : 3.° che all' angolo di 28°, 4′ la

resistenza eguaglia quella che la potenza risente nella direzione orizzontale : 4.° che da questo grado sino alla verticale la resistenza cresce man mano , del doppio, del triplo , e poi del quadruplo sotto i 9° : 5.° e che finalmente la direzione a qualunque angolo depresso sotto l'orizzontale riesce svantaggiosissima. S'intende quindi di leggieri la direzione , secondo cui applicar debbesi la potenza per tirare più vantaggiosamente che sia possibile le carrozze , i carri , gli aratri , ed ogni altra specie di macchina da tiro , e per altri usi meccanici.

578. A schivare intanto per quanto è possibile nelle macchine gli effetti dello sfregamento giova che esse non abbiano delle parti inutili , nè producano moti non assolutamente necessarii, poichè la moltiplicità delle parti non solo rende le macchine più dispendiose , ma ne ritarda l'azione e pel peso di quelle e per le ragioni addotte. Qualora dunque si potesse vincere una resistenza con una macchina semplice , l'avvalersi all'uopo di una composta non può essere che un errore , come quello che si commette aumentando oltre il bisogno l'energia della potenza con pericolo di render la macchina troppo complicata , e di perdere molto tempo in attivarla.

RIGIDEZZA DELLE FUNI.

579. Nelle macchine in cui si fa uso di corde, oltre dello sfregamento è d'uopo tener conto della resistenza derivante dal peso e dalla rigidezza delle funi , cioè dalla renitenza a piegarsi (§. 548) e ravvolgersi intorno alle carrucole , ai cilindri , e simili.

580. Dopo gli accurati sperimenti di Amontous, Desaguliers e Coulomb si riguardano le funi come tanti cilindri, i di cui volumi sono come i quadrati dei rispettivi diametri, dunque *i pesi delle funi della stessa materia e di una eguale lunghezza sono come i quadrati de' loro diametri.* Quindi di due funi di canape egualmente lunghe, una di 4 e l' altra di 2 pollici di diametro, la prima è quattro volte più pesante della seconda, essendo il quadrato di 4, cioè 16 quadruplo di 4, quadrato di 2.

581. È provato dall' esperienza che quanto più le funi sono tese tanto più sono difficili a piegarsi. Una fune tesa, per esempio, dal peso di 40 libbre resiste del doppio più di quella stirata dal peso di 20 libbre. Quindi *la resistenza delle corde cresce in proporzione dei pesi ad esse affidati, ossia è in ragion diretta della loro tensione.*

582. Nel calcolo della resistenza opposta dalla rigidezza delle funi si dee tener conto della loro costruzione, cioè della qualità del canape, più o meno pieghevole secondo il modo con cui si carmina; e della quantità di torsione di ogni suo filo e delle funicelle dalla cui unione risulta la corda, resistendo questa a piegarsi a seconda del grado di sua torsione. Piegandosi poi le funi tanto più difficilmente di quanto è maggiore la loro grossezza, ed essendosi da Amontous e Desaguliers dimostrato di esser questa difficoltà nelle grosse corde in ragion del quadrato del loro diametro; si è conchiuso che *la resistenza delle funi è in ragion del quadrato del loro diametro.*

583. Dee mettersi anche a calcolo il diametro della pulegia o del cilindro intorno a cui la fune s'inviluppa; poichè quanto più esso è piccolo, tanto più la fune deve curvarsi, e quindi resistere a questa curvatura. Secondo il calcolo di Desaguliers *la resistenza delle funi è in ragion inversa de' diametri de' cilindri e delle pulegie, a cui esse si avvolgono.*

584. Potendosi le funi inumidire o disseccare, e quindi alterare i loro diametri ed i gradi di loro tensione, è chiaro che le succennate leggi debbono essere soggette a delle modifiche, di cui non si può tenere esatto conto; bastando aver per certo che le funi bagnate od incatramate resistono più di quelle che non lo sono.

585. Non si vuole intanto tacere un prezioso risultato ottenuto dal celebre Duhamel (1). Ha egli conosciuto che i fili attorcigliandosi per comporre una fune perdono alquanto di loro forza naturale, avendo sperimentato, che se di venti fili separatamente presi sostiene ognuno il peso di una libbra, insieme attorcigliati non possono sostenerne uno di 20 libbre.

(1) *Trattato sul cordame.*

LIBRO SESTO

IDROSTATICA.

CAPITOLO I.

DELL' EQUILIBRIO DE' LIQUIDI.

586. Non si sono sinora esposti che gli effetti delle forze applicate ai sistemi di corpi solidi, detti dai Fisici *corpi rigidi* pel carattere matematico di aver parti tra loro connesse in modo durevole, e serbanti invariabili le loro reciproche distanze. Benchè questi corpi realmente non esistano, ne sono nondimeno un esempio quelli, la di cui costituzione resiste all' azione delle forze. Non tutti i corpi infatti vantano lo stesso grado di solidità, alcuni resistono a qualunque urto, e percossi dall' acciarino scintillano, come i diamanti, le agate; altri come i grassi cedono al minimo sforzo e sembrano pronti a sciogliersi; ed altri in fine offrono tutte le intermedie gradazioni fra questi due estremi. La causa de' varii gradi di durezza e mollezza de' corpi e del cambiamento del loro stato non è che la diversa quantità di calorico, da cui son essi investiti (§. 86). Or quando la forza di attrazione è vinta da quella di ripulsione il corpo solido si divide nelle sue molecole primitive estremamente piccole, perfettamente sferiche, tra esse indipendenti, e quindi libere e mobili, ossia diventa *fluido*; e mentre per la rigidezza l'azio-

ne di una forza da alcune parti si trasmette alle altre, onde spinta una qualunque di esse strascina nel suo movimento tutte le rimanenti; per la separazione ed indipendenza di queste parti l' azione della forza su di alcuue di esse non puole che comunicare ad ognuna un moto indeterminato ed alterare così la loro scambievole distanza, in modo che dalla sola loro impenetrabilità possono esserne turbati i movimenti, e ripartita la forza applicata ad un punto dell' intera massa. Questa estrema mobilità di parti è infatti il carattere più evidente della fluidità.

587. Secondocchè poi il volume delle parti di un sistema fluido è, oppur nò, variabile, dicesi questo *compressibile*, *elastico*, o *gassoso*, o semplicemente *gas*; oppure *incompressibile*, e propriamente *liquido*. Offre l' aria un esempio de' fluidi della prima specie; e benchè l' incompressibilità di quei della seconda non sia assoluta (§. 115), come lo provano le vibrazioni che trasmettono, e la riflessione che subiscono nella caduta, è tale almeno che niuna ordinaria pressione può diminuirne sensibilmente il volume. Si distinguono i liquidi in *perfetti*, come l' acqua, il vino, l' alcoole, il mercurio, e simili; ed in *imperfetti* o *semiliquidi* come l' arena, la terra, la cenere, e le materie polverizzate, le di cui parti non essendo abbastanza attenuate non vantano quella indipendenza e scorrevolezza propria de' liquidi perfetti, oggetto delle attuali ricerche.

588. Benchè si riguardi la liquidità come uno stato di equilibrio tra l' attrazione molecolare ed il calorico (§. 86); pure a causa delle continue variazioni

di temperatura questo stato non si realizza quasi mai. Nelle perticelle infatti dell' acqua, del mercurio, dell' alcoole, riguardati come tipi di liquidità, si avverte un certo grado di forza attrattiva non per anche interamente distrutta dal potere ripellente del calorico. Avvicinando sino ad un certo punto due globetti di mercurio, essi bentosto si uniscono in un solo; e le gocciole acquose ad onta del proprio peso si dilungano per non distaccarsi dalla massa che bagna la superficie del corpo da cui pendono. Essendo però quest'ultimo grado di attrazione molecolare troppo debole per modificare i fenomeni dell'equilibrio e movimento de'liquidi non viscosi, non se ne tien conto, e si riguardano questi come composti di parti perfettamente scorrevoli, libere e fra loro indipendenti.

589. Pochissimi sono i liquidi naturalmente puri; appena si possono qualificar per tali l' alcoole, l'acqua, il mercurio, e gli olii grassi ed essenziali. Volendosi riguardare per liquidi diversi tutti quelli, che contengono de' corpi in essi disciolti o con essi intimamente combinati, ed annoverarvi gli umori animali, come il sangue, la linfa, ed i vegetabili, come il cambio, i succhi proprii; i corpi liquidi sarebbero indeterminabili. I Fisici però non si occupano che dell' acqua, essendo applicabile ad ogni liquido ciò che di questa si dice. Tutti i liquidi composti costituiscono un oggetto di esame per i Chimici e per i Fisiologi.

590. A ben intendere i varii fenomeni che i liquidi ci offrono, giova considerarne le molecole assolutamente impenetrabili ed incompressibili. È ciò possibile, derivando la loro apparente compenetrazione dalla

somma scorrevolezza e mobilità delle loro particelle, e potendosi appena ravvisare la loro compressibilità. L'impenetrabilità e l'estrema mobilità delle particelle liquide determinano principalmente le condizioni del loro equilibrio e le leggi del loro movimento. Una molecola liquida infatti, situata sulla superficie dell'intera massa o dentro di questa, cedendo alla più piccola forza che la spinge, dee muoversi secondo la direzione di questa a meno che arrestata non sia da una forza contraria o da un ostacolo invincibile.

591. Ciò posto, empiasi d'acqua fino all'altezza GH (Tav. 7 fig. 15) il vase AB comunicante con due tubi CD ed EF, il primo comunque inclinato all'orizzonte ed il secondo verticale; e dotato nelle pareti e nel fondo di piccoli fori in qualunque modo diretti e leggermente turati. Premendo con una certa forza la superficie GH, il liquido ben tosto sollevasi obbliquamente nel tubo CD e verticalmente in EF, e cacciando i turaccioli esce dai fori in ogni direzione. Gli effetti dunque della pressione su di una massa acquosa si manifestano in ogni senso; ed avendo luogo questo sperimento anche col mercurio, col vino, coll'alcoole, coll'olio, e con ogni altro liquido, si è conchiuso che *i liquidi in ogni direzione trasmettono la pressione su di essi esercitata.*

592. È questa conchiusione avvalorata da un'altra esperienza. Apponendosi de' pesi su di una vescica ripiena di acqua, in cui siasi introdotto un uovo, od un globetto di sottilissimo vetro, si potrà esercitare sul liquido, e quindi sul guscio dell'uovo o sul vetro una notabile pressione senza rompere o schiacciar que-

sti, benchè fragilissimi, in alcun punto della loro superficie. Circondato l'uovo o il globetto in ogni parte dall'acqua, n'è premuto per la gravità e per la soprapposizione de' pesi. Se fosse premuto più in un punto che in un altro, si spezzerebbe. Non può dunque restare intatto senza soggiacere in ogni senso ad una eguale pressione, cioè senza l'equilibrio di eguali e contrarie pressioni. Resta così difeso da ogn'ingiuria il feto nell'utero materno, benchè sia ora più ed ora men compresso; e per la eguaglianza delle pressioni in ogni senso resta similmente in riposo ogni molecola di una massa liquida.

593. Questa proprietà de' liquidi, unicamente dovuta alla somma indipendenza e mobilità delle loro parti, meglio s'intende supponendo l'acqua priva di gravità. Per questa supposizione l'acqua, benchè liquida, non scorrendo, nè cadendo nel travasarsi, starebbe in riposo senza bisogno di contenerla ne' vasi. Giacendo dunque senza gravità nell'indicato apparato (Tav. 7 fig. 15), la pressione di uno stantuffo sulla sua superfice GH la farebbe montare ne' tubi laterali, e per tenerla in riposo si dovrebbe esercitare una eguale pressione sulle superficie I e K di questi tubi. Ma lo sforzo dello stantuffo nel tubo AB è prima sostenuto dallo strato acquoso componente la superficie GH e poi dagli altri successivi, cadendo ognuno di questi se non poggiasse sull' altro che gli è sottoposto. La pressione dunque dello stantuffo si trasmette e propaga egualmente sino al fondo e da questo per i tubi laterali dal basso in alto, ed in ogni senso; perchè applicata ad un punto della massa liquida si comunica

in ogni direzione a ciascuna sua molecola, che non potrebbe tenersi tranquilla senza esser ritenuta da tutti i lati dalle altre contigue, che in egual grado e colla stessa forza la premono.

594. Ridonando però all' acqua la gravità, essa come grave trasmette egualmente in ogni senso la pressione. È ciò provato a sufficienza dallo sperimento istituito su di un liquido grave (§. 591). Ma in tal caso colla pressione esterna si unisce l'azione della gravità, provando il fatto che un liquido, le di cui molecole siano sollecitate da una forza acceleratrice, come dalla gravità, agisce direttamente per ogni verso, indipendentemente da ogni altra forza esterna. L'acqua infatti e qualunque altro liquido in sufficiente dose raccolto entro di un vase può da se stesso e senz' altra forza esterna cacciar via il turacciolo di un foro esistente nelle pareti in qualunque direzione. Immersi nell'acqua riposta nel vase AB (Tav. 7 fig. 16) i quattro tubi C, D, E, F, aperti in ambi gli estremi, e cogli orifizii inferiori rivolti giù, su, verso i lati, ed obbliquamente; l' acqua in essi introdotta s' innalza in tutti alla stessa altezza. Provando quest' ultimo fenomeno che per l'azione dello strato superficiale sugl' inferiori le molecole acquose mosse dalla forza loro trasmessa agiscono in qualunque direzione senza alcun ostacolo, onde scorrono da basso in alto, verticalmente in C, di lato in D, da alto in basso in E, ed obbliquamente in F; si è generalmente conchiuso, che *i fluidi agiscono in ogni senso*, ossia *in ogni direzione*, ed essendosi dato a quest' azione il nome di pressione (§. 154), si è detto che *i fluidi premono in ogni senso.*

595. Questo rinomato principio *di eguaglianza di pressione*, con cui i Meccanici dimostrano tutti i teoremi dell' Idrostatica, è un carattere esclusivo dei fluidi; poichè mentre i solidi per lo stretto legame delle loro molecole non possono agire che in un solo senso, ed animati dalla gravità non iscendono, nè premono che in direzione della verticale; i fluidi all' opposto per la separazione e somma mobilità delle loro parti agiscono in ogni direzione, e spinti dalla gravità premono in tutti i sensi; e potendosi quelli equilibrare in un solo punto, ch' è il loro centro di gravità, debbonsi questi ritenere per ogni molecola.

596. La pressione dipendente dalla gravità non è eguale in tutte le altezze ed in tutti i punti di una massa liquida. Adattato infatti il fondo mobile *bb* (Tav. 8 fig. 1) all' orifizio inferiore del cilindro *aa* con un filo a mano, si osserva che immergendosi l' apparato nel vase AB pieno di acqua sino a CD, devesi dapprima trattenere il filo per non far cadere il fondo mobile; ma che profondandovisi sino ad un certo punto e rilasciandosi il filo, il fondo mobile resta esattamente applicato all' orifizio del cilindro senza cadere, e ad una maggiore profondità è anche sospinto in alto. Ciò pruova ad evidenza che la pressione dal liquido esercitata da basso in alto, a piccola profondità, non basta a sostenere il fondo mobile o ad equilibrare la pressione da questo fatta da alto in basso; ma che ben la equilibra e la vince ancora ad una profondità maggiore. Così parimente se nelle pareti di un vase pieno di acqua siano de' fori a diverse altezze, per non farnela sgorgare cacciandone i turac-

da in ciascuno strato due pressioni eguali e contrarie in tutte le direzioni, si mantiene in equilibrio. La gravità quindi delle molecole liquide produce l'equilibrio delle masse ben altrimenti che la pressione di uno stantuffo o di altra forza estranea. Mentre la pressione di questa si propaga ed è eguale in ogni molecola in qualunque strato liquido essa sia, la pressione della gravità varia secondo gli strati e le molecole che li formano. Perciò ogni molecola di liquido abitualmente sottoposto ad una pressione esterna, cioè al peso dell' atmosfera, è mossa egualmente da questa ed inegualmente o secondo le diverse altezze dalla gravità di quello.

598. Nella libera superficie dunque di un liquido pesante in equilibrio la pressione è nulla, non potendo quella restarsi tranquilla senza essere trattenuta se soffrisse la pressione. Questa superficie però non può essere che l' estrema, non essendo questo strato da altri premuto, e crescendo successivamente la forza di pressione dall' estrema superficie, ossia da zero, in ragion delle altezze (§. 597). Or l'estrema superficie di un liquido, in cui la pressione è nulla, e che può stare in equilibrio senza essere trattenuta, dicesi *superficie di livello.*

599. Sperimentando le molecole di un liquido l' azione della gravità, che tende al centro della terra, è egualmente intensa in tutti i punti dello spazio, la superficie di livello del liquido dee prendere la forma sferica diretta al detto centro secondo il raggio di curvatura, ossia la verticale corrispondente ad ogni molecola (§. 58). Se la superficie BC non fosse curva

(Tav. 7 fig. 17) , le sue molecole B , C , e le intermedie non potrebbero per le rispettive normali BA , CA , tendere al centro A , nè mantenersi in equilibrio. Se tali molecole fossero nello stesso piano BD , la forza di gravità AD agirebbe su di questo obbliquamente. Scomposta quindi in due , perpendicolare l' una e parallela l' altra al piano ; la prima sarebbe da questo annientata , e la seconda obbligherebbe le molecole a scorrere lungo lo stesso. Ed essendo per ognuna di esse obbliqua la forza di gravità sotto diversi angoli , diversa questa risulterebbe per ogni molecola , onde tutte scorrerebbero lungo il piano senza poter mettersi in riposo. Dunque *la superficie di livello di una massa liquida pesante ed estesa dev' esser curva* ; e se tutta la massa terrestre fosse liquida, gravitando verso un punto fisso , la sua superficie di livello sarebbe affatto sferica , essendo così ogni molecola equidistante dal centro comune ed a questo normale.

600. È questa la causa della forma sferoidale della terra e della curvatura delle acque marine (1). Per que-

(1) Nell' applicazione della esposta legge di equilibrio alla curvatura di tali acque si suppone la terra non soggetta al diurno movimento intorno al proprio asse. Realmente però sono le molecole liquide ad un tempo ed incessantemente agitate da due forze, cioè dalla centrifuga , risultante dal moto di rotazione della terra , e dalla gravità. Perciò le acque dispongonsi in modo da essere perpendicolari alla risultante di queste due forze, e la superficie del mare è schiacciata verso i suoi poli. Passando la Luna al di sopra o al di sotto dell' orizzonte marittimo, la forza di attrazione che esercita sulle acque si combina pure colla gravità terrestre per produrre una risultante non più verticale ; per cui la superficie acquo-

sta curvatura scopresi dal lido prima la cima degli alberi e poi il corpo delle navi, ed in alto mare veggonsi al contrario prima le sommità dei monti, delle torri, e dei campanili, e poi le città sitnate lungo la spiaggia. Di troppo innalzandosi le alture e le sommità, la curvatura delle acque non è di ostacolo all' osservatore; mentre occultando gli oggetti collocati al basso, impedisce di vederli. Se la superficie delle acque fosse piana, si vedrebbero contemporaneamente gli oggetti alti e bassi. Picard ha dimostrato che sulla superficie terrestre per uno spazio di cento tese la curvatura del livello di un liquido non differisce da un piano che per linee $1 \frac{1}{3}$; cioè che indicando BC il livello e BD la tangente, sarà $DC = 1 \frac{1}{3}$ linea, ammessa $BD = 100$ tese (Tav. 7 fig. 17); che essendo $BD = 200$ tese, $DC = 5 \frac{1}{3}$ linee; e che se $BD = 300$ tese, $DC = 1$ pollice. Perciò in piccolo tratto di mare o di lago può considerarsi il livello dell' acqua come un piano geometrico.

601. Tendendo poi ogni molecola liquida verso un centro od un punto fisso, la superficie di livello di un liquido in riposo ed abbandonato all' azione libera della gravità in una vasta estensione è sferica, e quella de' liquidi pesanti e tranquilli nelle piccole estensioni è orizzontale. Considerandosi le direzioni della gravità ne' piccoli spazii come parallele (§. 59), le molecole di una poco estesa supercie di liquido pesante ed in

sa cercando invano un equilibrio, attese le rivoluzioni lunari, ora s' innalza ed ora si abbassa nel suo corso, e compie così le periodiche oscillazioni del flusso e riflusso.

equilibrio per corrispondere alle loro rispettive verticali debbono disporsi orizzontalmente. Se una di queste molecole fosse più alta di un'altra contigua, l'equilibrio finirebbe, perchè non ritenuta l'una dall'altra cadrebbe e la superficie più non sarebbe in riposo. Per l'equilibrio di un liquido pesante la superficie di livello dev' esser quindi perpendicolare alla forza, e specialmente alla direzione della gravità delle molecole liquide. Per questa legge infatti la superficie di livello è curva nei liquidi di grande, ed orizzontale in quei di piccola estensione, e la direzione de' gravi è perpendicolare alla superficie delle acque stagnanti. La superficie sempre piana e sensibilmente parallela all'orizzonte, de' liquidi contenuti in ogni forma di recipienti, è una pruova irrefragabile di siffatta legge.

602. Per valutare la pressione di una molecola liquida di una massa in equilibrio ad un' altezza qualunque, uopo è rammentarsi, che la pressione delle molecole a, a', a''... (Tav. 8 fig. 1) derivando dal peso delle colonne Ca, Ca', Ca''... che verticalmente sovrastano in direzione della gravità, è da esso misurata. Tre sono dunque gli elementi di questa misura; 1°. il volume della molecola premuta, essendo ad esso proporzionale il numero de' fili liquidi che di sopra la premono; 2°. l'altezza delle colonne gravitanti; 3°. e la densità del liquido sovrastante, regolatrici entrambe della quantità di peso e di pressione. Onde la pressione di ogni molecola è espressa dal prodotto del volume della molecola per la sua distanza dalla superficie di livello, e per la densità del liquido, ossia *la pressione che soffre una parte di superficie infinitamente piccola di uno strato*

orizzontale e sottilissimo di un liquido pesante in equilibrio eguaglia il peso di un prisma o di un cilindro dello stesso liquido, che ha per base la superficie premuta, e per altezza la distanza di questa dalla superiore del liquido. Ben si vede che questo valore è indipendente dalla forma de'vasi.

CAPITOLO II.

DELLA PRESSIONE DE' LIQUIDI SUL FONDO E SULLE PARETI DE' VASI.

603. Considerandosi ordinariamente contenuti i liquidi ne' vasi o recipienti pei diversi usi della vita, uopo è ricercare la quantità della loro pressione sui fondi che li sostengono e contro le pareti che li chiudono, anche perchè questa ricerca non può esser diretta che coi principii finora esposti. Or la pressione dei liquidi in equilibrio su di una superficie qualunque è a questa perpendicolare; poichè se fosse obbliqua si potrebbe decomporre in due, parallela l'una, perpendicolare l'altra alla superficie, delle quali non agendo la prima contro di questa, non si potrebbe valutare che la seconda. Per la pressione dei liquidi sul fondo, o sulle pareti de' vasi, non s' intende dunque che la pressione perpendicolare.

604. Il fondo di un vase altra pressione non può subire che quella della massa liquida, che gli sovrasta. Ma la pressione dello strato, che poggia immediatamente sul fondo, eguaglia la sua estensione e l'altezza del liquido premente (§. 602); non può dunque agire sul

fondo che il cilindro liquido su di esso gravitante. Tanto è comprovato dall'esperienza. Adattandosi al fondo del vase cilindrico AB (Tav. 8 fig. 2) il fondo mobile CD, tirato dal basso in alto con un filo attaccato al suo centro e sospeso al braccio di una bilancia, si stabilisca l'equilibrio coll'apposizione de'pesi nel bacino E; e tenendo fisso il fondo mobile si versi dell'acqua nel vase AB, e si aggiunga nel bacino un peso equivalente. Abbandonando il fondo a se stesso, si vedrà stabilito l'equilibrio, e di tanto premuto il fondo in giù dal peso dell' acqua per quanto è tirato in su dal contropeso del bacino equivalente esattamente a quello dell'acqua. Una giocciola di liquido, che si aggiungesse dippiù, basterebbe a turbare l' equilibrio e far grondare tutta l' acqua. Così la pressione dell' acqua, ed in generale di ogni liquido, misurata e bilanciata dal peso, si dimostra eguale sul fondo de' vasi ad un cilindro liquido, che ha per base la superficie del fondo e per altezza la distanza di questo dalla superficie del livello.

605. Non potendo il fondo di un vase altra pressione soffrire che quella del cilindro liquido che gli sovrasta, qualunque sia la disposizione e conformazione delle sue pareti e la quantità del liquido in esso contenuto, la pressione di questo sul fondo sarà sempre la stessa. Istituito infatti il precedente sperimento prima su di un vase cilindrico CDEF, e poi su di uno conico ABCD della stessa base ed altezza, a cui sia applicabile un fondo mobile CD (Tav. 8 fig. 3) (§. 604), si è osservato che il peso posto nel bacino G sostiene e bilancia la pressione dell' acqua nell' uno e nell' altro vase sul fondo CD ed alla stessa altezza. Ed in vero

benchè il vase conico comprenda una quantità di liquido maggiore del cilindrico, pure le colonne prementi sul fondo di entrambi sono le stesse; avendo la colonna di acqua che preme il fondo del primo vase, la stessa base CD ed altezza CE, che ha quella agente sul fondo del secondo. L'acqua compresa tra le pareti AC, BD, ed i lati EC, FD del vase conico, come quella che poggia sulle pareti stesse e non sul fondo, preme lateralmente sulle pareti, e non verticalmente sul fondo. Accade all'uopo quanto avverrebbe se l'acqua ACE, BDF compresa tra i cennati limiti si consolidasse gelandosi tutta ad un tratto, per cui le pareti ne sosterrebbero tutto il peso, ed il fondo premuto dalla sola colonna CEFD si manterrebbe in equilibrio col peso della bilancia. Se la pressione in somma, che soffre ogni molecola di una massa liquida pesante in equilibrio si misura da un prisma che ha per base la superficie della molecola e per altezza la distanza di questa superficie da quella di livello (§. 602); la pressione nel fondo dei vasi dee valutarsi col prodotto della superficie del fondo per la distanza di questa da quella di livello, ossia con un prisma o cilindro, che ha per base la superficie del fondo e per altezza la distanza di questo dalla superficie estrema o superiore del liquido. Essendo dunque eguali le basi e le altezze di due difformi vasi, il cilindro liquido premente sui loro rispettivi fondi sarà eguale, e tale sarà anche la sua pressione su di essi.

606. Per conoscere poi la pressione di un liquido in equilibrio sul fondo di un vase di forma irregolare e ristretto verso il suo vertice, come ABCDEF (Tav.

8 fig. 4), non si deve che tirare dall' uno all' altro parete la retta BE parallela al livello AF , e sollevare dal punto K la normale KI , misura della distanza della particella liquida dal livello. Questa particella soffre in ogni senso una pressione eguale al peso del piccolo cilindro liquido KI (§. 602) ; ma tutte le eguali particelle in detta linea esistenti debbono soffrire un'eguale pressione, dunque le particelle B ed E , contigue la prima alla parete C*a* e la seconda all' altra D*b* soffriranno come in ogni senso , così di alto in basso , una pressione eguale a KI. Ma d' alto in basso non agiscono su queste particelle che i punti corrispondenti delle contigue pareti ; dunque per la resistenza della parete la molecola E soffrirà una pressione eguale a quella che soffrirebbe se le sovrastasse una colonna EL dello stesso liquido. Onde la molecola E premerà le particelle inferiori e quindi il fondo come lo premerebbe se fosse realmente gravata da una colonna liquida EL. A meglio chiarire la causa di questo fenomeno a prima vista contradittorio, si concepisca diviso il liquido contenuto nel vase ABCD (Tav. 8 fig. 5) in più colonne di base eguale a quella della colonna A*ab*D corrispondente all' orifizio AD. Questa colonna centrale agendo in giù si sforza di sollevare tutte le altre colonne collaterali, che come meno lunghe sono men pesanti ; le quali però non possono sollevarsi per la resistenza delle pareti del vase : tanto è vero che l' acqua può zampillare sino al livello della più alta colonna A*b* qualora un foro si pratica nel punto G od in altro sito. Dunque le molecole delle colonne collaterali forzate dalla colonna A*b* a muoversi in ogni senso colla stessa energia , agiranno nello stesso

modo tanto sulle pareti quanto sul fondo. Ma la forza che le anima è quella prodotta da Ab; esse dunque premeranno sul fondo come se avessero la stessa altezza di Ab; e quindi il fondo BC soffrirà una pressione eguale a quella di una massa liquida capace di riempire il vase cilindrico EBCF. Non deve perciò sorprendere il così detto *mantice idrostatico* CD (Tav. 8 fig. 6), con cui si può vincere una notabile resistenza con una piccola quantità di acqua. Dotato esso di una gran base, è munito di un tubo laterale AB molto lungo e stretto, che ripieno di liquido ed in sito verticale preme sulla base e quindi sulla superficie superiore del mantice, che solleva coi pesi appostivi, tanto più grandi quanto il tubo è più lungo (1).

607. Tra gli apparati inventati per comprovare questa proprietà fondamentale de' liquidi, quello del Dottor De Haldat merita la preferenza. Consiste esso in un tubo orizzontale ABCD di ferro o di rame, perpendicolarmente rialzato ne' suoi estremi BA, CD (Tav. 8 fig. 7). Termina da una parte in un serbatojo A di qualche pollice di larghezza, sul quale avvitar si possono de' vasi di ogni forma, ma dello stesso fondo e della stessa altezza; e finisce dall' altra in un tubo di vetro DE di qualche linea di diametro, sul quale può scorrere l' indice F. Versandosi del mercurio in questo piccol tubo, il punto in cui quello s' arresta è la prima posizione dell' indice. Avvitato poi sul serbatojo A uno de' vasi, che vuolsi assoggettare all' esperienza,

(1) La teoria di questo apparato è la stessa che quella del *paradosso idrostatico* esposta nel seguente capitolo.

lo si riempie d'acqua sino ad una altezza conosciuta; ascendendo il mercurio nel tubo DE per la pressione risultante, si nota il punto ove si arresta. Sostituendo al primo vase un altro di diversa forma, vi si esegue la medesima esperienza; e versando l'acqua sino alla stessa altezza, la colonna mercuriale si arresta nel piccol tubo allo stesso punto. Può dunque conchiudersi che *qualunque sia la forma de' vasi, i liquidi in essi compresi esercitano sul loro fondo la stessa pressione qualora il livello sia lo stesso ed eguale ne sia il fondo.*

608. Risulta dal fin qui detto che la pressione di un liquido sul fondo di un vase di qualunque forma eguaglia quella di un cilindro dello stesso liquido, che avesse per base il fondo istesso e per altezza la distanza di questo dalla superficie di livello; ma il volume di questo cilindro liquido ha per misura il prodotto della sua base per la sua altezza; dunque *la pressione di un liquido qualunque sul fondo di un vase eguaglia il prodotto della base per l'altezza del liquido premente.* Se dunque due vasi hanno egual fondo ed altezza, ripieni dello stesso liquido, i loro fondi debbono soffrire la stessa pressione; onde *le pressioni in vasi della stessa base ed altezza sono eguali.* Ma se due vasi di egual base e di diseguale altezza si riempiono dello stesso liquido, la pressione dev'essere maggiore in quello, sul cui fondo gravita un maggior numero di strati prementi (§. 602); dunque *le pressioni sono in ragione delle altezze.* Ma in due vasi della stessa altezza e di vario fondo la pressione è maggiore in quello sul cui fondo gravita un maggior numero di colonne prementi (§. 602); dunque *le pressioni sono in ragione delle basi.* Onde se

due vasi ripieni dello stesso liquido sono disegnali di fondo e di altezza, le pressioni saranno come i prodotti delle loro basi per le rispettive altezze.

609. Per paragonar le pressioni che soffrono i fondi di due vasi ripieni di liquidi eterogenei, bisogna tener conto della densità di questi, dovendo una massa liquida composta di un maggior numero di parti, comecchè più grave, produrre una maggior pressione; onde in due vasi perfettamente eguali di fondo e di altezza, ripieni uno di mercurio e l'altro di acqua, la pressione sul fondo del primo sarebbe 14 volte più grande di quella sul fondo del secondo, essendo la densità dell'acqua a quella del mercurio :: 1 : 14. Date dunque le altre cose eguali, *le pressioni che soffrono i fondi dei vasi sono in ragione della densità de' liquidi che contengono*; onde la pressione eguaglierà il volume, cioè la colonna del liquido premente, moltiplicata per la sua densità. Dinotandosi quindi con P la pressione, con A l'altezza, con B la base, e con D la densità del liquido, sarà $P=A\times B\times D$, ossia $P=ABD$. Se poi il fondo del vase è in qualunque modo inclinato, si prende in tal caso per altezza del cilindro premente la normale elevata del centro di gravità del fondo alla superficie di livello.

610. Vuolsi però distinguere il peso de' liquidi dalla loro pressione sul fondo de' vasi che li contengono potendo esser quello a questa eguale, o di questa maggiore o minore. Così ne'vasi cilindrici la pressione del liquido n'eguaglia il peso, sovrastando esso interamente al fondo (§. 604); mentre ne'conici è minore, non essendo questi premuti che da una parte del liquido

(§. 605); ed è maggiore in quelli più stretti in alto che in basso, esercitandosi in essi una pressione eguale a quella di una massa capace di riempiere un vase cilindrico egnale al proposto in base ed in altezza (§. 606).

611. Conosciuta la pressione dei liquidi sul fondo de'vasi che li contengono, si vuol ricercare quella che fanno sulle loro pareti. Adattate ad uno de'pareti verticali del vase AB (Tav. 8 fig. 8) una piccola superficie mobile *a* come sua parte, si riempia questo di acqua. Si osserva allora che la detta superficie sostiene la pressione laterale del liquido, misurata dal filo appuntato in *a*, che passando per una girella fissa si appende al braccio di una bilancia, nel di cui bacino C sono de'pesi atti a bilanciare la pressione del liquido. Or il peso che misura la pressione laterale sulla superficie *a* si trova eguale a quello di un cilindro di acqua che ha per base questa superficie, e per altezza la distanza del centro *a* dalla superficie di livello, ossia l'altezza *ab*; poichè trasmettendo ogni molecola liquida in tutti i sensi le forze da cui è sollecitata (§. 595), pel liquido pesante ed incompressibile e pel parete inflessibile ogni punto delle pareti del vase è premuto da un prisma di base eguale alla superficie di questo punto e di altezza pari alla distanza di esso dall'estrema superficie del liquido in riposo. E non essendo ogni punto della parete egualmente distante dalla superficie di livello, questa pressione debb' esser varia ne' diversi punti delle pareti, risultando maggiore pei più lontani dalla detta superficie, ed al contrario.

612. Ben si vede che nel caso in esame non si può far uso dello stesso metodo indicato per valutare la pres-

sione sul fondo, essendo questa eguale in tutti i punti della sua superficie, perchè premuti da altrettante colonne liquide della stessa altezza. Per rilevare dunque la totale pressione che soffre la parete di un vase, sommar debbonsi tutti gli sforzi normali del liquido su di ogni suo elemento. Or prova l' esperienza che la somma delle pressioni laterali su i diversi punti di una parete verticale eguaglia il peso di una colonna liquida, di altezza pari alla distanza del centro di gravità della parete dalla superficie di livello, e di base eguale alla superficie della parete. Così ciò che si è osservato per la piccola superficie *a* (Tav. 8 fig. 8) ha luogo per tutta la parete verticale del vase, purchè si conosca il sito del centro di gravità della parete. Trovandosi dunque il centro di gravità di un vase di forma cubica, cilindrica, o parallelepipeda nella metà dell'asse, la pressione totale del liquido su di un lato o piano del vase, sarà eguale alla metà della sua altezza moltiplicata per l' intera superficie della parete. Può quindi stabilirsi che *la pressione totale, a cui soggiace la superficie verticale od inclinata della parete di un vase pieno di un liquido pesante ed incompressibile in equilibrio, eguaglia quella di un prisma o di una colonna dello stesso liquido di base pari alla superficie, e di altezza eguale alla distanza del centro di gravità di questa superficie dall'estrema e superiore del liquido.*

613. La pressione di una massa liquida sulla parete di un vase tende ad imprimere a questo un moto di traslazione nel senso della pressione; e se questa specie di movimento non si manifesta nei vasi in tutto o in parte ripieni di liquido, ciò deriva dall'equilibrio degli egua-

li e contrarii sforzi che si esercitano nei loro contorni. Ma forandosi la parete in un punto qnalunque, ed essendo mobilissimo il vase; per la pressione in tal punto non più sostenuta dalla parete del vase l' opposta pressione agirebbe sola, e spingerebbe col suo sforzo il vase ed il liquido nel senso che l' è proprio. Tanto è comprovato dall'esperienza; sospendendo infatti ad un filo un vase di vetro leggiero, ripieno di acqua, con un foro in un lato, finchè questo è otturato, il vase resta immobile e verticale; ma permettendosi all' acqua di zampillare, bentosto si muove il vase per un sentiero opposto a quello pel quale il liquido gronda. Daniele Bernoulli questo mezzo proponea per far avanzare i battelli.

614. È quindi chiaro che un recipiente in generale è egualmente premuto, sia pieno o circondato di liquido; valutandosi nello stesso modo la pressione su di ogni punto delle pareti, appartenga essa all'esterna od all'interna superficie, in ragione cioè dell'altezza del liquido.

615. Trovata la somma o la risultante di tutte le pressioni (§. 612), può ricercarsi il *centro di pressione*, cioè il punto in cui la risultante delle pressioni di tutti gli elementi della parete la incontra, ed in cui può supporsi applicata la pressione totale. Ma questo punto che si confonderebbe con quello di gravità quando tutti i punti della parete fossero egualmente premuti, è alquanto più basso per l' ineguaglianza delle pressioni e pel loro aumento colla distanza dalla superficie di livello, ed è più o meno basso secondo la forma e posizione della parete (1). In una parete dunque della fi-

(1) Poisson *Mécanique* tom. 2 lib. 4 pag. 134.

gura di un parallelogrammo il centro di pressione è sulla linea che divide per mezzo i lati orizzontali, e ad ⅓ della sua altezza partendo dal fondo; ed in una parete triangolare, la di cui base è al fondo, esso è ad ¼ di una linea analoga, ed è al contrario alla metà quando la base è a fior d'acqua.

616. Può con questi principii valutarsi la pressione totale di un liquido in un vase di qualunque forma. Premendosi, per esempio, sul fondo di un vase cubico con forza = 1, quella fatta su di un lato sarà = ½ (§. 612), e tutta la pressione sul fondo e le pareti = 3, cioè tripla del peso del liquido. Se in un vase di forma parallelepipeda una faccia è doppia del fondo, la pressione sulla prima eguaglierà quella fatta sul secondo (§. 612), e valutata questa = 1, la pressione totale sarà = 5. È egualmente valutabile la pressione totale che sostengono i vasi o recipienti pieni di un liquido qualunque in equilibrio.

617. Sono queste teorie utilissime per l'uso e la stabilità dei *dicchi,* detti volgarmente *dighe*, cioè degli ostacoli naturali od artificiali opposti ad un liquido che si sforza di spandersi. Dovendo la resistenza della diga bilanciare lo sforzo del liquido, non la si può ben costruire senza prima calcolare di questo lo sforzo e la pressione. Così, se la superficie d'una diga è di 126 palmi quadrati, e la distanza del centro di gravità dal livello dell'acqua è di 15 palmi, la pressione totale dell'acqua sulla diga sarà di 1890 palmi cubici di acqua (§. 612). Ed essendo di circa 120 libbre il peso di un palmo cubico di acqua, lo sforzo o la pressione dalla diga sostenuta sarà di 226800 libbre; e per bilanciarsi

dev' essere spessa la diga da cinque a sei palmi. Variando la pressione di un liquido colla distanza dalla superficie di livello, le sezioni orizzontali più alte di un profondo condotto verticale sono men premute delle più basse, onde egualmente resistono benchè fossero men grosse; e sarebbe superfluo non meno che dispendioso il dare alle dighe pareti egualmente grosse per tutta la loro altezza. In somma può determinarsi coi principii stabiliti la grossezza di un tubo di piombo o di rame che deve sostenere la forza dell' acqua proveniente da un'altezza qualunque, o di un muro detto *di rivestimento*, perchè destinato a sostenere un terrapieno, e calcolare la sodezza dei recipienti o delle conserve d'acqua, di olio e simili. In ogni modo per la stabilità dell'argine dee tenersi conto della tenacità della sua materia, della sua grossezza e conformazione, e della pressione verticale del liquido, se l' argine ha la così detta *scarpa* interna (1).

CAPITOLO III.

DELL' EQUILIBRIO DEI LIQUIDI NEI VASI COMUNICANTI.

618. La superficie sempre piana e sensibilmente parallela all' orizzonte dei liquidi contenuti nei recipienti di ogni forma (§. 601) prova che un liquido qualun-

(1) Potranno all' uopo consultarsi l' *Architettura idraulica* di Prony al §. 82, n. 587: la terza parte dell' *Idrostatica* dello stesso autore ; *Les Récherches sur la construction des digues* etc. di Bossut ; non che le *Istit. di Architettura statica ed idraulica* di Cavalieri.

que, equilibrato nei due tubi AC, BD (Tav. 8 fig. 9) detti *comunicanti*, perchè comunicano tra loro per mezzo del braccio orizzontale CD, deve giungere in entrambi alla stessa altezza AB. Per ragione di simmetria non può esservi equilibrio senza mantenersi il liquido nelle due braccia alla stessa altezza. Ma se per l'egualianza di pressione la parte orizzontale CD del liquido è compressa nelle due estremità da due forze eguali, cioè dal peso delle due colonne liquide di eguale altezza, in modo da non poter fare alcun movimento nè a destra, nè a sinistra; si comprende allora la causa dell'equilibrio. Questo non si otterrebbe se in uno dei due bracci si versasse nuovo liquido; preponderando in tal caso la pressione da questo lato, la parte del liquido prima orizzontale sarebbe spinta dal lato opposto, e tutto il liquido si metterebbe in riposo quando la parte orizzontale fosse premuta in contrarie direzioni da forze eguali, cioè da colonne liquide di eguale altezza.

619. Agendo le due colonne liquide AC, BD (Tav. 8 fig. 9) sulla massa liquida orizzontale CD colle rispettive pressioni, l'equilibrio di due masse liquide omogenee, ossia della stessa densità, non consiste nei loro pesi, ma nelle rispettive loro pressioni. Perciò due masse di acqua o di altro liquido fra loro dissegualissime in peso, poste in istato di fare la stessa pressione, scambievolmente si equilibrano. Consiste in ciò il *paradosso idrostatico* proposto dal celebre Pascal, cioè, che tutta l'acqua contennta nel gran tubo AC (Tav. 8 fig. 10) fa nna pressione eguale a quella del piccolo filetto BC, onde le due masse liquide si conservano allo stesso livello AB. Se ne intende la ragione, riflettendo

che la pressione su di un punto del fondo o della parete di un vase eguaglia quella di un cilindro liquido, che ha per base la superficie premuta e per altezza la distanza del centro di gravità di questa da quella di livello (§. 612); onde essendo comune ai due tubi l' orifizio C per cui essi comunicano, non può ottenersi l'equilibrio che quando le altezze delle due colonne liquide sono eguali, cioè quando sono allo stesso livello AD. Dimostrando nello stesso modo l'equilibrio ne' tre tubi comunicanti AB, CD, EF (Tav. 7 fig. 15), i quali benchè comprendano diverse quantità di liquido, pure lo serbano tutti alla stessa altezza IK, può conchiudersi che *l' equilibrio di un liquido ne' vasi comunicanti non deriva dalla stessa quantità di esso, o dall' egual peso delle masse liquide ; ma dall' eguaglianza delle pressioni , che possono essere maggiori o minori del peso de' liquidi in equilibrio , o ad esso eguali.*

620. Non potendosi dunque confondere il peso dei liquidi colla pressione , ch' essi fanno secondo la conformazione de' vasi in cui sono (§. 610), ne segue che *nei tubi comunicanti, qualunque sia il loro numero, e la loro grandezza, forma ed inclinazione, il liquido per mettersi in equilibrio s' innalza alla stessa altezza.*

621. Ma la massa liquida in riposo dentro un vase risulta dall' unione di più colonne verticali , considerate da' Fisici come esistenti in tubi fra loro comunicanti. Per mantenersi quindi essa in equilibrio, queste colonne esser debbono egualmente alte e formare una superficie perfettamente piana. È questa un'altra causa della superficie orizzontale de' liquidi poco estesi ed in riposo (§. 601).

622. Da questa proprietà de' tubi comunicanti deriva l'uso di trasportare l'acqua per mezzo de' doccioni. La recan questi dalla sua sorgente al basso, da cui poi s' innalza ad un luogo alto presso a poco quanto quello della sorgente istessa. Di là si conduce di nuovo al basso, e poi di nuovo s' innalza, e così in appresso. Sono quindi i doccioni tanti tubi fra loro comunicanti, atti a trasportar l' acqua ad un' altezza quasi eguale a quella, che ha nel luogo in cui sorge, e non mai maggiore.

623. A questi tubi devesi ancora un apparato detto *livella ad acqua*. Costa esso di un canale di ottone *cd* (Tav. 8 fig. 11), piegato ad angoli retti negli estremi, in cui sono stabilmente inseriti due tubi di cristallo *a*, *b*, e sostenuto da un piede *e*. Versandovi dell' acqua, o del liquido colorato fino alla sua comparsa ne' due tubi di cristallo, le sue superficie in questi contenute montano allo stesso piano orizzontale.

624. L' uso di questo istrumento è fondato sui seguenti principii. Due punti egualmente distanti dal centro della terra diconsi *a livello*, e *livellare* non è che trovare la differenza di distanza di due o più punti della superficie della terra dal suo centro, detta *differenza di livello*. Riputandosi a livello, ossia equidistanti dal centro della terra (§. 601), due punti situati nello stesso piano della superficie delle acque stagnanti; posta la livella tra due punti A, C da paragonarsi (Tav. 8 fig. 11), si traguarda pel di sopra de' due menischi del liquido in modo da stabilire un allineamento, e si segnano nelle due aste dritte e verticali AB, CD i due punti B, D, che sono sulla stessa *linea orizzontale* B*ab*D.

Soglionsi mettere in queste aste di mira alcune piastre mobili, alle quali si guarda, disponendosi esse nell' allineamento *ab*. Segnati questi due punti di livello, si misura l' altezza di ciascuno dalla terra, e sottraendo la minore CD dalla maggiore AB, la differenza AE è quella del livello dei due punti A e C. Essendo, per esempio, AB di 7 e CD di 5 piedi, sarà AB — CD = AE = 2 piedi, la differenza di livello.

625. Non essendo la livella ad acqua abbastanza esatta nelle operazioni dilicate, e non potendosi usare in tutte le circostanze, se n'è inventata un' altra *a bolla d' aria*, che per la sua squisita sensibilità mostra il perfetto orizzontalismo. Consiste questa in un tubo di cristallo *ab* (Tav. 8 fig. 12), che non ripieno interamente di spirito di vino contiene una *bolla d' aria* C, diretta verso la parte più elevata, in cui occupa un sito determinato quando il tubo è orizzontale. Si dà ordinariamente a questo tubo una lievissima curvatura per rendere più regolare il movimento della bolla, e lo si custodisce in una specie di astuccio metallico AB. Non potendo poi la livella ad acqua abbracciare in ogni situazione che un ben piccolo intervallo, è in alcune operazioni rimpiazzata dal cannocchiale AB (Tav. 8 fig. 13) che ha la livella *ab*, il di cui asse è parallelo all' asse ottico del telescopio. Essendo l' asse della livella parallelo all' orizzonte, tale è anche quello del telescopio. Mirandosi quindi a traverso di questo verso un punto, come si fa colla livella ad acqua, sarà un tal punto orizzontale ed a livello. L' esperienza ed il calcolo insegnano che variando di 1′ la posizione dell' asse del telescopio, la

bolla d'aria si allontana dal mezzo per 75 linee, e per 1'' si muoverebbe di $1^{lin.}$,25. Per questi movimenti tanto sensibili della bolla d'aria indica questo apparato i cangiamenti benchè minimi dell'asse riguardo alla sua posizione orizzontale. A far un buon uso di questa specie di apparati potranno consultarsi nelle opere corrispondenti (1) le avvertenze, che all'uopo si danno.

CAPITOLO IV.

DELL' EQUILIBRIO DE' LIQUIDI DI DIVERSA DENSITA'.

626. Niuno ignora che versando in un bicchiere mercurio ed acqua, o vino ed olio, si mettono questi liquidi in riposo quando il primo è sotto del secondo, o quando il quarto galleggia sul terzo; cioè quando il più pesante è in fondo, e la superficie che li separa è orizzontale. La causa di questo fenomeno è una conseguenza delle esposte teorie. Non potendo il liquido leggiero sostenere la pressione del pesante, deve questo muoversi e scorrere verso il fondo del vase, capace di sostenerlo. I due liquidi finchè saranno misti insieme e confusi, non potranno restare in equilibrio, poichè le particelle del leggiero cederanno sempre alla pressione di quelle del pesante. Dopo la separazione il fondo del vase sostiene

(1) *Essai sur le nivellement par* M. BUSSON-DESCARS ; *Traité de topographie , d'arpentage* etc. par PUISSANT ; *Noveau traité de l'arpentage* par A. LE FERRE ; *Trattato di livellare* di VERKAEEN ; *Teoria e pratica di livellare* di FABRE ; *Manuale di Agrimensura* di LACROIX trad. dal francese da G. G.

il liquido pesante, e questo il leggiero. Ma pel totale equilibrio delle due masse liquide non basta il loro equilibrio scambievole, ma dee ognuna equilibrarsi separatamente con se stessa, altrimenti la massa del mercurio e quella dell'acqua non potrebbero restar quiete, benchè fra loro divise. E dovendo ogni liquido poco esteso ed in equilibrio comporre la sua estrema superficie a livello ed in piano orizzontale (§. 601), quella che separa l'acqua dal mercurio, il vino dall' olio, dev'essere orizzontale. Dunque *per l'equilibrio di più liquidi eterogenei nello stesso vase si richiede 1.° che il pesante ne occupi il fondo, 2.° e che la superficie che il separa, sia orizzontale.* Per questa legge più liquidi eterogenei, come per esempio, mercurio, acqua ed olio, mescolati comunque in un vase, cessata la forza agitatrice, a poco a poco si dividono secondo la loro rispettiva densità; cioè nel fondo del vase si piazza il mercurio, il luogo medio si occupa dall'acqua, e l'olio galleggia su di tutti. Lo stesso fenomeno si riproduce in tutti i mescugli di liquidi eterogenei, purchè non vi sia tra essi alcuna affinità che intimamente combinando le molecole dell'uno con quelle dell'altro le sottragga all'azione delle forze costituenti l'equilibrio idrostatico per dar luogo ad un composto d'intermedia densità tra quelle de'due liquidi componenti.

627. Calcolata quindi la pressione totale di più liquidi eterogenei sul fondo orizzontale del vase che li contiene, si trova necessariamente eguale alla somma delle pressioni di ciascuno, calcolate sulla estensione della base, sull'altezza e sulla rispettiva densità (§. 608). Tutta la pressione poi da essi fatta sulle pareti dello stesso vase in cui sono in equilibrio, risulta dalla somma delle

loro rispettive pressioni (§. 612), e da quella che indirettamente trasmettono per mezzo de' liquidi sottoposti.

628. Or volendosi mettere in equilibrio due liquidi eterogenei, come per esempio acqua e mercurio, ne'tubi comunicanti ACB (Tav. 8 fig. 14); poichè esso risulta dall'eguaglianza delle pressioni opposte, debbono costare le due colonne di egual numero di molecole prementi. Ma i due liquidi di diversa densità contengono sotto lo stesso volume diverse masse (§. 38); dunque perchè la colonna del liquido meno denso contenga una quantità di materia eguale a quella del liquido più denso, il volume del primo deve di tanto eccedere quello del secondo di quanto la densità di quello è minore della densità di questo ; onde essendo così i volumi in ragione inversa delle densità, le masse di eutrambi risultino eguali (§. 41). Ma un corpo di maggior volume occupa uno spazio maggiore ; e nei tubi comunicanti la pressione delle colonne è determinata dalle loro rispettive altezze, avendo la base C comune. Dunque nei tubi ACB i due liquidi eterogenei si metteranno in equilibrio quando l' altezza della colonna costituita dal liquido leggiero avrà di tanto superato quella del pesaute , di quanto la densità del primo sarà minore di quella del secondo. Onde stando la densità dell'acqua a quella del mercurio :: 1 : 14; 14 pollici di acqua equilibrar debbonsi con uno di mercurio; poichè la colonna di acqua di 14 pollici eguagliando in peso quella di mercurio di 1 pollice, ossia la pressione di 14 pollici di acqua essendo eguale e contraria a quella di 1 pollice di mercurio , le due colonne liquide, benchè di diseguale altezza, deb-

*

bono restare in equilibrio. Essendo infatti le pressioni P, *p* rappresentate dai prodotti delle altezze A, *a* per le basi B, *b*, e per le densità D, *d*; essendo B = *b*, sarà P = *p* quando A : *a* :: *d* : D; ossia *per darsi equilibrio tra' liquidi d' ineguale densità in tubi comunicanti, le loro altezze debbono essere in ragion inversa delle loro rispettive densità.*

629. Somministra questa legge il facile mezzo di valutare i rapporti di densità dei liquidi eterogenei, equilibrandoli in tubi comunicanti dello stesso diametro. Supponendo dunque che, costituito l' equilibrio, il liquido posto nel tubo AC (Tav. 8 fig. 14) si conservi all' altezza di 10 pollici, e quello posto nel tubo BC monti a 5 pollici; si conchiuderà che la densità del primo è a quella del secondo :: 5 : 10, ossia :: 1 : 2. Volendosi poi determinare questo rapporto tra liquidi che nell' atto dell' esperimento potrebbero insieme combinarsi, come per esempio tra l' acqua, l' alcoole, il vino, il latte e simili; bisogna in tal caso riempire di mercurio la parte orizzontale del fondo C, per la quale i tubi fra loro comunicano. Fa d' uopo infine avvertire che per tali sperimenti usar debbonsi tubi di diametro maggiore di una linea, poichè in caso di meno l' attrazione delle molecole resisterebbe all' ineguaglianza delle pressioni.

CAPITOLO V.

DE' FENOMENI CAPILLARI, E DELL' ENDOSMOSO.

630. Immergendosi nell' acqua un tubo strettissimo A (Tav. 8 fig. 15), quella bentosto vi si eleva sul livello esterno in superficie concava; mentre se l' interno del tubo si è precedentemente unto di sostanza grassa il liquido resta al di sotto del suo livello come in B in superficie convessa. Se poi il tubo s' immerge nel mercurio, questo liquido resta al di sotto del proprio livello come in B, mentre si eleva come in A quando le interne pareti del tubo siansi prosciugate. Ciò prova che la loro umidità o secchezza determina la forma della superficie del liquido, e quindi il suo innalzamento o la sua depressione.

631. Immergendosi due tubi dello stesso diametro, uno nell' acqua ed un altro nell' alcoole, quella s' innalza più di questo; se un tubo s' immerge successivamente nello stesso liquido a diverse temperature, l' altezza a cui giunge il più caldo è minore di quella a cui monta il più freddo. Qualunque poi sia la spessezza dei tubi, purchè abbiano lo stesso diametro l' innalzamento succede quasi in ragion inversa de' diametri de' tubi, come risulta dagli sperimenti di Haüy, di Tremery, e di Gay-Lussac. Gli stessi fenomeni di elevazione e di abbassamento si osservano non solo ne' tubi di forma conica, ma anche intorno ai corpi e tra i piani immersi ne' liquidi (Tav. 8 fig. 16) e nell' immersione di due lamine, per esempio, di

cristallo, parallele ed a picciolissima distanza tra loro, il liquido si solleva o si deprime tra esse come ne' tubi; e solo la misura della elevazione o depressione è della metà minore di quella che si manifesta in un tubo, il diametro del di cui foro eguaglia la distanza delle due lamine.

632. Avendo questi tubi un picciolissimo diametro, eguale quasi a quello dei capelli, diconsi *tubi capillari*; i fenomeni di elevazione e di abbassamento, a cui dan luogo, chiamansi *fenomeni capillari*; e la proprietà di produrli dicesi *capillarità*.

633. Avendo luogo i fenomeni capillari sì nell'aria che nel vuoto, non sono prodotti dalla pressione atmosferica, e sono anche indipendenti dalla qualità e quantità di materia de' tubi, poichè qualunque sia la spessezza delle loro pareti, il liquido vi si mantiene sempre alla stessa elevazione. Non contribuendo a questa che il loro diametro, si ripetono i fenomeni capillari da una forza agente a distanze impercettibili e quindi incalcolabili, a distanze cioè minori del lieve strato umido aderente alla superficie interna de' corpi immersi. È questa forza l'attrazione molecolare, causa delle chimiche affinità, e tanto più intima quanto più diretta.

634. Mentre i Fisici moderni convengono sulla causa de' fenomeni capillari, non sono di accordo sul modo della sua azione. Hauksbee(1), Jurin (2), Veitbrecht (3) astraendo da moltissime circostanze che gli

(1) *Exper. phys. mecaniques sur differents sujets*, Paris 1754. p. 142 et suiv.

(2) *Leçons de Phys. experim. par Cotes.* p. 410 et suiv.

(3) *Mem. de l'Academ. de Petersbourg*, tom. IX.

accompagnano, e quindi falsamente semplificandoli, si ingegnarono di render ragione dell'inverso rapporto esistente tra gli innalzamenti o gli abbassamenti di uno stesso liquido ed i diametri de' tubi in esso immersi. Ma il primo a sottoporre questi fenomeni ad un esame rigoroso fu CLAIRAUT (1). Non solo tenne egli conto di tutte le forze che concorrono alla loro produzione, come della gravità, della scambievole attrazione delle molecole del tubo e di quelle del liquido, e dell'attrazione di queste ultime tra loro; ma non trascurò, come gli altri, l'importante circostanza della forma concava o convessa della superficie superiore del liquido contenuto nel tubo. La sua ingegnosa teoria, migliore di ogni altra antecendente, non è stata ecclissata che da quella di LAPLACE (2); poichè non considerando questo illustre Fisico l'azione del tubo capillare che come sensibile a distanze impercettibili, ha ridotto il problema ai suoi veri dati.

635. Sospendendosi ad un piatto di bilancia una lamina di vetro, di metallo o di altra materia; e mettendosi, equilibrata con pesi, in contatto colla superficie di un liquido, vi aderisce con forza, per non potersene distaccare senza l'aggiunta di nuovi pesi nell'opposto bacino. Non potendosi ripetere questa aderenza dalla pressione dell'aria per riprodursi anche nel vuoto, non può essere l'effetto che dell'affinità delle molecole solide per le liquide. Tal forza agisce anche fra queste ultime (§. 588), poichè quando il disco

(1) *Théorie de la fig. de la Terre*, p. 105 et suiv.

(2) *Théorie de l'action capillaire, ou supplement au X livre du Traité de la Mecanique celeste.*

può essere bagnato dal liquido, come un disco di vetro in contatto dell' acqua o dell' alcoole, vi resta aderente un piccolo strato di esso. Non è dunque il solido che se ne distacca, ma è lo strato che si distacca dalle molecole liquide ad esso sottoposte. Ed essendo necessario per questo distacco uno sforzo molto maggiore del peso dello strato, prova un tal eccesso l' attrazione che riteneva lo strato unito al resto della massa liquida indipendentemente dalla gravità.

636. Non può d' altronde produrre questo sforzo effetti sensibili che a picciolissime distanze (§. 67), come provano gli esperimenti; poichè qualunque sia la spessezza del disco, se il contorno della sua superficie è lo stesso, lo sforzo da farsi per distaccarlo da un dato liquido è sempre costante. Quando dunque un disco è di una data spessezza, e più piccola di tutte quelle che l' arte può fare, i nuovi strati, che vi si aggiungono per renderlo più compatto, non più agiscono sul liquido. Ciocchè per altro meglio prova questa verità è che tutti i dischi di qualunque materia siano, purchè di eguale perimetro, quando possono essere bagnati esigono lo stesso sforzo per distaccarsene: il che dimostra un piccolo strato aderente alla loro superficie mettere fra quelli ed il resto del liquido una distanza bastantemente grande, benchè in realtà picciolissima, per non far a questo provare alcuna sensibile alterazione; onde lo sforzo da impiegarsi per distaccare tutti i dischi della stessa larghezza è eguale, essendo quello stesso che si richiede per distaccarsi il liquido da se stesso.

637. Quando dunque un liquido è in riposo e la sua

superficie è naturalmente orizzontale, agisce su di se stesso, indipendentemente dalla gravità terrestre, per far entrare le molecole della superficie nel seno della massa liquida; e sarebbe quest'azione efficace senza l'ostacolo dell' impenetrabilità delle molecole liquide. Or se per una causa qualunque la superficie divenisse concava o convessa come ne' tubi capillari, l' attrazione del liquido verso se stesso differirebbe da quella che era nello stesso piano, cioè sarebbe minore o maggiore secondocchè il menisco liquido diverrebbe concavo o convesso; il primo caso è quello dell' acqua che si eleva ne' tubi di vetro, il secondo è quello del mercurio che vi si abbassa.

638. Uno stretto anello, od una piccola zona di vetro immediatamente superiore all' acqua l' attrae con tanta forza, che se il tubo dell' anello è di molto piccolo diametro può sostenere una sottil falda ad onta della gravità di questa; e la superficie della falda si rende concava per l' attrazione del vetro, pel peso dell' acqua e per la coesione delle sue particelle; di quì il piccolo menisco di acqua, che termina la colonna elevata nel tubo. Se poi il liquido è mercurio, la piccola zona di vetro che immediatamente gli sovrasta, lo repelle o lo attrae meno della scambievole attrazione delle particelle mercuriali, onde la colonna liquida deprimendosi termina in un menisco convesso.

639. Facilmente quindi s' intende la causa dell' elevazione o dell' abbassamento de' liquidi nei tubi capillari. Nel tubo capillare di vetro A (Tav. 8 fig. 15) immerso nell' acqua essendosi questa conformata in una colonna superiormente terminata da un menisco con-

cavo, si supponga quello attravarsato da un canaletto strettissimo di qualunque forma, che partendo dal punto più basso *a* del menisco si ripieghi in *b* e *c*, e termini in *d* sulla superficie del liquido. Per esser questa in equilibrio dev' esserlo anche il liquido contenuto nel canaletto; ma è questo premuto negli orifizii *a* e *d* da due forze ineguali, una maggiore, corrispondente alla superficie piana della colonna *cd*, ed una minore, corrispondente alla superficie concava della colonna *ab*; non può dunque esservi in questo stato equilibrio alcuno, e per ottenersi deve la colonna *ab* di tanto sollevarsi da supplire coll' aumento di peso prodotto da quello d' altezza alla deficienza della pressione per la varietà dell' attrazione cagionata dalla concavità della superficie (§. 628). Ed essendo la differenza di queste azioni in ragion inversa del diametro del tubo, l' altezza della piccola colonna deve seguire lo stesso rapporto.

640. Quando la sommità della colonna si conforma in un menisco convesso, segue l' opposto del caso precedente; poichè accrescendosi la pressione del liquido contenuto nel tubo B (Tav. 8 fig. 15), la colonna *ef* deprimer si dee per equilibrarsi col filetto liquido esterno *gh* men premuto (1).

641. S' intende dopo di ciò perchè montando un liquido tra due lastre di vetro inclinate si conforma se-

(1) Il Dottor Pessuti ha spiegato colle elementari teorie di Matematica questi ed altri analoghi fenomeni dimostrati da Laplace col calcolo sublime, come si desume da una sua memoria inserita nel tomo IV par. I delle *Memorie di Matematica e Fisica della Società Italiana delle Scienze*.

condo la curva AB (Tav. 8 fig. 17), convessa verso la linea di loro unione. Considerandosi questo liquido come composto di tanti piccoli cilindri, aventi per altezze le perpendicolari condotte da' varii punti di CB sino all'incontro della curva e per basi le distanze delle due lamine; per la divergenza di queste, le altezze, a cui deve il liquido montare, debbono essere in ragion inversa di queste distanze.

642. Si dà anche con questo principio ragione del moto delle molecole liquide nei tubi conici o fra due lastre di vetro unite negli orli ad angolo piccolissimo. Rappresenti ABCD (Tav. 8 fig. 18) una sezione di tubo aperto negli estremi AB e CD, e contenente la piccola colonna di acqua *abcd*; poichè le due basi di questa sono concave, il menisco corrispondente alla prima *cd* essendo di più sensibile curvatura, perchè di minor diametro, attrae la colonna verso il vertice con forza maggiore di quella del menisco terminato dalla seconda base *ab* per attrarre la colonna verso di questa (§. 638); attesa quindi la prevalenza della prima azione sulla seconda la colonna istessa si avvicinerà all'estremità CD con una velocità sempre crescente, aumentandosi il rapporto fra le due curvature sino a che la colonna è in moto. Accaderà il contrario sostituendosi all'acqua il mercurio; per la convessità delle basi della colonna e la maggior curvatura della superiore si avanzerà la colonna più verso la base AB del tubo che verso il vertice, e con celerità sempre ritardata. Ma se, tendendo una colonna liquida verso il vertice del tubo, s'inclini questo a poco a poco, in modo che restando fisso l'estremo *e* dell'asse, si abbassi l'altro

f sotto l' orizzonte ; il moto della colonna diverrà sempreppiù lento , opponendosi alla sua tendenza di salire l' azione della gravità , sino ad estinguersi del tutto nel punto in cui queste due forze opposte si saranno equilibrate (1).

643. Effetto della capillarità dee anche riguardarsi il fenomeno di due piccoli corpi galleggianti su di un liquido, i quali si avvicinano sino al contatto o si allontanano secondo le circostanze; non potendo essi attrarsi o respingersi per altra cagione. Galleggiando infatti sull' acqua due corpi incapaci di esserne bagnati, come due palline di cera , o due aghi finissimi , quando sono fra essi a piccola distanza si avvicinano di più e giungono a toccarsi; poichè le superficie *bc* (Tav. 8 fig. 19) del liquido posto tra i due galleggianti A e B comincia ad inclinarsi nel punto *b* ed *a* ad una certa distanza dal luogo dell'immersione della pallina A, onde in questo essa forma una curva convessa ; e lo stesso avviene alla pallina B. Finchè le due palline sono fra esse in tale distanza che il liquido frapposto *bc* sia a livello con *a* e *d*, per l' egnaglianza delle pressioni laterali del liquido su ciascuna pallina in ogni senso si manterrà l'equilibrio ; ma supponendo sempre diminuirsi la distanza fra le due palline, vi è un termine in cui il liquido compreso nell' intervallo si abbassa , e divenendo allora

(1) Per la completa teoria de' varii fenomeni capillari consultar si possono le Memorie di Laplace di supplimento alla *Meccanica celeste* , e quelle di Girard e di Navier , una nota di Lehot , ed alcune osservazioni di Petit negli *Annales de Chim. et de Phys.* tom. 4 , 5, et 6

maggiori le pressioni laterali esterne del liquido sui corpi, saranno questi spinti gli uni verso gli altri. Se uno di essi A (Tav. 8 fig. 20) può esser bagnato e non l'altro B, come una pallina di sovero ed un' altra di cera, si alzerà il liquido intorno ad A e si abbasserà intorno a B; onde avvicinati tra loro ad una piccola distanza, la pressione che spinge lateralmente B dalla parte *a* essendo maggiore di quella che la spinge dalla parte *b* per l' elevazione del liquido tra *a* e la pallina A, retrocederà l'altra B come se fosse respinta dalla prima A (1).

644. L' azione capillare però lungi dal limitarsi agli esposti fenomeni ne produce molti altri. Basta che de' corpi siano in contatto con un liquido bagnante, per insinuarsi questo ne' piccoli intervalli esistenti fra le loro molecole, all' infuori de' corpi metallici e vitrei insensibili a quest'azione. Sono all'uopo specialmente notabili le spugne per l' immensa quantità di acqua di cui sono capaci d' imbeversi, e quindi per la grande loro dilatabilità. Un pezzo di zucchero tuffato da una parte nel caffè s' inumidisce all' istante interamente, e lo stesso avviene se s'immerge nell'alcoole, benchè sia in questo insolubile. Poggiando sull'acqua un mucchio di sabbia o di cenere, il liquido vi penetra e lo inzuppa sino all' estremità superiore. Il lucignuolo serve di conduttore all' olio, che percorrendo i suoi seni capillari giunge ad alimentare nell'estremità la fiamma di una lucerna. Alla classe de' tubi capillari appartengono tutti

(1) Degli svariatissimi movimenti dei corpi galleggianti si è occupato il signor Monge in un dotto lavoro inserito nella *Collezione delle Memorie dell' Accademia di Parigi.*

i corpi igrometrici impropriamente detti da Muschenbroek *calamite de' fluidi*; e con questa teoria si rende ragione della forma sferica delle gocciole pendenti, della vegetazione de' sali, ossia delle cristallizzazioni che oltrepassano le superficie de' liquidi, delle dandriti, od erborizzazioni che adornano la superficie di certe pietre calcaree o margose, e di altri simili fenomeni.

645. Le azioni capillari intervengono pure nell' assorbimento degli umori nutritivi de' vegetabili, e nelle loro parti distaccate, come si osserva in un ramo d' albero, che immerso per un estremo nell' acqua se ne imbeve. Tagliando Hales il tronco di un albero lo congiunse ad un tubo di vetro, coprendo l'unione di molti doppii di vescica umida, strettamente legata. Ripieno poi il tubo di acqua, lo capovolse, portandolo a pescare sotto il mercurio. Non tardò a vedere il mercurio ascendere nel tubo. Sperimentando con un ramo di melo, in tre ore il mercurio montò sino all' altezza di 12 pollici sotto la sferza del sole di luglio. Il dotto naturalista osservò che tolte le foglie, questa, così da lui detta, *forza di aspirazione* notabilmente diminuiva. Quello però che merita speciale attenzione si è che questo assorbimento ha pur luogo congiungendosi col tubo l' estremo di un ramo in modo che resti in alto la parte più prossima alla radice. A provare il Prof. Matteucci l'influenza della capillarità in questi fenomeni, riempì un tubo di vetro di cenere ben compressa; e congiuntolo con un altro più stretto ripieno d' acqua, fece pescar questo nel mercurio, come nell' esperimento di Hales. Vide allora in poco tempo superato dal mercurio il livello esterno. Nel caso del tronco di una

pianta l' ascensione continua, per l' incessante dispersione dell' acqua evaporata dalle foglie e dalla superficie de' rami, onde nuova quantità di liquido vi sale a riprenderne il posto. Nel tubo pieno di cenere o di sabbia l' assorbimento cessa quando tutta la massa si è insuppata d' acqua. Questo effetto della evaporazione fu da Magnus col seguente esperimento comprovato: chiuso il largo estremo di un imbuto con un pezzo di vescica, lo riempì d' acqua, e tenendo chiuso col dito il tubo, lo rovesciò, immergendolo in una massa di mercurio. Cominciò questo poco dopo a salire nell' imbuto. Non può intendersi questa ascensione senza ammettere che i pori della vescica permettano l' uscita ai vapori acquosi, e vietino l' entrata all' aria; altrimenti il liquido caderebbe all' istante. Gittandosi su d' una carta sugante una gocciola di soluzione carica di principio colorante, come caffè, inchiostro e simili, talchè vi resti quasi sospesa; l'acqua e la sostanza colorante si separeranno. Assorbita la prima inzuppa la carta, e forma la parte esterna della macchia; nel centro poi di questa resta la seconda, non potendo passare pei fori o tubi capillari della carta. Questa specie di filtrazione che avviene, è un fenomeno capillare. Lo stesso accade se per contusione o ferita si sparge in un tessuto una gocciola di sangue. Dividendosi questo poco dopo in siero ed in materia colorante, occupa questa il centro della macchia, perchè non assorbita; mentre il siero, assorbito, ne costituisce la parte esterna. Molti sono i fenomeni di fisiologia vegetabile ed animale, in cui devesi tener conto della capillarità de' tessuti organici, e che possono facilmente intender-

si coi principii finora esposti. Vanno però questi applicati con molta prudenza e circospezione per non incorrere in gravi errori, e patenti contradizioni. Tagliato infatti da Hales il fusto di una vite nell'epoca che *il succo saliva*, lo congiunse esattamente ad un tubo ricurvo di vetro (Tav.23 fig.1), in cui versò del mercurio. Questo ascese nel braccio *n'*, talchè trovò una differenza di livello nelle colonne mercuriali delle due braccia *n*, *n'* di circa 38 pollici. Attesa la pressione atmosferica, di cui nel lib. XIV Cap. I. s'indica la misura, *la forza d'impulsione* del succo della vite contro la colonna di mercurio, sola causa di questo innalzamento, equilibrava una colonna d'acqua alta più di 40 piedi. Non potendo ripetersi questo fenomeno dalla capillarità, anche perchè non può mai uscire un liquido dal tubo capillare in cui sollevasi; se non vuolsi confondere la forza d'impulsione che lo produce colla *forza vitale* de' Fisiologi, devesi ammettere una potenza speciale, che increndo al tessuto organico produce i varii fenomeni caratteristici della vita, e con questa si estingue.

646. I fisici Fischer, Magnus, e Dutrochet hanno osservato il seguente fatto, sinora inesplicabile. Se due liquidi eterogenei, ma fra essi mescibili o combinabili, sono separati da un diaframma poroso e permeabile ad entrambi, come una membrana animale, od una lamina di agilla cotta; si mischiano o si combinano in modo, che l'irruzione ne risulta più dall'una che dall'altra parte; onde mentre il volume dell'uno diminuisce, quello dell'altro si aumenta. L'aumento di volume in una parte del diaframma chiamasi da Dutrochet *endosmosi*, ed *esosmosi* il decremento nell'altra;

endosmometro poi dicesi l' apparato all' uopo impiegato (Tav. 23 fig. 2).

647. Sia A (fig. cit.) un vase di vetro chiuso nella parte larga da una membrana *vv*, e sormontato nella stretta da un tubo B pieno di alcool sino ad una data altezza, ed immerso nell' acqua del vase CD , di cui la membrana non deve toccare il fondo. La colonna alcoolica si eleva in poco tempo , e dopo un giorno s'innalza anche di tre o quattro decimetri, seguitando poi a grondare fuori del tubo. Stando poi all' opposto l'acqua nell' apparato , e l' alcool al di fuori di esso; il livello esterno CD si alzerebbe, abbassandosi l' interno. Se pieno l' endosmometro di soluzione salina, lo s' immerge nell' acqua pura ; la soluzione s' innalza nel tubo sul livello idrostatico , e l' opposto avviene se dentro vi è l' acqua e fuori la soluzione salina. Vi è pure endosmosi dall' acqua comune all' acqua di gomma, all' acqua carica di acido acetico , di acido nitrico , e specialmente di acido cloridrico, dalla solnzione di solfato potassico a quella satura di acetato della stessa base , ec. Ma non v' è endosmosi tra acqua ed acqua carica di acido solforico. Ha parimenti dimostrato Dutrochet , che di tutte le organiche soluzioni l' acqua albuminosa produce in massimo grado l' endosmosi; indi la soluzione di zucchero , l' acqua di gomma, ed in ultimo l' acqua gelatinosa.

648. Questo fatto è certamente inesplicabile colle sole leggi della capillarità ; poichè attraversando i liqnidi la membrana , camminano contro i noti principii di idrostatica. Vi è dunque una potenza , che snperando l' azione contraria della gravità, produce l' irruzione

dei liquidi. Benchè a renderne ragione molto siasi detto da Fischer, Magnus, Dutrochet e Fusinieri, se ne desidera tuttavia la spiegazione. È fuor di dubbio però doversi questa classe di effetti, 1.° alla reciproca azione dei due liquidi, i quali esser debbono mescibili o combinabili; 2.° ed alla varia azione capillare tra essi ed il diaframma, avendo luogo in gran parte l'endosmosi in favor del liquido per cui tal azione è più debole. Certa è benanche nelle membrane la varia attitudine d'imbeversi di diversi liquidi, dopo il seguente fatto osservato da Doebererner. Esposta all'aria una vescica piena di alcool diluto da una data quantità di acqua; dopo qualche tempo vi si trova questo concentrato. Devesi quindi ammettere, che imbevendosi la membrana più facilmente d'acqua che di alcool, quella ha potuto evaporarsi più abbondantemente di questo.

649. La scoverta di Dutrochet rischiarando molti fatti fisiologici, gli esperimenti all'uopo istituiti dai benemeriti Magnus e Matteucci (1), non possono essere di lieve interesse. Quantunque però risulti ora più facile la spiegazione di parecchi fenomeni organici, non perciò l'applicazione delle fisiche teorie alla biologia va esente da una grande circospezione. Anzi questa è in proposito pur troppo necessaria, per non confondere gli effetti delle cause generali inerenti alla materia, con quelli proprii ed esclusivi della vitalità.

(1) *Lezioni sui fenomeni fisico-chimici dei corpi viventi.* Pisa 1844.

CAPITOLO VI.

DELL' EQUILIBRIO DEI SOLIDI COI LIQUIDI.

650. Quando un corpo solido s' immerge in tutto o in parte in un liquido, la parte immersa della sua superficie considerar devesi come una parete che limitando il liquido soffrir deve la pressione sostenuta dalle molecole liquide, che occupavano il suo luogo (§.614). Ma tal pressione teneva allora in equilibrio la massa liquida, ora rimpiazzata dal corpo immerso; dunque quella agiva, come ora direttamente agisce, da sotto in sopra. D' altronde il corpo immerso ha nel peso della sua massa una forza agente da sopra in sotto. Per costituirsi dunque l' equilibrio debbono queste due forze essere eguali e di opposta direzione. Derivano in generale da ciò tutte le leggi de' corpi solidi immersi nei liquidi, o galleggianti alla loro superficie.

ARTICOLO I.

DE' SOLIDI IMMERSI NE' LIQUIDI IN RIPOSO.

651. Niuno ignora che un solido immerso nell'acqua potabile si solleva più facilmente che quando giace nell' aria; e che questa facilità si aumenta quando si vuole rilevarlo dal fondo dell' acqua marina. Ciò prova che, contrastando i liquidi la gravità de' solidi ne diminuiscono il peso, e che questa diminuzione è in ragion diretta della densità di quelli. Gli esperimenti istituiti

colla così detta *bilancia idrostatica* AB (Tav. 9 fig. 1) contestano questa verità. Attaccati al di sotto de' suoi due bacini C e D due piccoli uncini per sospendervi de' corpi solidi, si sottopongono due cilindri di cristallo E, F, in cui dal vase maggiore G si può passare il liquido per i canaletti H, I, girandosi le chiavi *a*, *b*. Introdotta così l'acqua, per esempio, nel vase F, vi resta immerso il corpo sospeso al bacino D, di cui il contrappeso posto nell'altro bacino C rileva il peso anteriore e posteriore all'immersione. Sospeso indi al bacino D il cilindretto cavo di rame *c*, e sotto di esso un altro pieno *d* anche di rame, esattamente collo stesso combaciante, e capace di esser da questo contenuto; mentre la bilancia è equilibrata dai contrappesi posti nel bacino *c* s'introduca l'acqua nel cilindro F girandosi la chiave *b*. Appena il solido *d* comincia ad immergervisi, l'equilibrio della bilancia si turba, e questa semprеppiù trabocca dalla parte dei pesi sino alla totale immersione del solido *d*. Introdotta in tale stato a poco a poco dell'acqua nel cilindro cavo C esistenti fuori di essa, l'equilibrio si restituisce, e quando se n'è ripieno esattamente, la bilancia riprende colla posizione orizzontale il perduto equilibrio. Ma questo era stato turbato dalla progressiva immersione del cilindro *d* per la diminuzione del peso di questo da quella prodotta; e quando per l'intera immersione del cilindro la perdita del peso è stata quella che per l'indicata ragione esser dovea, la bilancia non più trabocca. A restituire quindi l'equilibrio si dovrebbero aggiungere tanti pesi nel bacino D da eguagliare il peso perduto da *d*. Ma l'equilibrio si è restituito da un vo-

lume di acqua eguale a quello del solido immerso; dunque *i corpi immersi ne' liquidi perdono una parte del loro peso eguale a quello del volume liquido, di cui hanno occupato il luogo.*

652. Questa verità fondamentale provata dall' esperienza emana dagli esposti principii. Supponendo una massa liquida in riposo dentro un recipiente qualunque, ogni sua parte, o nella superficie o nell' interno, deve essere necessariamente in equilibrio per la pressione del liquido tranquillo che la circonda. La consolidazione di un dato volume, come per esempio, di un pollice cubico della massa liquida, non turberà questo equilibrio, non alterandosi il peso delle sue particelle, sieno esse aggregate o disgregate; onde questo volume soffrirà in ogni punto della sua superficie delle pressioni in ogni senso, che scambievolmente si annienteranno. L' equilibrio però di questa massa liquida o solida esige due condizioni, cioè l' eguaglianza della risultante di tutte le pressioni del liquido ambiente al suo peso, e l' azione verticale di questa risultante da giù in su, passando pel centro di gravità (§. 204). Occupando dunque il solido per l' immersione il luogo della massa liquida disgelata, sarà come questo premuto dal liquido circostante; cioè la risultante di tutte le azioni del liquido agirà all' insù sul corpo immerso come avea prima agito sulla massa liquida discacciata; e qnest' azione chiamata *spinta verticale* passerà pel centro di gravità del corpo immerso. Onde il peso o la tendenza del corpo immerso all' ingiù è diminuita dallo sforzo del liquido all' insù; e l' azione del liquido annienta una parte del peso del corpo, eguale a quello del volume del liquido discacciato.

653. Cagionando la spinta verticale del liquido la perdita di peso del solido immersovi, s'intende perchè cavandosi dall' acqua una secchia, od altro corpo immersovi, se ne avverta tutto il peso nel momento della emersione; perchè si nuoti più facilmente col corpo interamente, che in parte immerso nell' acqua; ed in fine perchè i corpi pesino più nel vuoto che nell' aria, agendo questa su quelli al pari dei liquidi.

654. Segue da tutto ciò: 1.° che la pressione su di un corpo immerso in un liquido pesante ed in equilibrio è valutabile al pari di quella sulla massa liquida dal corpo espulsa, cioè come un prisma la di cui base sia la superficie del corpo e l' altezza la distanza del centro di gravità di questo corpo dall' estrema e superiore del liquido; 2.° che le pressioni laterali del liquido contro un corpo immersovi sono eguali e contrarie, derivando dalle molecole collocate negli strati del liquido equidistanti dalla superficie di livello; 3.° che le pressioni del liquido da alto in basso ed al contrario, sulla superiore ed inferiore superficie del corpo immerso sono opposte e diseguali, essendo la prima minore della seconda, per la distanza del liquido sottoposto al corpo dalla superficie di livello, maggiore di quella del liquido sovrastante; 4.° e che la risultante di queste opposte ed ineguali pressioni eguaglia il peso della massa liquida discacciata, cioè la parte del peso che perde il corpo immerso.

655. Eguagliando questa perdita il volume del liquido dal corpo espulso (§. 651), è dessa in ragion diretta del volume del corpo immerso. Sospesi infatti ai bacini C, D della bilancia idrostatica (Tav. 9 fig. 1)

due cubi, uno di rame e l'altro di piombo, egualmente pesanti ond' essa resti in equilibrio; i loro volumi saranno diseguali per la diversa loro densità (§. 42); ed essendo quella del rame minore di quella del piombo, il volume del primo sarà maggiore di quello del secondo. Introdotta poi l'acqua nei due sottoposti cilindri E ed F in modo che entrambi vi restino immersi, l'equilibrio della bilancia si rompe, e traboccando il bacino D si conosce che il cubo di piombo, come di minor volume, ha perduto in peso meno di quello di rame, e vi si ristabilisce l'equilibrio con un contrappeso nel bacino C. Or ripetendosi l'esperimento con cubi sempre equiponderanti, ma di diverse dimensioni, bisognerà mettere nel bacino C dei contrappesi tanto maggiori, quanto maggiore sarà il volume del cubo sospesovi; il che provando la perdita di peso proporzionale al volume del solido immerso, permette conchiudere che *i solidi dello stesso peso, ma di diverso volume perdono parti ineguali di peso quando s' immergono nello stesso liquido.*

656. Due corpi quindi di diversa densità, come piombo e rame, legno e carta, sovero e bambagia, benchè nell'aria sembrino di egual peso, non lo sono realmente; perchè il corpo di maggior volume, escludendo un maggior volume di aria, deve perdere più peso. Equilibrandosi infatti su di una sensibilissima bilancia 1000 grani di piombo con altrettanti di sughero, ed intromettendosi poi l'apparato sotto di una campana vuota di aria, la bilancia trabocca dalla parte di questo, che si fa eccedere il peso di quello di circa 4 grani. Delle lievi merci adunque occupanti un gran volume in

paragone di quello de' contrappesi di metallo, con cui si proporzionano, si dà sempre una quantità maggiore della convenevole; non valutandosi questo eccesso come di piccolo rilievo; e per l'esatto peso de' corpi nell'aria, impiegar bisogna i contrappesi di volume eguale o poco diverso.

657. Essendo la perdita di peso, che soffrono i solidi per la loro immersione ne' liquidi, proporzionale al loro volume; due corpi dello stesso volume e di diverso peso soffrir debbono la stessa perdita quando si immergono nello stesso liquido. Sospesi infatti ai due piatti C, D della bilancia idrostatica (Tav. 9 fig. 1) due cubi di egual dimensione, uno di rame l'altro di piombo, ed equilibrati coi pesi aggiunti al piatto che porta il cubo di rame; si osserva che profondati entrambi nell'acqua introdotta ne' cilindri E ed F, l'equilibrio della bilancia non si turba; perchè i due cubi di egual volume escludendo eguali volumi di acqua perdono eguali pesi (§. 651), e soffrendo le due braccia della bilancia un eguale decremento l'equilibrio resta inalterato; onde conchiudesi che *i corpi di egual volume, benchè di diverso peso, ne perdono uno eguale quando sono immersi nello stesso liquido.*

658. La spinta verticale come risultante di tutte le azioni delle molecole liquide circostanti al solido immerso, per equilibrarsi dev'essere proporzionale al numero delle molecole attive, cioè alla densità del liquido. Se dunque tale spinta contrasta la gravità del solido immerso, la perdita di peso di questo dev'essere proporzionale alla densità del liquido in cui s'immerge. Sospesi infatti alle due coppe C, D della bilancia

idrostatica (Tav. 9 fig. 1) due cubi di rame o di altro metallo, ma dello stesso volume; e ripieni i due cilindri E, F, l'uno di alcoole e l'altro di acqua, si perturba tosto l'equilibrio, e la bilancia trabocca dalla parte del cubo immerso nell'alcoole. È facile quindi l'intendere che ad onta dell'eguaglianza de' volumi esclusi, l'uno di spirito di vino, e l'altro di acqua, i loro pesi sono diseguali perchè di diversa densità; onde si rompe l'equilibrio della bilancia, e per la maggior perdita di peso sofferta dal cubo immerso nell'acqua, ch'è più densa, trabocca la stessa dalla parte dell'alcoole. Se ne inferisce quindi che *un corpo immerso in liquidi di diversa densità perde una varia parte di peso, proporzionale alla densità del liquido in cui s'immerge*.

659. Tutte queste teorie non sono che diverse espressioni del principio, che un solido immerso in un liquido perde una parte di peso eguale a quello del volume del liquido espulso. La perdita del peso, che per l'immersione il solido soffre, deriva dal volume del solido e dalla densità del liquido in cui s'immerge. Se i volumi dei corpi immersi nello stesso liquido sono eguali, eguali saranno le rispettive perdite dei loro pesi. Se i pesi assoluti dei corpi immersi sono eguali, ed i loro volumi diseguali per la loro diversa densità, ineguali saranno le perdite dei pesi. Ed infine lo stesso corpo immerso in diversi liquidi perderà un peso sempre diverso per la varietà del peso del liquido espulso dal solido.

660. Attraversando un solido le molecole liquide per l'azione della propria gravità, e risultando la spinta

verticale, con cui i liquidi a questa forza si oppongono, dal numero delle loro molecole attive, si riferiscono entrambe queste azioni alle rispettive masse. Ma quando la densità del solido eguaglia quella del liquido in cui s' immerge, contenendo entrambi sotto egual volume una egual quantità di materia (§. 43), le due opposte azioni, cioè quella del solido e l'altra del liquido come eguali si equilibrano. In tal caso dunque il solido immerso in un liquido qnieto ovunque si collochi dee restarvi immobile. Ed in vero come il volume del liquido espulso per l'immersione era in equilibrio perchè sostenuto e vinto nel peso dal liquido sottoposto; così il solido, che lo ha rimpiazzato, pesando quanto esso dev' essere anche sostenuto e restare in equilibrio. La sostituzione in somma di una quantità di molecole legate ad un'altra disciolte, dello stesso peso e volume, equivale ad un togliere e poi rimettere il liquido espulso.

661. Aumentandosi la pressione d'alto in basso del liquido sovrastante al solido immerso, non può turbarne l'equilibrio, neppure ad una gran profondità; poichè crescendo nella stessa ragione l'opposta pressione del liquido sottoposto, la loro risultante eguagliando il peso del solido immerso lo vince esattamente. Tanto comprova il legno del Brasile, che tuffato nell'acqua marina vi resta sospeso ed immobile ovunque si situi, perdendo tutto il suo peso coll' immersione in questo liquido. Può dunque stabilirsi che *un solido denso o pesante quanto il liquido in cui è immerso, vi resta tranquillo ovunque sia posto.*

662. Se poi il solido è più denso del liquido, do-

vendo quello occuparvi un luogo eguale al suo volume, ne discaccia una massa minore della sua; e quindi minore della gravità del solido la spinta verticale opposta dal liquido, il corpo immerso scenderà sino al fondo per l'eccesso del suo peso assoluto su quello perduto per l'immersione. Un pezzetto di piombo gittato nell'acqua ne esclude un volume eguale al suo, ma pesando meno del pezzetto di piombo il volume dell'acqua espulsa, perde quello parte del suo peso e cala a fondo pel peso residuale, cioè per l'eccesso del suo peso assoluto sul peso perduto. E riferendosi il peso perduto dai solidi alla densità dei liquidi in cui s'immergono (§. 658), l'eccesso risulta maggiore ne' liquidi meno densi e minore nei più densi. Perciò il pezzetto di piombo gittato nell'acqua marina cade anche a fondo, ma men celeremente di quando attraversa l'acqua potabile. Dunque *un corpo relativamente più denso del liquido in cui s'immerge, non può restarvi in riposo; ma dee scendervi a fondo pel suo peso residuale, cioè per l'eccesso del suo peso assoluto su quello del liquido.*

ARTICOLO II.

DEI GALLEGGIANTI.

663. Non sempre i solidi immersi nei liquidi vi restano ad ogni profondità equilibrati (§. 660), nè sempre vi cadono a fondo (§. 661); provando la giornaliera sperienza che un pezzo di legno o di sughero immerso e profondato nell'acqua non vi resta in riposo,

nè vi cade a fondo; ma salendo invece si colloca sulla superficie. Or i corpi che profondati nei liquidi montano e si riposano nella loro superficie diconsi *galleggianti*. La pressione con cui l' acqua sottoposta sospinge dal basso in alto il volûme dell' acqua espulsa, per esempio, dal sughero, eguaglia il peso di questo volume, tenendosi per queste due eguali ed opposte forze l' acqua discacciata in equilibrio ed in riposo. Ma nella sostituzione del sughero all' acqua espulsa, l' azione con cui l' acqua sottoposta lo spinge da giù in sù è maggiore del suo peso, pesando il sughero, come men denso dell' acqua, meno del volume di quella da esso espulsa. Una parte quindi dell' azione dell' acqua sottoposta da basso in alto annienta tutto il peso del sughero, e sospingendolo l'altra all'insù lo mette in moto da basso in alto. E salendo il sughero da uno strato all'altro, costantemente sospinto all' insù dall' istessa pressione, è sempre in moto e continua sempre a salire, finchè giunto sull'acqua si metta in equilibrio alla sua superficie.

664. Essendo a volumi eguali la massa del solido immerso minore di quella del liquido traslocato, la spinta verticale del liquido circostante risulta maggiore dell' azione del solido. Una parte dunque dello sforzo del liquido sottostante vince il peso del corpo immerso, e lo fa l'altra rimontare; e la forza, con cui il corpo immerso sale, eguaglia la differenza dei pesi del solido immerso e del volume del liquido discacciato, cioè quella delle loro rispettive densità. Dunque può conchiudersi che *un solido relativamente men denso di un liquido, in questo immergendosi non può restarvi profondato, ma sale a galla appena lasciato in libertà.*

665. L' esperimento delle così dette *figure di Cartesio* pruova chiaramente che il galleggiare di un solido alla superficie di un liquido, l' affondarvi, od il restarvi in equilibrio ad ogni profondità non deriva che dal rapporto del peso e volume del solido con quelli del liquido. Si esegne esso con una piccola statuetta di smalto, vuota, dotata di un piccolo foro nella parte inferiore, ed immersa in una bottiglia ripiena di acqua, ed esattamente chiusa con un pezzo di pergamena o di vescica. Essendo la statuetta più leggiera di un eguale volume di acqua, vi galleggia; ma premendosi colla pergamena il piccolo strato di aria posto tra questa e la snperficie dell'acqua, la pressione trasmessa alla massa di acqua fa entrarne nna piccola parte nella statuetta dal cennato bucolino; e resa così questa più grave di un egual volume di acqua in cui è immersa, scende immediatamente a fondo. Cessando di premere la pergamena, l'aria compresa nella cavità della statuetta discaccia per la sua elasticità la piccola porzione di acqua; onde resa la statuetta di bel nuovo più leggiera dell'acqua, monta alla superficie di questa. Premuta poi leggermente la pergamena, non potendosi introdurre nella statuetta che pochissima quantità di acqua, resa quella densa quanto l'acqua, vi si mantiene sospesa ad ogni profondità. Conservando dunque nn corpo il suo volume e variando solo di massa per essere più o meno denso del liquido in cui è immerso, o quanto questo, vi giunge al fondo o vi galleggia, o secondo le circostanze vi resta equilibrato. Per la stessa ragione le foglie, i carboni, ed i legni infradiciati discendono nell' acqua dopo di avervi galleggiato; poichè impregnandosi di ac-

qua, acquistano un peso maggiore di quello che aveano e di quello di un corrispondente volume di acqua.

666. Or benchè un solido galleggi su di una massa liquida, pure agendo col suo peso su di questa vi si deve di tanto profondare per quanto liquido può col suo peso discacciare; onde la parte immersa del solido, ossia il volume liquido cacciato di luogo, corrisponder deve a tutto il peso del solido. Se messo infatti un cilindro di abete o di altro legno in un vase pieno di acqua per metà, si noti l'altezza a cui questa sale per l'immersione di una parte del cilindro galleggiante, indi si noti il peso del vase coll'acqua e col cilindro, e tolto poi questo si versi nel vase altr'acqua finchè giunga all'altezza, a cui era prima pervenuta per l'immersione di una parte del cilindro galleggiante, indi si noti il peso del vase coll'acqua e col cilindro, e tolto poi questo si versi nel vase altr'acqua finchè giunga all'altezza, a cui era prima pervenuta per l'immersione di una parte del cilindro; il peso del vase, dell'acqua e del cilindro eguaglierà quello del vase, dell'acqua dapprima contenuta in questo, e di quella sostituita al cilindro. L'acqua che s'innalza nel vase pel cilindro di legno è quella da questo espulsa; e l'acqua, che tolto il cilindro si aggiunge, eguaglia il volume dell'acqua espulsa. Pesando il cilindro di legno quanto l'acqua aggiunta; per l'eguaglianza del peso tanto col cilindro quanto colla detta acqua, quella espulsa dal cilindro pesa quanto questo. Non essendovi in vero equilibrio tra il peso del solido che lo spinge all'ingiù e la spinta verticale del liquido che lo spinge all'insù, il solido sale sempre fin ch'è

tutto immerso nel liquido; ma cessa di montare e di muoversi quando il suo peso è equilibrato dalla pressione del liquido all' insù, ossia quando il solido giunto alla superficie del liquido n' è in parte emerso, e colla parte immersa ha escluso un volume eguale al suo in peso per l' eguaglianza della spinta del liquido all' insù e del peso del solido. Potendosi dunque in tal caso un solido galleggiante mettere in equilibrio, se ne inferisce che *tutto il solido galleggiante eguaglia in peso il liquido espulso, ossia che pesa quanto un volume di liquido eguale alla parte di esso, che vi è immersa.*

667. Segue da ciò che le navi come galleggianti cacciano di luogo una quantità di acqua eguale in peso a quello di esse e del loro carico; che secondo la gravità di questo profondano nell' acqua; e che conoscendosi il peso del volume di acqua eguale alla parte immersa di una nave, si può facilmente valutar quello di essa e del suo carico. Supponendo quindi per esempio che la parte profondata del fondo sia di 4500 piedi cubici, il prodotto di questo numero per 72 libbre, peso approssimativo di un piede cubico di acqua marina, cioè $72 \times 4500 = 324000$ libbre, esprimerà il peso del volume dell' acqua espulsa, e quindi tutto il peso della nave e del suo carico.

668. Se dunque nello stesso liquido, per esempio nell' acqua marina, s' immergono solidi galleggiabili dello stesso peso, ma di diverso volume; il più voluminoso poggiando su di una colonna liquida della sua ampiezza, per l' azione del suo peso contrastata da una spinta verticale a questa massa liquida proporzionale, non può che di poco profondarsi; mentre al so-

lido meno voluminoso, per lo stesso peso contrastato da una spinta all' insù meno intensa, perchè derivante da una colonna liquida di minor volume, resta maggior forza per discacciar liquido e profondarsi. Può dunque stabilirsi che *a dati eguali l' immersione de' solidi galleggianti è in ragione inversa de' loro volumi*.

669. Si fa di questa teoria una felice applicazione per render galleggianti i corpi che non lo sono, ampliandosene il volume, od unendosi a corpi di essi più leggieri; onde poggiati su di una maggior colonna liquida invece di affondarvi vadino a galla. L' uomo poco esperto nell' arte del nuoto unisce al suo corpo una quantità di sughero per non sommergere, e caduto in mare per burrasca si procura uno scampo afferrandosi ad un legno, o ad altro oggetto leggiero dal naviglio caduto; sicuro così, se non di resistere alla violenza de' flutti, di dar tempo almeno ad altri di accorrere in sua salvezza. Spesso impiega allo stesso oggetto una giacchetta di taffetà inverniciato, foderata di sughero; o si attacca con corregge al petto una specie di sacco, che quasi mantice può colla bocca gonfiare. Ha egli pure inventato all' uopo ed in più modi costrutto e perfezionato una macchina detta *scaffandro*. Questi ed altri simili artifizii però, utili per poco tempo e vicino alle spiagge, non sono tali a lungo tempo, in alto mare, e nelle forti tempeste.

670. A questo principio debbono i pesci la facoltà di variar di dimora nell' acqua. Vi si muovono essi non solo per l' azione delle pinne, che come remi o vetti sono preferibili pel movimento orizzontale, ma vi di-

scendono a fondo, e rimontano alla superficie per una vescica piena di aria che hanno nel ventre, semplice in alcuni, doppia in altri, e triplice in molti. Compressa questa, o più o meno dilatata, dalla diversa azione della acqua, o dalla facoltà che hanno di restringere ed ampliare la cavità dell'addome, per l'occupazione di un maggiore o minor volume essi salgono a galla o scendono a fondo. Forata infatti la vescica con un ago sono i pesci forzati a radere il fondo del mare; e quei che vivono in questo, o sull'arena, ne sono affatto privi. I cadaveri degli annegati sollevansi sopra l'acqua pel volume aumentato dallo sviluppo dei gas prodotti dalla corruzione, e poi vi si sommergono perchè diminuito tal volume dall'azione dell'ambiente e dalla dispersione delle sostanze gassose contengono più materia di un pari volume di acqua. I cannoni infine ed ogni altra specie di oggetti riposti in una nave non sommergono, formando col legno un volume più leggiero di un pari volume di acqua marina su di cui gravita.

671. Immergendosi poi nello stesso liquido diversi solidi galleggianti dello stesso volume, ma di diverso peso, come due cilindri uno di legno di abete ed un altro di sughero; il primo, come più pesante, meglio contrastando la spinta del liquido all'insù ne discaccia un maggior volume, e vi si profonda più del secondo. Quindi *a dati eguali l'immersione de' solidi galleggianti è in ragion diretta del loro peso.*

672 Emana da questa teoria la pratica di due metodi col primo de' quali si staccano dal fondo dei mari e dei fiumi grandi pesi, e si determina col secondo il peso relativo dei diversi solidi secondo la diversa quantità del

loro volume immerso in un dato liquido. Attaccati i pesi colle funi ad uno o due battelli sopraccarichi di zavorra in modo che vadano quasi a fior d'acqua, se ne scaricano del tutto per diminuirne moltissimo e ad un tratto la gravità; onde montando essi in alto sollevano i pesanti oggetti a cui sono collegati. Si giudica in marineria del carico di una nave dal volume della carena profondata nell'acqua.

673. Tuffandosi in fine un solido successivamente in liquidi di diversa densità, s'immerge più nel liquido meno che nel più denso. Di un cilindro d'olmo infatti, lungo 10 pollici, perpendicolarmente immerso nell'acqua o nell'alcoole, la parte superiore al livello è nel primo caso di 4 e nel secondo di 3 pollici; poichè non potendo il cilindro galleggiare sull'uno o l'altro liquido senza escludere un volume in peso eguale al suo (§. 666), per la densità dell'acqua, maggiore di quella dell'alcoole, il cilindro si mette in equilibrio escludendo un minor volume di acqua ed uno maggiore di alcoole, cioè immergendosi più in questo che iu quella. Dunque *l'immersione di un solido galleggiante è in ragion inversa della densità del liquido in cui segue.*

674. Nulla quindi più facile del conoscere il rapporto di densità dei varii liquidi. Essendo infatti nell'addotto esempio di 6 pollici la profondità, a cui scende il cilindro nell'acqua, e di 7 quella, a cui scende nell'alcoole; la densità del primo liquido è a quella del secondo in ragion inversa dei due numeri, cioè :: 7 : 6, ossia :: 1 : 0,857. Quindi *le relative densità dei liquidi sono in ragione inversa dei loro volumi espulsi dal galleggiante, ossia delle sue parti immerse.* Poggia su

questo principio la costruzione dell'*idrometro*, di cui si terrà discorso nel segueute articolo; e spiegasi con esso il maggior profondamento delle barche cariche quando dal mare s'imboccano in fiumi navigabili, che obbliga i marinari a renderle leggiere diminuendone la zavorra. Perciò un uovo, che si profonda nell'acqua potabile, va a galla quando in essa si è disciolto del sale.

675. Per l'equilibrio dunque di un galleggiante si richieggono due condizioni : 1. che la spinta verticale del liquido all'insù eguagli il peso del galleggiante (§. 666), ossia che il volume del liquido espulso dalla parte immersa del corpo eguagli questo in peso; 2. e che i centri di gravità del liquido espulso e del galleggiante sieno nella stessa linea verticale.

676. Per *la stabilità idrostatica* poi *dei galleggianti* un corpo qualunque AFB (Tav. 9 fig. 2) dee trovarsi immerso sino ad AB; poichè essendo in tal caso nella stessa verticale EF il centro di gravità di tutto il galleggiante e dell'acqua espulsa, ossia della parte immersa AFB, e la spinta dell'acqua in su; tutto il galleggiante è in equilibrio per l'opposizione ed eguaglianza del suo peso e della spinta dell'acqua. Turbandosi però questo equilibrio, od inclinandosi l'asse verticale, la parte immersa, cambiata posizione, diventa *afb*; ed il suo centro di gravità, contro cui agisce la spinta verticale dell'acqua, muta sito, incontrando questa l'asse inclinato in un punto qualunque, detto per la prima volta da Bouguer (1) *metacentro*. Or una certa posizio-

(1) *Trattato del vascello.*

*

ne di questo punto riguardo a quella del centro di gravità del galleggiante produce la stabilità idrostatica. L' equilibrio è, o nò, stabile secondocchè il centro di gravità è sotto o sopra il metacentro. Essendo infatti il centro di gravità in g, tende a far cadere l' asse cf da sopra in sotto per gh, e la spinta dell' acqua, diretta in senso contrario, cioè da sotto in sopra per dc, cospira col centro di gravità alla maggiore inclinazione dell' asse sino al totale rovesciamento del corpo. Ma quando il centro di gravità è in c, segue il suo sforzo per cd, e la spinta verticale in senso contrario seguendo per hg cospira a rimettere l' asse ef nella sua primitiva posizione EF. Se poi il centro di gravità ed il metacentro concorrono nello stesso punto dell' asse, il galleggiante si equilibra in qualunque posizione (1).

677. Ma quanto più l' asse s' inclina tanto più il metacentro scende e s' avvicina al centro di gravità; per un' assoluta stabilità (§. 230) è dunque necessario che in qualunque inclinazione dell' asse il metacentro non scenda mai sotto il centro di gravità; potendo per una oscillazione del galleggiante mancare in tal caso la stabilità idrostatica e rovesciarsi lo stesso galleggiante. Perciò nella costruzione e nell' armamento de' vascelli si bada a collocare il loro centro di gravità quanto più sotto si può. Or passando sempre la spinta verticale del liquido pel centro di gravità del volume del liquido discacciato, cioè della parte immersa del galleggiante, si

(1) Francoeur, *Meccanica elem.* pag. 453 e seg. Poisson, tom. 2 p. 404.

può conchiudere che *l' equilibrio del galleggiante è stabilito quando il suo centro di gravità è al di sotto di quello della sua parte immersa.* E tendendo tanto più il galleggiante a ritornare alla sua antica posizione, quanto più il suo centro di gravità cade sotto quella della sua parte immersa, ne segue che *la stabilità idrostatica è tanto più assicurata, quanto più il centro di gravità del corpo è sotto quella della sua parte immersa.* A portare infatti nel più basso punto il centro di gravità delle navi si ripone nel loro fondo la zavorra con altre materie, e nei vascelli si dispongono le merci in modo che per evitare quei loro moti tanto incommodi ai naviganti si mettono nella stiva gli oggetti più pesanti (1).

ARTICOLO III.

APPLICAZIONE DELLE PRECEDENTI TEORIE AL PESO SPECIFICO DE' CORPI.

678. Per l'esame de' varii fenomeni di equilibrio e di movimento distinguonsi i corpi non solo secondo le loro diverse qualità, ma anche secondo l'unione o scioglimento delle loro molecole, l'attitudine od incapacità di queste a comprimersi ed a ripristinarsi dopo la compressione, ed il loro peso e densità. Un corpo pesante non è che la riunione di più punti materiali, ai

(1) Giova consultare all'uopo la *Geometrie et Mecanique des arts et metiers* del Bar. Carlo Dupin.

quali sono applicate forze eguali e parallele, la di cui risultante, parallela alla loro comune direzione, è il suo peso assoluto (§. 201). Indipendente questo peso dal volume e dalla forza del corpo, non lo è però dalla sua massa, onde ne' corpi omogenei è proporzionale al volume (§. 39); due corpi infatti della stessa natura e di egual volume sono eguali anche di peso, onde posti ne' piatti di una bilancia la mettono in equilibrio. I corpi eterogenei al contrario non avendo sotto egual volume la stessa massa non hanno lo stesso peso. Ma dicesi più o meno denso quel corpo, che sotto egual volume ha un maggiore o minor numero di molecole equiponderanti. Dal paragone dunque del peso di un corpo con quello di un altro deriva l' idea della *densità* o *gravità specifica*, detta più propriamente *peso specifico* de' corpi, cioè il rapporto del peso assoluto di un corpo con quello di un altro, preso per unità o termine di paragone.

679. Determinandosi la gravità specifica come la densità, ed eguagliando questa il quoziente della massa, ossia del peso diviso pel volume (§. 43); se si chiami G la gravità specifica di un corpo, P il suo peso, e V il volume, si ha $G = \frac{P}{V}$; ossia *la gravità specifica eguaglia il peso diviso pel volume*. Essendo quindi $P = G \times V$, i pesi dei corpi sono proporzionali ai loro volumi (§. 39), ed alle loro gravità specifiche (§. 38); come, essendo $V = \frac{P}{G}$, i volumi dei corpi sono in ragion composta della diretta dei pesi ed inversa delle

gravità specifiche (§. 42). Nel caso dunque di eguaglianza di volume, le gravità specifiche di due corpi sono in ragion diretta dei loro pesi, ossia G: g :: P: p; onde ridotti due o più corpi ad egual volume, si deducono dai loro pesi le loro gravità specifiche o i pesi relativi, prendendosi per unità di paragone di quei dei corpi solidi e liquidi l'acqua distillata alla temperatura vicina al gelo, *cioè* a 3°,92, in cui ha il massimo di densità; e per i fluidi elastici l'aria a 0° di temperatura ed a 0^m,76 di pressione, in preferenza di altro gas, come la stessa in ogni clima e stagione.

680. Scovertosi da Archimede che un solido immerso in un liquido perde del suo peso una quantità eguale a quello del volume del liquido espulso (§.651), e che questa perdita è proporzionale alla densità del liquido in cui il solido s'immerge (§. 658); si è trovato con questo principio il mezzo di agevolmente valutare la gravità specifica dei diversi liquidi. Sospendendosi all'uopo un cubo di platino o di oro ad un sottilissimo filo attaccato al piatto di una sensibilissima bilancia, si equilibra nell'aria coll'altro piatto; immergendolo poi successivamente in varii liquidi, come nell'acqua, nell'alcoole, nell'etere solforico e simili, sempre attaccato al filo, perde il cubo diverse quantità del suo peso, espresse dai pesi aggiunti nel piatto, a cui esso è attaccato per ricostituire l'equilibrio, ed equivalenti ai pesi dei volumi dei liquidi espulsi; or, attesa l'eguaglianza di questi volumi per essere il corpo immerso sempre lo stesso, e la costante temperatura in cui i liquidi si mantengono, essendo a

vità specifica dell'alcoole $=\frac{52,920}{66,983}=0,790$. Non si tien conto in questo sperimento del peso dell'aria contenuta nel matraccio quando se ne saggia il peso prima d'immettervi i liquidi; potendosi trascurare senza errore per essere il peso di questo fluido $\frac{1}{779}$ di quello del liqnido. Devesi però immergere il matraccio nella stessa massa di acqua mantenuta allo stesso grado di calore, per eguagliare la temperatura dei liqnidi in esperimento. Suolsi ordinariamente paragonare le due densità alla temperatura dei corpi circostanti.

682. Il principio di Archimede, che ha fatto conoscere la gravità specifica de' liquidi, ha suggerito anche il metodo di valutare quella de' solidi. Pesati questi prima nell' aria e poi nell' acqua, il primo peso diviso per la sua perdita nell' acqua indica la densità del solido rignardo a questo liquido, non essendo tal perdita che il peso di un volume del liquido eguale a quello del solido (§. 651). Supponendosi per esempio che un pezzo di oro pesi nell'aria 7,821 e nell'acqua 7,415; l' eccesso del primo sul secondo peso, 7,821—7,415 = 0,406, dinoterà la perdita di peso sofferta dal metallo per l' immersione, onde la sua gravità specifica è espressa da $\frac{7,821}{406}=19,263$. Questo processo oltre la precisione ha il vantaggio di essere eseguibile in grande, come per un pezzo di ferro fuso, di bronzo, di latta e simili.

683. Ve n' è però un altro più in uso, perchè più

comodo. Pesato nell'aria il corpo di cui si vuol conoscere la densità, si pesa una boccia piena di acqua distillata e vi s'introduce il solido, che espelle una parte di acqua; pesata la boccia contenente il solido ed il liquido, la differenza de' due pesi dà la densità del corpo in più od in meno. Supponendo per esempio che la boccia piena d'acqua pesi 183,543 ed il pezzo di legno nell'aria 1,253, la somma di questi due pesi sarà 184,796; se il peso della boccia contenente l'acqua ed il legno è 182,949, il residuo 184,796 — 182,949 = 1,847 sarà il peso dell'acqua esclusa; onde dividendo il peso del solido nell'aria con quello dell'acqua espulsa si ha per gravità specifica del legno $\frac{1,253}{1,847}$ = 0,678. Giova specialmente questo processo per determinare la gravità specifica dei corpi più leggieri dell'acqua, come legni, sovero, carboni, cera ec. e dei corpi in polvere, come sabbia e simili; che non si potrebbe altrimenti valutare. Vuolsi solo avvertire 1.° che la boccia piena del solido e dell'acqua dee riporsi sotto la macchina pneumatica per facilitare col vuoto lo sprigionamento dell'aria frapposta; 2.° e che pei corpi solubili nell'acqua devesi a questa sostituire altro liquido, come olio, alcoole, ec. di densità conosciuta relativamente a quella dell'acqua.

684. A render più pronte queste operazioni si sono inventati i così detti *Idrometri* od *Areometri*, molto in uso nel commercio per rilevare i varii gradi di densità dell'alcoole, degli acidi e di altri liquori. La costruzione di questa specie d'istrumenti è fondata su questi principii: 1.° che se un solido galleggiante espelle un

volume di liquido , di peso sempre eguale al suo (§. 666) , vi s' immerge tanto di più, per quanto il liquido è più leggiero o meno denso (§§. 673-674) ; 2.° e che non può un solido stabilmente galleggiare che quando il suo centro di gravità è sotto quello della sua parte sommersa (§. 677).

685. Sono gli idrometri di volume costante o variabile. Mentre quello di Farenheit è della prima specie, è di peso variabile. Costa esso del piatto A (Tav. 9 fig. 3) addetto a ricever pesi e sostenuto dall' asta B di quattro o sei pollici di lunghezza, a cui è congiunto il tubo C di uno o due pollici di diametro, terminato dalla palla D piena di mercurio o di piombo per trasportare il centro di gravità dell' istrumento nel più basso punto, onde serbarne stabilmente l' equilibrio. Dovendosi in ogni sperimento con pesi aggiunti nel cappello A far nuotare l' istrumento sino al segno B, ossia *livellarlo*, è desso costrutto di materia così leggera che immerso nel liquido il più lieve non dee l' immersione superare il detto segno. Or essendo il peso dell' istrumento cogli aggiunti nel cappello per livellarlo eguale al volume del liquido espulso (§. 666), ed essendo il peso dell' istrumento lo stesso in ogni sperimento; si può conoscere la chiesta densità. Se il peso dell' istrumento sia P e vi bisogni l' altro p per immergerlo nell' acqua distillata, al massimo condensata, sino al segno B; e se immerso poi in altro liquido vi sia d' uopo del peso p' per fermarlo nello stesso punto B; le densità dei due liquidi saranno fra loro nel rapporto di $P + p : P + p'$, eguagliando in ogni liquido il peso del volume espulso quello dell' idrometro e l' altro aggiuntovi ; e

per l' eguaglianza dei volumi espulsi la differenza dei pesi addizionali rivelerà il rapporto di deusità fra i due liquidi. Supponendosi per esempio che un idrometro del peso di 35,252 si livelli nell' acqua coll' aumento di peso di 15,251, e che immerso in altro liquido per fermarsi allo stesso punto abbisogni di un peso di 25,174; la gravità specifica del secondo liquido riguardo all'acqua distillata sarà $\frac{35,252+25,174}{35,252+15,251} = x$, ossia $\frac{60,426}{50,503}$ $= 1,196$.

686. Gli idrometri di volnme variabile e peso costante danno immediatamente le densità senza bisogno di pesi quando sono graduati. Il più comune in commercio è quello di Beaumè, detto *Pesa-liquori*. Costrutto di vetro, costa di due sfere B e C (Tav. 9 fig. 4), la prima delle quali è sormontata dal cannello A chiuso al vertice e contenente la scala graduata, e la seconda è molto più piccola, perchè destinata a contenere mercurio o palline di piombo, onde mantenerlo sempre in equilibrio e favorirne l' immersione. Per graduarlo s' immerge successivamente nell' acqua distillata ed in una soluzione di 85 parti di acqua e 15 di sale ; si divide l' intervallo in 15 parti eguali dette *gradi*, e nel commercio *punti* , segnando zero in quello ove lo strumento profondasi nell' acqua pura, e si prolunga la scala al di sopra e al di sotto. L' areometro così graduato chiamasi *Pesa-acidi*, e serve pei liquidi più pesanti dell' acqua. Su questo areometro l' acido nitrico giunge a 45° ed il solforico a 66°. Secondo gli stessi priucipii si graduano i *Pesa-sali* , con cui si calcolano i gradi di con-

centrazione delle soluzioni saline. Per i liquidi più leggieri dell' acqua s' immerge successivamente lo strumento nell' acqua distillata ed in una soluzione di 90 parti di questa e di 10 di sale; si divide l' intervallo in 10 parti eguali e si prolunga al di sopra la divisione. L' alcool di commercio indica 35°, il puro 44° e 45°, e l' etere solforico 70° (1). Vuolsi intanto avvertire che la graduazione di tutti questi pesa-liquori non influisce sulla scienza, perchè lungi dall' indicare la proporzione degli elementi degli acidi, dei sali e dei liquori spiritosi, non si limita che a regolare il corso del commercio.

687. Insorgendo però continui contrasti trai doganieri ed i mercanti di birra e di liquori spiritosi per l' alterazione di queste sostanze, si è da gran tempo ricercato un idrometro capace d' indicare la loro forza, il loro rapporto ed il valore di un composto qualunque di spirito e di acqua. Di quelli all' uopo inventati due sono in maggior pregio, l' idrometro Inglese di Quin, ed il Francese di Gay-Lussac. Chiamasi il primo *Idrometro universale*, perchè esprime il valore comparativo

(1) Meritano di essere all' uopo consultati un lavoro importante per la scienza e pel commercio, fatto su questo strumento dal signor Delezenne, ed inserito nel *Journal de Physique* tom. 94 p. 204; e l' interessante memoria letta al Real Istituto d' Incoraggiamento dal Prof. Nobile. Esponendo questo nostro collega le cause degli errori nell' uso dell' areometro, di quello specialmente a volume cangiante, dà i mezzi di evitare quei derivanti dalle varie temperature del vetro e dei liquidi; ed indica un nuovo metodo di graduare lo strumento, e le piccole omissioni, che possono renderne erroneo l' uso.

di ogni spirito dall' alcoole all' acqua, e la gravità della birra. Dicesi il secondo *Alcoolometro centesimale*, indicando all' istante la vera forza degli spiriti, la quantità dell' alcoole che contengono, e la loro densità (1).

688. L' idrometro, con cui si calcola la gravità specifica de' liquidi, si è adattato da Nicholson al paragone de' pesi specifici de' solidi, costruendo un cilindro di metallo C (Tav. 9 fig. 5) dell' altezza di 60 linee e del diametro di 15, sormontato dall' asta B che sostiene il cappello A, e portante nel centro della sua base un uncino, a cui è sospesa una piccola secchia piena di piombo o di mercurio. Pesa esso in modo che 1000 grani aggiunti nel cappello A lo livellano nell' acqua distillata sino al segno B. Per conoscere la gravità specifica di un solido di peso minore di 1000 grani si pone questo in A; e non profondandosi lo strumento sino a B, si aggiungono in A tanti pesi da farli pesare col solido 1000 grani, forzando l' idrometro a livellarsi sino a B. Sottratta quindi da' 1000 grani la somma de' pesi aggiunti, esprime il residuo il peso del solido nell' aria. Tolto indi questo da A e messo in D, s' immerge di nuovo lo strumento nell'acqua distillata. Perdendo però per l' immersione il solido posto in D una parte del proprio peso, corrispondente a quello di un egual volume di acqua (§. 651), per portare lo strumento al punto stabilito si aggiungono in A altri pesi, che esprimono detta perdita. Si conosce così la gravità

(1) *Istruzione per l' uso dell' Alcoolometro centesimale di* Gay-Lussac.

specifica del solido paragonata con quella dell' acqua distillata, essendo la prima alla seconda come il peso del solido alla sua perdita cagionata dalla immersione. Conoscendosi dunque il peso del solido nell' aria col metterlo in A, e la perdita che esso soffre col porlo in D; il peso del solido nell' aria diviso per quello che perde nell' acqua dà la sua gravità specifica. Facendo quindi siffatto strumento le veci della bilancia idrostatica, si denomina anche *Areometro-bilancia*; e non dando i suoi risultati che un errore minore di $^1/_{10}$ di grano, si riguardano come esatti.

689. La ricerca della gravità specifica de'solidi e dei liquidi esige molte condizioni: 1.° I pesi e gli areometri debbono essere esatti. 2.° Tutti gli esperimenti istituir debbonsi e ridurre allo stesso grado di temperatura e di atmosferica pressione, variando per questi due elementi la densità o gravità specifica dei corpi, e credendosi anzi dietro alcuni sperimenti di esservi per ogni sostanza un limite di densità insuperabile da qualunque sforzo, per essersi accorto Perkins, che molti solidi a poco a poco addensati sotto la pressione di 1000 o 2000 atmosfere si riducono in finissima polvere, come se le loro molecole ad un certo grado ravvicinate non si potessero mantenere alla distanza della solidità. 3°. Deesi tener conto delle contrade, d'onde provvengono le sostanze, e del loro grado di purezza, variando per queste circostanze la loro densità. La calce carbonata infatti ha il suo *maximum* di densità più quando costa di cristalli puri e diafani, che quando è grossolana ed amorfa, come le sostanze vegetabili variano di den-

sità secondo la natura del suolo, le stagioni, l'età e simili (1).

690. Benchè la densità dei gas sia paragonabile a quella dell'acqua, come per i solidi e liquidi; pure, attesa la loro somma leggerezza, si è preso uno di essi per termine di paragone, e propriamente l'aria atmosferica, considerandosi sotto ogni aspetto sempre la stessa. Per conoscere il peso dell'aria si produce il vuoto in un globo di vetro di nota capacità, ben disseccato; e sospendendolo al piatto di una sensibilissima bilancia se ne calcola il peso; aperto poi un robinetto, che deve chiudere esattamente il globo, vi si lascia entrar l'aria; e pesandolo nuovamente, la differenza di peso indicherà quello dell'aria, che riempie il pallone. Conosciuto così il peso dell'aria, vi si riferisce quello di tutti gli altri fluidi elastici, riempiendone successivamente il globo (2).

691. Per l'esattezza dei risultati deesi tener conto in queste operazioni delle cause di errore. Attesa la leggerezza dei gas, fa d'uopo dapprima agire su di un volume alquanto considerevole, poichè la picciolezza del pallone darebbe agli errori molta influenza. I gas poi, non esclusa l'aria atmosferica, debbono essere perfetta-

(1) Boit, *Traitè de Physique* tom. I. chap. 20.

(2) Chiamando p il peso del globo vuoto, e P quello dello stesso pieno d'aria, $P-p$ sarà il peso di questa in esso contenuta. Pesando un gas $P'-p$, poichè a volumi eguali sono le densità proporzionali ai pesi, presa, quella dell'aria per unità, sarà $1 : d : : P-p : P'-p$, onde $d=\frac{P'-p}{P-p}$.

mente prosciugati, onde converrebbe raccorre sul tino a mercurio anche i non solubili nell'acqua. Ciò non ostante determinar devesi esattamente lo stato igrometrico dell'aria e dei gas, poichè mischiandosi con questi i vapori acquosi, ed avendo essi un peso proprio, quello del miscuglio non esprimerebbe la vera densità del gas sottoposto all'esperimento. Devesi inoltre tener conto della temperatura e pressione dell'aria esterna e del gas che si pesa, variando per queste circostanze il peso di uno stesso volume; onde consultar debbonsi il termometro ed il barometro. Ed infine oltre la densità del vase impiegato bisogna aver riguardo alle varietà di dimensione, a cui soggiace per quelle di temperatura (1).

(1) Crediamo far cosa grata esporre il mezzo di eseguire le necessarie correzioni di temperatura e di pressione, riportando i risultati degli esperimenti alla temperatura del ghiaccio che si fonde ed alla media pressione nell'atmosfera di $0^m,76$. Poichè l'elevazione di temperatura tende a scemare la densità del gas ed aumentare la capacità del globo, la pressione vi esercita una grande influenza, essendo i pesi di eguali volumi di un gas qualunque proporzionali alle pressioni. Se il peso di un gas alla temperatura $t = 15°,5$ ed alla pressione $h = 0^m,75$, si chiami p; per la proporzione dei pesi alle pressioni sarà $P : x :: h : 0,76$, onde $x = \frac{P \times 0.76}{h}$ peso corretto della pressione. Per correggerlo della temperatura, essendo dimostrato che un volume di gas a zero, espresso da 1, diviene $1 + at$ alla temperatura t (qualora sia $a = 0,00375$), onde il peso del gas alla temperatura t è a quello a zero come 1 ad $1 + at$; non si deve che moltiplicare per $1+at$ il peso ritrovato, onde il peso a zero ed alla pressione di $0^m,76$ è $x\,(1+at)$. A correggere infine la variazione del volume dei gas del cambiamento di tempera-

692. Molti sono i vantaggi dell' idrometria. Si può per essa giudicare all'istante della forza degli spiriti, dei liquori, degli acidi, e di tutte le sostanze che dalla medicina s' impiegano e sono in commercio; si può classificare i corpi secondo la loro rispettiva gravità specifica, distinguere quei che sembrano simili e le pietre fine dalle false, e scoprire la proporzione dei metalli costituenti la liga di un composto, e l' alterazione quindi delle monete. Fu in questo modo che Archimede scoprì la frode dell'artefice Demetrio, che nel lavorare la corona di Gerone, Re di Siracusa, ligò l' oro coll' argento (1).

tura del vase che lo contiene, non si deve ignorare che l' elevazione di temperatura del vaso lo dilata e ne accresce la capacità nel rapporto di 1 ad $1+Kt$, chiamandosi K il coefficiente della dilatazione del vetro per un grado; onde il peso corretto della temperatura e della pressione sarà $\frac{P\times 0.76\,(1+at)}{h\,(1+Kt)}$. Essendo spesso ben piccola la variazione di temperatura e poco dilatabile il vetro, la dilatazione del globo può trascurarsi. Si è così determinata la gravità specifica dei gas solubili ed insolubili.

(1) Vitruvio lib. 9 cap. 3.

Tavola delle densità dei corpi solidi a 0° di temperatura, prendendo per unità la densità dell' acqua.

Platino	in lamine	22,0690
	passato alla trafila	21,0417
	forgiato	20,3366
	purificato	19,5000
Oro	forgiato	19,3617
	fuso	19,2581
Tungsteno		17,6000
Mercurio (a 0°)		13,5980
Piombo fuso		11,3523
Palladio		11,3000
Rodio		11,0000
Argento fuso		10,4743
Bismuto fuso		9,8220
Rame in fili		8,8785
Rame rosso fuso		8,7880
Molibdeno		8,6110
Arsenico		8,3080
Niccolo fuso		8,2790
Urano		8,1000
Acciaro non battuto		7,8165
Cobalto fuso		7,8119
Ferro in barra		7,7780
Stagno fuso		7,2914
Ferro fuso		7,2070
Zinco fuso		6,8610

*

Antimonio fuso.	6,7120
Tellurio.	6,1150
Cromo	5,9000
Jodo.	4,9480
Spato pesante	4,4300
Giargone di Ceylan.	4,4161
Rubino orientale	4,2833
Zaffiro orientale.	3,9941
Zaffiro del Brasile	3,1307
Topazio di Sassonia	3,5640
Berillo orientale	3,5489
Diamante il più pesante (leggermente colorito in rosa)	3,5310
Diamante il più leggiero	3,5010
Flint-glas (Inglese)	3,2393
Spato-fluore (rosso).	3,1911
Tormalina (verde)	3,1555
Asbesto	2,9958
Marmo di Paro (calce carbonata laminare).	2,8376
Quarzo diaspro onice	2,8160
Smeraldo verde	2,7755
Perle	2,7500
Calce carbonata cristallizzata	2,7182
Quarzo diaspro.	2,7101
Corallo.	2,6800
Cristallo di rocca puro.	2,6530
Quarzo agata	2,6150
Feldspato limpido.	2,5644
Vetro di San Gobain	2,4882
Porcellana della China	2,3847
Calce solfata cristallizzata.	2,3117

Porcellana di Sèvres	2,1457
Solfo nativo.	2,0332
Avolio	1,9170
Alabastro	1,8740
Antracite	1,8000
Allume	1,7200
Carbon fossile compatto	1,3292
Fitantrace (jayet).	1,2590
Succino	1,0780
Sodio	0,9726
Ghiaccio	0,9300
Topazio orientale	0,9106
Potassio	0,8651
Legno di faggio	0,8520
Frassino	0,8450
Tasso	0,8070
Legno di olmo.	0,8000
Legno di pomo	0,7330
Legno di arancio	0,7050
Abete	0,6570
Sapino giallo	0,6570
Tiglio	0,6040
Legno di cipresso.	0,5980
Legno di cedro	0,5610
Pioppo bianco di Spagna	0,5290
Legno sassafras	0,4820
Pioppo ordinario	0,3830
Sughero	0,2400



Tavola delle densità dei liquidi, prendendo per unità la densità dell' acqua a 0°.

Acido solforico	1,8409
Acido nitroso	1,5500
Acqua del mare Morto	1,2403
Acido nitrico	1,2175
Acqua del mare	1,0263
Latte	1,0300
Acqua distillata	1,0000
Vino di Bordeaux	0,9939
Vino di Borgogna	0,9915
Olio di olivo	0,9153
Etere muriatico	0,8740
Olio essenziale di trementina	0,8697
Bitume liquido detto *Nafta*	0,8475
Alcool assoluto	0,7920
Etere solforico	0,7155

Pesi specifici de' fluidi elastici, preso per unità quello dell' aria.

NOMI DE' FLUIDI ELASTICI.	DENSITA Determinate con l' esperienza.	Calcolate.
Aria.	1,0000	
Vapore di iodo	. . . . .	8,6195
Vapore di etere idroiodico.	5,4749	
Vapore di essenza di trementina	5,0130	
Gas acido idriodico . . .	4,4430	
Gas acido fluo-silicico . :	3,5735	
Gas clorossicarbonico . .	. . . . .	3,3894
Vapore di carburo di solfo.	2,6447	
Vapore di etere solforico..	2,5860	
Cloro	2,4700	2,4216
Gas protossido di cloro .	. . . . .	2,3782
Gas acido fluo-borico . .	2,3709	
Vapore di etere idroclorico.	2,2119	
Gas acido solforoso . . .	2,1204	
Gas cloro-cianico. . . .	. . . . .	2,1110
Cianogeno	1,8064	1,8011
Vapore di alcool assoluto .	1,6133	
Protossido di azoto . . .	1,5204	1,5209
Acido carbonico	1,5240	
Gas acido idroclorico . .	1,2474	
Gas acido idrosolforico. .	1,1912	
Gas ossigene	1,1036	
Gas deutossido di azoto .	1,0388	1,0364
Gas oleofacente	0,9780	
Gas azoto	0,9760	
Gas ossido di carbonio. .	0,9569	0,9678
Vapore idro-cianico . . .	0,9476	0,9360
Idrogeno fosforato . . .	0,8700	
Vapore di acqua. . . .	0,6235	0,6224
Gas ammoniacale . . .	0,5967	
Gas idrogeno carbonato .	0,5550	
Gas idrogeno arseniato. .	0,5290	
Gas idrogeno	0,0688	

693. Dietro le accurate ricerche di Biot ed Arago il peso dell'aria atmosferica secca, alla temperatura del ghiaccio che si fonde e sotto la pressione di $0^m,767$, è a volume eguale $\frac{1}{777}$ di quello dell' acqua distillata; e presa la media proporzionale di molti pesi, a zero di temperatura e sotto la pressione di $0^m,76$, il rapporto del peso dell' aria a quello del mercurio è come 1 a 10466.



LIBRO SETTIMO

IDRODINAMICA.

CAPITOLO I.

DEL MOTO DEI LIQUIDI CHE SGORGANO DAI VASI.

694. Turbato l'equilibrio di una massa liquida, si mett'essa necessariamente in moto; e nella libertà di questo non può che seguire le leggi meccaniche dei corpi solidi qualora muovansi le sue parti con eguale velocità e nella stessa direzione. Una goccia di acqua nulla offre di particolare nella sua libera caduta, seguendo questa alle stesse condizioni di ogni altro corpo grave; ma nella superficie del globo, nei canali, e condotti, e nei vasi di varia forma ed in diverse guise forati i movimenti dei liquidi come più complicati sono più difficili ad intendersi e calcolarsi. La somma mobilità ed indipendenza di tutte le particelle di un liquido impossibile rende i moti egualmente celeri e fatti per una stessa direzione, e potendo questi prodursi dalle più lievi cagioni, ne rendono il calcolo ben complicato; onde i soli metodi indiretti e fondati sull'esperienza possono in tali ricerche impiegarsi, specialmente quando se ne voglia fare l'applicazione.

695. Movendosi naturalmente i liquidi per la stessa causa che produce il moto spontaneo dei solidi, cioè per la gravità, non può il momento dei liquidi in mo-

to ripetersi che dagli stessi principii costituenti quello dei solidi, cioè dalla massa e dalla velocità (§. 160). Or essendo la massa liquida, che in un dato tempo esce da un canale o da un orifizio, proporzionale alla sua velocità, per esser maggiore o minore secondo l'aumento o la diminuzione di questa; ne segue che il momento dei liquidi in moto è proporzionale alla loro velocità moltiplicata per se stessa, ossia che *il momento dei liquidi eguaglia il quadrato della loro velocità.*

696. Riguardandosi la corrente di un fiume, che si fa strada per una sezione di questo, come sgorgante dall' orifizio di un vase eguale ad essa sezione; è chiaro che la corrente urta contro un ostacolo secondo una direzione e con una forza proporzionale al quadrato della sua velocità. Un volume quindi di acqua, che urtasse, per esempio, contro la ruota di un molino con 4 gradi di velocità, la farebbe muovere con una forza quadrupla di quella, con cui la muoverebbe se l'urtasse nella stessa direzione con 2 gradi di velocità; essendo 16, quadrato di 4, quadruplo di 4, quadrato di 2. Devesi poi mettere a calcolo anche la superficie del corpo urtato, poichè serbando il liquido la stessa celerità e direzione, l'intensità della percossa è proporzionale a questa superficie, talchè risulta doppia, tripla su di una superficie doppia o tripla di un'altra. Variando dunque la celerità e la superficie, la forza motrice della massa liquida è in ragion composta della diretta della superficie e del quadrato della velocità. Nel paragone poi dei momenti di due liquidi di diversa densità si dee tener conto di questa differenza; poichè essendo la forza motrice proporzionale alla mas-

sa, il momento debb' essere maggiore nel liquido più denso.

697. Per l'analogia quindi di azione che vi ha tra una massa solida ed una liquida s' intende, che l'urto obbliquo dei liquidi è sempre minore del diretto, cioè di quello che, date le altre cose eguali, segue in direzione perpendicolare al piano percosso; e che il rapporto delle due azioni è come quello dei corpi solidi (§. 526), cioè del seno massimo al seno dall' angolo di inclinazione.

698. Se nel vase ABCD (Tav. 9 fig. 6) ripieno di acqua o di altro liquido, e posto in situazione orizzontale, si aprono due fori o *lumi* eguali E e C, il primo nel fondo ed il secondo laterale; sgorgherà da essi ad un tempo una eguale quantità di liquido. Per la spiegazione di questo fatto si vuole osservare che nel vuotarsi il vase la superficie del liquido abbassandosi si mantiene orizzontale e parallela a se stessa sino a che non giunga ad una piccolissima distanza dal fondo. Immaginandosi divisa tutta la massa liquida in più strati sottilissimi ed orizzontali come *ab*, *cd*, *ef*..., che serbino il loro parallellismo a misura che si abbassano, le particelle che li compongono non possono avere in tutta la loro rispettiva estensione che la stessa direzione e velocità; poichè non avendo esse in ogni strato la stessa celerità, non potrebbe esser questo orizzontale e parallelo a se stesso. Or è questa velocità un effetto della pressione, ossia della gravità del liquido soprastante, come quella che si acquista da un corpo cadente. Supponendosi infatti la pressione del primo strato liquido *ab* di un grado, quella del sottoposto

strato *cd* sarà di due, quella di *ef* di tre, di quattro l'altra di *gh*, e di cinque quella di *ik*; per premere quest' ultimo strato colla gravità propria e con quella degli altri a lui sovrastanti (§. 597); ond' esso riceverà dalla forza di gravità un impulso eguale alla somma degl' impulsi particolari che ne avrebbe ricevuto di mano in mano se fosse disceso lungo lo spazio *a*B; ma in tal caso la sua velocità sarebbe stata in B come la radice di *a*B (§. 372), ossia come la radice dell' altezza da cui sarebbe disceso; dunque *la velocità con cui un liquido sgorga da un lume è come la radice quadrata dell' altezza del liquido medesimo.*

699. Eguagliando l' orifizio laterale C quello del fondo E (Tav. 9 fig. 6), ed essendo entrambi equidistanti dalla superficie di livello *ab*, il liquido deve da essi uscire con eguale velocità, onde ne sgorgheranno in eguali tempi eguali quantità (§. 698). È solo da avvertirsi che quando il lume è laterale, come C, la velocità delle particelle sul piano orizzontale passante pel centro del lume è proporzionale alla radice quadrata della sua distanza verticale dalla superficie di livello del liquido nel vase.

700. I vasi dunque di eguale ampiezza, ma d' ineguali orifizii nel fondo, vuotar si debbono in tempi diseguali, che sono in ragion inversa dei diametri de' lumi; poichè essendo eguali non solo le velocità delle particelle liquide sgorganti per l' eguale altezza del liquido, ma anche le quantità del liquido ne' due vasi per l' eguaglianza de' loro diametri; non vi è d' ineguale che l' ampiezza de' lumi, onde da quello di maggior diametro uscir deve ad un tempo una maggior quantità di

liquido. Si evacuerà quindi prima il vase che ha nel fondo un maggior orifizio e poi l'altro che ne ha uno minore; e saranno i tempi in ragione inversa de' diametri dei lumi.

701. Due cilindri poi di diverso diametro, ma di eguale altezza, con eguali lumi nel fondo, e ripieni di un liquido qualunque, vuotar si debbono in tempi diseguali, che sono come le basi di essi vasi; poichè attesa l'eguale velocità del liquido sgorgante dai due lumi per l'eguale altezza delle colonne liquide, si richiede più tempo per vuotarsi il vase di maggior capacità che quello di una minore. Ma ad eguali altezze le ampiezze sono come le basi, ossia come i diametri di queste, dunque i tempi in cui questi vasi si saranno vuotati, saranno nella stessa ragione.

702. Può dunque conchiudersi che *i tempi in cui i vasi si vuotano sono in ragion composta di quelle delle basi, delle aree dei lumi, e delle radici quadrate delle altezze.*

703. È facile quindi il determinare lo scambievole rapporto delle quantità di liquido sgorganti ad un tempo da diversi vasi. In tempi ed a lumi eguali il rapporto della quantità di liquido, ossia della così detta *portata*, è quello della celerità, cioè delle radici dell'altezze dello stesso (§. 695). Essendo, per esempio, di 4 piedi l'altezza di un vase, e di 1 quella di un altro; le portate saranno come 2 ad 1, ossia il primo vase darà ad un tempo una quantità di liquido doppia di quella del secondo. Onde se in più vasi il livello è costante, e le altezze sono nel rapporto di 1, 4, 9, le portate a lumi eguali saranno come 1, 2, 3.

704. Se lungi dall'essere i vasi sempre pieni di liquido, non vi si riaffondi quello che ne cola, debbono essi man mano vuotarsi e con moto uniformemente ritardato. Poichè essendo la velocità del liquido come la radice dell'altezza (§. 698); a misura che esso ne' vasi si abbassa, la velocità del liquido sgorgante decresce. E per l'uniformità di tale decremento esce il liquido con moto uniformemente ritardato; ed essendo le masse come le velocità (§. 695), le portate del liquido diminuiscono nella stessa ragione in tempi eguali, cioè decrescendo ad ogni unità di tempo secondo la serie dei numeri impari (§. 375), e formando tutti insieme come nel moto uniformemente ritardato un numero esprimente il quadrato dei tempi e delle velocità (§. 376), talchè sortendone nel primo istante 9 caraffe, ne usciranno 7 nel secondo, 5 nel terzo, 3 nel quarto, ed una nel quinto.

705. Se una massa liquida sortente da un orificio avesse tanta velocità quanta ne avrebbe acquistata discendendo dalla superficie di livello (§. 698), potrebbe per essa risalire ad una altezza eguale a quella da cui sarebbe discesa (§. 376), cioè ad una altezza eguale a quella del suo livello nel vase. Il liquido sgorgante dall'orificio B (Tav. 9 fig. 7) può quindi risalire per la velocità acquistata cadendo da AB ad una altezza eguale a BA; e supposto applicato al punto B un tubo conducente il liquido sino a C, lo zampillo da esso formato giungerà sino a D. Ma se questo tubo è inclinato sotto del lume come BE, supposto sempre pieno il vase AB ed uscente il liquido dal lume B, tirata dallo sbocco E l'orizzontale EF sino al prolungamento della ver-

ticale AB, sarà AF = DE la vera altezza dello zampillo, e l' altra AB costituirà il così detto *carico di acqua*; poichè scendendo il liquido pel piano inclinato BE acquista una velocità eguale alla radice di BF (§. 393), che montar lo farebbe sino a C = BF, se dovendo scorrere lo spazio CD per la pressione del carico AB l' altezza ED non esprimesse quella dello zampillo spiccante dall' orificio E. Può quindi stabilirsi che *un liquido sgorgante perpendicolarmente da un orifizio praticato in un vase ha tanta velocità che prescindendo da ogni resistenza può ascendere ad un'altezza pari a quella che ha dentro del vase.*

706. Questa legge però non si verifica per varii ostacoli che incontra il getto liquido , il primo dei quali è la resistenza dell' aria, proporzionale al quadrato della velocità, con cui in alto lanciasi la colonna liquida (§. 552). Gonfiandosi poi questa pel ritardo che soffre , e rallentandosi le sue particelle inferiori dalle superiori, che ritardate cadono e pesano su di esse , altro ostacolo si oppone dalle particelle acquee, che ricadendo urtano direttamente le altre che s' innalzano. Basta infatti inclinare un poco il getto del liquido per farlo levare più in alto che non facea movendosi per la verticale , o chiudere di poco l' apertura per vedere nel momento in cui il tubo sturasi lanciarsi il liquido più in alto , ed indi abbassarsi pel ritardo cagionato dalle particelle ricadenti. È per ciò che dassi al cannello E (Tav. 9 fig. 7) una piccola inclinazione , con cui schivandosi il contrasto delle parti discendenti colle ascendenti montar si fa lo zampillo a maggiore altezza. L' ultimo ostacolo, che ai due cennati si aggiunge, è la resistenza

ed il ritardo cagionato dallo strofinio delle particelle liquide contro le pareti dal tubo. Ha Mariotte determinato in una tavola l' altezza da darsi al liquido nel serbatoio per portare lo zampillo oggetto all' elevazione che si voglia. Per un zampillo di 5 piedi ha calcolato l' elevazione della conserva per 5 piedi ed un pollice, per uno di 10 piedi l' elevazione di altrettanti piedi e 4 pollici, per un altro di 15 piedi quella di altrettanti piedi e 9 pollici, e così in appresso; talchè il liquido nella conserva deve esser più alto dello zampillo, di un numero di pollici eguale al quadrato di quello delle volte che 5 piedi entrano nell' altezza dello zampillo che si vuole. Per 10 piedi questo numero è 2, il di cui quadrato è 4 pollici; e per 15 piedi è 3, il di cui quadrato è 9 pollici. Posto quindi $5 = 1$, può stabilirsi che *le differenze delle altezze delle conserve da quello dei getti sono come i quadrati delle altezze di questi.*

707. Dipende da siffatta legge lo sgorgo delle fontane naturali ed artificiali, ed ogni spontaneo getto di acqua; onde l' altezza di questo assicura che il livello dell' acqua sgorgante è alquanto superiore all' altezza che ha nel serbatoio d' onde procede, ed anche quando rinvengonsi dei rigagnoli su di un monte dubitar non devesi dell' esistenza di un natural serbatoio in una montagna più alta da cui emanano per sotterranei meati.

708. Riguardandosi una massa liquida come un grave cadente od un projetto, è chiaro che spicciata da un dato orifizio è soggetta alle leggi che ad essi competono. Sgorgando dunque le masse liquide dai lumi C, D, E,

a varie altezze praticati sulla parete del vase AB (Tav. 9 fig. 8) descrivono delle curve paraboliche per essere nelle stesse circostanze de' projettili solidi (§. 437). Attesa infatti l'uniformità del moto delle masse liquide, che spicciano dagli orifizii C, D, E, gli spazii da esse scorsi, ossia le distanze orizzontali a cui giungono, sono come i rettangoli descritti dalla velocità e dai tempi (§. 148); onde la distanza orizzontale a cui giunge il getto dell' orifizio C è come il rettangolo formato dalla radice di AC, esprimente la sua velocità (§. 372) e da quella di CB indicante il tempo ch'esso impiega per discendere sull' orizzonte; attesa l' eguaglianza de' due tempi, cioè di quello che s' impiega a scorrere CF con due urti, uno per CG l'altro per CB, e di quello che s'impiegherebbe nello scorrere CB per la sola gravità, o CG per la sola projezione (§. 176). Si dimostra nello stesso modo che la distanza, a cui giunge il getto dell' orifizio E è come il rettangolo di AE in EB, e che la distanza del getto di D è come il rettangolo di AD in DB. Ma questi rettangoli sono tra loro come le perpendicolari CG, EK, DL, di cui l'ultima è la massima, perchè raggio del semicerchio ALB descritto sull' altezza del vase AB presa per diametro, e le prime due sono eguali, perchè equidistanti da DL. Questi tre getti dunque descrivono una semiparabola od una parabola secondocchè i tubi annessi ai rispettivi lumi C, D, E sono in posizione orizzontale od obbliqua; e queste curve, prescindendo da qualunque resistenza, sono le due CF, EF di eguale ampiezza (§. 445), e la massima di tutte DH. E poichè il liquido zampillante dall'orifizio D sito nel centro dell'altezza AB, proseguendo

a muoversi uniformemente colla velocità con cui sgorga, deve scorrere uno spazio doppio di AD, di quello cioè, da cui si suppone disceso (§. 374); giungerà alla distanza orizzontale BH doppia del raggio AD, eguale cioè al diametro AB corrispondente all' altezza della massa liquida dentro dell'alveo.

709. Vuolsi intanto avvertire che tutte le esposte leggi sonosi stabilite nella supposizione di un piccolissimo lume praticato nel fondo. Si reputa esso tale quando il rapporto dell' area del lume a quella del fondo non superi quello di 1 a 20: rapporto necessario a serbarsi per essersi ripetuta la velocità delle particelle sgorganti dalla pressione della colonna liquida sovrastante all' area del lume. Ma quando poi è questa molto più ampia, non si muove il liquido che per la propria gravità, come un corpo staccato ed indipendente da ogni impulso superiore. Benchè però le aree dei lumi serbino l' indicato rapporto, pure l'*effettiva portata* o la quantità di acqua che ne sgorga è sempre minore della *portata teorica*. Ciò nasce da molte resistenze e forze, che, agendo in contrario senso, ne impediscono in tutto od in parte l'effetto. Basta far attenzione fra le altre resistenze a quella derivante dalla mobilità delle particelle liquide. Per riconoscerne la cagione sospender devesi della polvere molto sottile di ceralacca nell' acqua contenuta in un vase di vetro; poichè osservando attentamente si vedrà che quando il lume è nel fondo, l' acqua sgorgante prima di giungervi si conforma in imbuto (Tav. 9 fig. 9), il di cui apice corrisponde al centro del lume, e la di cui concavità progressivamente si ingrandisce sino alla totale evacuazione del vase; che la vena liquida non

riempie tutta l'area del lume, ed il diametro di essa s'impiccolisce di mano in mano sino ad *ab*, distante dal lume quasi della metà del diametro dello stesso; che agitandosi il vase priachè l'acqua cominci a scorrere l'imbuto subito comparisce (Tav.9 fig. 10); e che se il lume è laterale, le particelle acquose superiori ed inferiori muovonsi per oblique direzioni verso la sua apertura. Or non possono questi fatti avvenire che per gli obbliqui movimenti delle particelle liquide, le quali convergendo in varie e contrarie direzioni verso il lume, si affollano, scambievolmente s' impediscono, e ritardano così la loro rispettiva velocità. È tale infatti il numero delle concorrenti verso lo stesso punto, che continuando a convergere anche dopo d'averlo oltrepassato, producono il restringimento *ab*, detto *contrazione della vena liquida*, la quale diminuisce in modo la quantità del liquido sortente, che la portata effettiva è alla calcolata secondo Bossut come 5 ad 8.

710. Alla resistenza prodotta dalla mobilità delle particelle liquide può aggiungersi quella cagionata dalla loro scambievole aderenza, e l'altra soprattutto dell'aria che le ritarda e devia. Si è creduto diminuire gli effetti di queste resistenze, di quella specialmente opposta dalla contrazione della vena liquida, *armando* i vasi di *tubi* così detti *addizionali*, i quali aumentano più o meno la portata secondo la loro forma, posizione e lunghezza.

711. Si è osservato, che adattandosi al lume di un vase un tubo, la di cui lunghezza riguardo al diametro di sua ampiezza non superi secondo Michelotti il rapporto di 5 a 2, ne sgorga più liquido di quello che ne

sgorgava a lume disarmato. La causa di questo fatto è la seguente. L'acqua, passando pel tubo contratta, è ritardata dalla resistenza dell'aria, onde dilatandosi tocca le pareti del tubo a cui aderisce; forzate così le particelle acquose a rader queste descrivono delle parallele in direzione delle molecole site nell'interno dell'alveo presso del lume, le quali eseguendo perciò dei movimenti meno obbliqui contraggonsi di meno. Vi è però un punto, oltre di cui la portata comincia a decrescere per lo strofinio delle parti del liquido contro le pareti del tubo. Perciò questo s'inclina alquanto al di sotto del centro del lume come BE (Tav. 9 fig. 7), poichè acquistando le molecole inferiori una velocità per l'azione della gravità lungo quella specie di piano inclinato, seco trascinano le superiori che come più lente le ritardano, e si stabilisce così una specie di compenso, cagione di una media velocità, che favorisce la quantità della portata. Quando infatti è il tubo orizzontale e molto lungo, lo strofinio rallenta in modo la velocità del liquido, che questo scorre in poca quantità. E ritardando lo strofinio più le particelle liquide, che toccano le pareti, che le altre; la resistenza da esso prodotta decrescer deve dalla circonferenza al centro. I tubi dunque di piccol diametro debbono di molto ritardare la portata, essendo più o meno ritardate tutte le particelle liquide che vi scorrono; mentre in quelli in gran diametro non sono rallentate che le particelle prossime alle pareti, serbando le centrali la loro naturale velocità.

CAPITOLO II.

DEL MOTO DEI LIQUIDI NEI CONDOTTI, CANALI E FIUMI.

712. I tubi, pei quali scorrono i liquidi, se sono molto lunghi, diconsi propriamente *condotti*. Incontrando le molecole liquide resistenza nello scorrerli, diminuiscono essi notabilmente la quantità della portata. Or facendosi sgorgare dell'acqua da due tubi orizzontali dello stesso diametro, cioè di circa $^1/_2$ pollice, l'uno però lungo 16 e l'altro 4 piedi, benchè entrambi sotto la stessa altezza di conserva; pure in $^1/_2$ minuto emanano dal primo 161 $^1/_2$ once di acqua, e dal secondo 321. Ma 321 : 161 $^1/_2$ è approssimativamente come 4 : 2, radici quadrate delle lunghezze 16 e 4. Quindi *la vecità con cui i liquidi sgorgano per i condotti, e per conseguenza la quantità di liquido che n'esce in un dato tempo, è nell'inversa ragione della radice quadrata della lunghezza di essi condotti*. Questa legge però non si verifica in pratica, specialmente quando sono essi molto stretti e curvilinei, od hanno delle sinuosità od angoli molto acuti. In tutti questi casi sono tante e si varie le resistenze, che non si può esprimerle con una formola generale.

713. Il condotto aperto dalla parte superiore, o che ha questa molto distante dal liquido che vi scorre, chiamasi *canale*. Tutte le circostanze quindi, che possono più o meno ritardare la velocità del liquido in un canale, sono le stesse che le indicate pei condotti; come

l'essere inclinato od orizzontale, più o meno largo, e più o meno tortuoso.

714. Or quando un canale serba in tutta la sua lunghezza le stesse dimensioni, ossia quando le sue pareti serbansi equidistanti, gli strati liquidi non soffrendo veruna alterazione, debbono conservare la stessa velocità in ogni piano normale al fondo ed alle sponde. Nella divergenza però o convergenza delle pareti del canale non può ciò aver luogo. Supponendosi infatti che sia ABCD (Tav. 9 fig. 11) la sezione di un canale conico, e che il liquido BEFD passando dalla piccola nella grande capacità occupi lo spazio GACH; la sua quantità BEFD eguaglia l'altra GACH ; onde tolta la quantità GEFH ad entrambe comune, resteranno le due BGHD, EACF fra loro eguali. Ma nei solidi eguali le basi e le altezze sono inversamente proporzionali; sarà quindi AC : GH :: LK : IM. Ma essendo IK l'asse del canale, le rette LK, IM esprimono le diverse velocità del liquido in un dato tempo, ed AC, GH sono le sezioni del canale; dunque *la velocità di un liquido scorrente per un canale conico è nell' inversa ragione delle sezioni dello stesso in cui si trova.*

715. Or possono occorrere due casi : o che il liquido facendosi strada per l'angusta parte BD del canale (Tav. 9 fig. 11) scorra poi per l'ampia AC, o che proceda da questa in quella. Nel primo caso la sua velocità semprepiù si diminuisce di tanto, per quanto aumentano le sezioni, in cui si concepisce diviso il canale (§. 714). Supponendo quindi di esser queste BD, GH, EF, AC; la velocità del liquido in GH sarà a quel-

la in BD nell' inversa ragione di GH a BD, ossia come BD a GH; e parimente la velocità in EF sarà a quella in BD come BD ad EF; poichè dovendo la forza motrice delle poche molecole liquide comprese nella sezione BD ripartirsi fra le molte contenute in GH, ed indi fra le altre più numerose esistenti in EF, e così in appresso; quanto più si aumenta la massa liquida, di altrettanto diminuir se ne deve la velocità (§. 167). Nel secondo caso poi deve questa progressivamente aumentarsi (§. 714), onde quella che il liquido ha in EF è all' altra che avea in AC nell' inversa ragione di EF ad AC, ossia come AC ad AF; poichè riconcentrandosi tutta la forza motrice delle molecole componenti la grande sezione AC, e distribuendosi fra le poche costituenti la piccola EF, e così in appresso; debbono esser queste più veloci di quelle. Benchè però in tal caso la velocità del liquido si aumenti, pure dirigendosi esso in gran parte contro le pareti AB, CD, deve soggiacere ad uno strofinio che ne modifica il corso

716. Ma quantunque il canale serbi sempre la stessa ampiezza, non è il liquido egualmente veloce in tutti i punti di una stessa sezione, variando a diverse altezze dal fondo. Le resistenze ch' esso incontra nel radere il fondo e le sponde, e quelle che prova nella sua superficie per parte dell' aria, diminuiscono la velocità della corrente nel fondo, ne' lati, e nell alto della superficie. Immergendosi infatti nella corrente di un canale o di un fiume due globetti di cera legati fra loro, ma gravi in modo che l' uno galleggi a fior d' acqua e l' altro profondi alquanto sotto la superficie; si osserva che que

st' ultimo come più celere sempre precede l'altro. Il mezzo della corrente, detto *filone*, è quindi più veloce delle altre sue parti; onde le particelle liquide laterali sdrucciolando contro il filone lo innalzano alquanto, talchè in alcuni canali la superficie della corrente sembra convessa. Osservasi principalmente questo fenomeno ne' canali e ne' fiumi, le di cui sponde sono larghe ed inclinate; rallentandosi di molto in tal caso le particelle laterali riguardo al filone, per la resistenza che l'acqua laterale incontra sulle sponde, e che cresce colla superficie strofinante come decresce l'altezza dell'acqua laterale sulle sponde. Ne' punti de' fiumi infatti, in cui la ripa è molto larga e spianata, la velocità delle acque verso gli orli delle sponde poco o nulla scorgesi; e la differenza di velocità tra l'acqua laterale e quella di mezzo rende la superficie della corrente sensibilmente convessa.

717. Dopo il fin quì detto è facile il determinare l' azione delle acque sul fondo e sulle sponde dei canali, e tutte le vicende del loro *alveo* o *letto*. Potendo le acque colle loro altezza e velocità scavare il fondo e rodere le sponde de' canali; ciò avviene quando la forza del liquido vince la tenacità e sodezza del terreno, e non già quando è di questa minore o ad essa eguale. E di rado trovandosi questa eguaglianza nel corso de' fiumi e dei canali; non può tenersi conto che de' casi in cui l' azione della corrente è maggiore o minore. Nel primo caso cavano le acque il fondo e rodono le sponde; e nel secondo depositano sull' uno e sulle altre i sassi, i ciottoli, le arene, e le materie che seco trascinano. Aumentandosi quindi colla quantità

dell' acqua la sua altezza, ovvero l' inclinazione del canale, e per conseguenza la velocità dell' acqua; questa in proporzione più scava il letto e minor quantità di materia vi depone. E scemandosi al contrario la velocità o l' altezza dell' acqua fa questa più depositi e minori cavamenti. Il letto de' fiumi e dei canali non può quindi esser mai stabile, sformandosi coll' erosioni e coi cavamenti, od accrescendosi e rialzandosi coi depositi. E seguendo queste corrosioni e deposizioni irregolarmente, formansi nelle sponde seni e tortuosità, e nel fondo gorghi e ridossi.

718. Ove poi le corrosioni delle sponde sono rettilinee e parallele, l' azione corrosiva delle correnti a circostanze eguali è minima, poichè quando le sponde non sono rettilinee, le loro curvature, essendo opposte alle correnti, ricevono da questi continui urti, che tanto più le logorano quanto più la materia delle sponde è debole e grande la velocità dell'acqua. E non avendo le pareti costituenti le sponde in tutta lunghezza dei fiumi e dei canali una egual sodezza, ov' esse non siano rettilinee e parallele sono più o meno corrose, e quindi si allarga il letto del fiume. I fiumi infatti ed i canali sono più larghi quando scorrono su terreni di sabbia e di argilla, che quando su quei di duro calcare o di granito, e più nei piani nudi che nei boscosi. Ove il letto dei canali e dei fiumi si slarga od è piccolo il suo pendio, la velocità delle acque si menoma; e non potendo la corrente più trascinare le arene, i ciottoli, e tutte le altre materie che prima seco trasportava, le depone, onde il fondo si alza, il che si verifica in preferenza ne'luoghi piani, soggetti in conseguenza in tem-

pi di piena ad inondazioni. Ed attesa la pochissima inclinazione de' fiumi nella lor foce, mancando in tal punto la velocità delle acque vi si ammassano i ciottoli e le arene; anche perchè la velocità delle acque nella lor foce benchè piccola per l' esposta ragione è anche più diminuita dalla resistenza, che lor fanno le onde del mare, per cui le correnti lasciano ed ammassano sulle ripe del mare monti di sabbie detti *sbarre*. Ove quindi per una causa qualunque il letto di un fiume o di un canale si allarga, il fondo si alza per i continui depositi, mancando per lo slargamento la primitiva velocità delle acque. Per valicare dunque un fiume devesi sempre scegliere il punto più largo, trovandovisi men alto il fondo.

719. Ne' punti dunque de' canali e de' fiumi, le di cui sponde per qualunque causa si restringono, dovendo sempre passare per tal sezione le stessa quantità di acqua, acquistar vi deve una maggiore velocità. Restringendosi infatti la corrente sotto gli archi de' ponti, ivi la sua velocità è maggiore, e più le acque vi rodono il fondo de' fiumi per l'accresciuta velocità e secondo la diversa sodezza del terreno.

720. Può darsi ora la spiegazione di alcuni fenomeni che sembrano a prima vista paradossi. Il primo si è che i fiumi inondano non quando i torrenti vi sboccano, ma quando manca la copia delle acque, che vi s' introducea con impeto; perchè ritardata la corrente del fiume dalle resistenze incontrate, e perduta una parte della sua velocità, si gonfia, deposita la sabbia e le terre che seco portava; ed alzato così il fondo del fiume le acque aumentate sulle ripe inondano i campi da ambe le spon-

de. Il secondo è che spesso i canali costruiti per deviare e sminuire le acque di un fiume, invece d'impedire agevolano le inondazioni; perchè conducendo parte delle acque, la velocità del fiume decresce, e quindi le acque di esso si gonfiano. Il terzo finalmente è che la moltiplicità de' torrenti, che sboccano ad angolo in un fiume principale, benchè di molto aumenti la quantità dell' acqua, pure ingrossa il fondo del fiume; poichè precipitando i torrenti dalla china de' monti seco trasportano per la grande loro velocità molti sassi più o men grossi; e mancata la pendice de' monti, non potendo la velocità de' torrenti, benchè riunita a quella del fiume, più trasportare i massi, questi si arrestano, ed alzando il fondo del fiume inondano i vicini campi (1).

CAPITOLO III.

APPLICAZIONE DELLE TEORIE PRECEDENTI ALLA CIRCOLAZIONE DEL SANGUE.

721. Una delle più utili applicazioni della teoria del movimento de' liquidi per canali conici (§§. 714-715) è quella che riguarda la circolazione del sangue. Distinguesi con tal nome quel movimento, pel quale un siffatto liquido partendo dal cuore è incessantemente portato

(1) Pel maggiore sviluppo di queste teorie si può consultare l'opera del Guglielmini intitolata *Della Natura de' fiumi*; l'*Idrodinamica* di Bossut; *I movimenti delle acque* di Mariotte; e la *Meccanica idraulica* di Prony.

in tutte le parti del corpo dalle arterie, e dalle vene è riportato al suo punto primitivo. Tende questo movimento a mettere in contatto dell' aria, introdotta dalla respirazione nelle cellule de' polmoni, il sangue alterato dal miscuglio della linfa e del chilo; a fargli subire in varii visceri diversi gradi di depurazione, ed a sospingerlo verso gli organi, la di cui parte nutritiva animalizzata e perfezionata con questi atti successivi dee operarne l' aumento o ripararne le perdite.

722. Per ben intendere l' andamento di questa sublime funzione esporre dovrebbesi partitamente l' azione del cuore e quella delle arterie e delle vene; ma costituendo questi particolari uno dei più importanti soggetti della Biologia, ci limiteremo a rilevarne soltanto il meccanismo.

723. L' organo primario e centrale della circolazione è il *cuore*. Questo muscolo di forma quasi conica è posto tra i due polmoni col vertice in giù nella cavità del torace. È lo stesso custodito in un sacco fibro-sieroso detto *pericardio*, che mentre gli garantisce la libertà dei movimenti, difende dai loro effetti i visceri vicini. Nell' uomo, come in tutti gli animali a sangue caldo, è diviso internamente il cuore in quattro grandi cavità, due superiori dette *orecchiette* o *seni*, e due inferiori chiamate *ventricoli*. L' orecchietta ed il ventricolo destri od anteriori sono addetti al corso del sangue venoso, e l' orecchietta ed il ventricolo sinistri o posteriori a quello del sangue arterioso. Dalla destra orecchietta prendono origine le *vene cardiache*, la *vena cava superiore*, e la *vena cava inferiore*, l' ultima delle quali ha nel principio la così detta *valvola di Eustachio*, e

nel fine una larga apertura, per la quale emette il sangue nel destro ventricolo. Oltre di tale apertura ne ha questo ventricolo un' altra, da cui parte l'*arteria polmonale*; e queste aperture sono dotate la prima della *valvola tricuspidale* e la seconda delle tre *valvole sigmoidee*. L' orecchietta sinistra ha da un lato quattro apertnre, per le quali le *vene polmonali* versano nella sua cavità il sangue provveniente dai polmoni, e da un altro lato una quinta apertura, per cui comunica col ventricolo sinistro. Ha questo due aperture, per una delle quali comunica colla detta orecchietta, e per l' altra coll'*arteria aorta*; è nella prima la *valvola mitrale*, e sono nella seconda le tre *valvole sigmoidee* al pari dell' arteria polmonale. Non comunicando tra esse le cavità del cuore, il sangue venoso per trasferirsi dalle destre nelle sinistre cavità passa per i polmoni ed acquista ivi la cennata qualità.

724. Descritto l'organo del cuore, è facile l'intendere il modo con cui segue la circolazione del sangue. Giunto questo liquido nelle due vene cave, nella superiore cioè e nella inferiore, entra nell'orecchietta destra, che contraendosi lo spinge pel forame venoso nel destro ventricolo, senza farlo retrocedere per le dne vene atteso il forte ostacolo che gli oppongono la valvola Eustachiana che allor si schiude, e la colonna di sangue che urta da dietro. Contrattosi quindi il destro ventricolo, il sangue passa nell' arteria polmonale, non potendo ritornare indietro per la resistenza oppostagli dalle valvole tricuspidali. Forzato il sangue dalla contrazione dell' arteria polmonale a trasferirsi nella materia dei polmoni, è condotto dalla vena polmonale nell' orecchietta sinistra,

che bentosto si contrae. Spinto allora il sangue nel ventricolo sinistro, è dalle contrazioni di questo diffuso nell' arteria aorta. Una piccola parte di sangue attraversando dunque le arterie coronarie si fa strada per la materia del cuore; mentre la rimanente seguendo le ramificazioni dell'arteria aorta si distribuisce per quasi tutto il corpo. In siffatto tragitto una parte del liquido s'impiega alla nutrizione; e ricevuta l' altra dai rami della vena cava è riportata nell' orecchietta destra del cuore per proseguire lo stesso corso in tutta la vita. Si distinguono quindi tre specie di circolazione; la prima dal destro al sinistro ventricolo per mezzo dei polmoni, la seconda dal sinistro al destro ventricolo per mezzo di tutto il corpo, e la terza a traverso la materia del cuore.

725. Vi è dunque nel cuore, come nelle arterie, un doppio moto, ossia una doppia azione; l' una di contrazione, detta *sistole*, e l' altra di dilatazione, detta *diastole*. Avvertendosi le contrazioni delle arterie costituenti il polso per mezzo delle dita in tempo della diastole; si avverte il moto del cuore nel momento della sistole; poichè accostandosi allora il suo apice alla sua base s' innalza un poco descrivendo un piccolo arco, e colpisce così la settima costa vera del lato sinistro (1).

(1) Varie sono le opinioni degli antichi sulla causa del *polso*, cioè di quel battito che si avverte applicandosi le dita su di un'arteria. De' moderni Bichat l' attribuisce alla locomozione delle arterie prodotta dall' urto del sangue spintovi dal cuore, e Dumas lo ripete da un' azione propria delle arterie; ma dietro le osservazioni di Meckel generalmente si

726. Or essendo le vene e le arterie canali oltremodo flessuosi e di vario diametro, dee il sangue soffrire nel suo tragitto per tali cagioni delle alterazioni di velocità. Spinto infatti dalle angustissime boccucce dei vasi arteriosi in quelle delle vene scorre sino al cuore con moto semprepiù ritardato; poichè i piccoli rami venosi principiando dalle estreme parti del corpo si ampliano di mano in mano sino al loro totale concorso nel gran tronco della vena cava, che si scarica nel destro ventricolo del cuore. Al compenso di queste perdite ed alla regolarità del corso del sangue contribuisce tra l'altro il moto dei muscoli, che fortemente comprimendo i turgidi rami venosi in essi frapposti, promuovono il moto del sangue e lo spingono in maggior copia verso il cuore. Aumentata quindi la velocità di questo liquido nei tronchi maggiori, se ne aumenta del pari la derivazione verso di questi dai minimi rami, le contrazioni del cuore pel maggiore afflusso di sangue divengono più poderose e più frequenti, il polmone vie più si dilata ed accelera la respirazione, e si rende infine più celere la intera circolazione. Essendo dunque l'esercizio del corpo una potenza ausiliatrice del cuore, è desso di una necessità positiva, e la vita sedentaria non può esser cagione che di funesti effetti.

conviene di derivar esso non meno dalla dilatazione che dallo spostamento delle arterie. Il polso quindi varia per tutte quelle cagioni che possono indurre de' cambiamenti nei moti naturali dei tubi arteriosi, come lo stato morboso, l'età, il temperamento, la fisica costituzione, il sesso, il clima, le stagioni, il regime di vita e di vitto, il moto e la quiete, la veglia ed il sonno, e simili.

727. Benchè le vene conformate siano a canali conici, i di cui apici riguardano gli estremi del corpo e le basi il cuore; pur tuttavia paragonandosi i lumi dei rami di una vena qualunque con quello del suo tronco principale, si ha che questo è superato dalla somma di quelli. Affluendo quindi il sangue da tanti piccoli canali in un solo di minor capacità, la sua velocità devesi progressivamente aumentare secondocchè si avvicina al cuore; contribuendo principalmente a superare le resistenze l'indicata poderosa forza muscolare.

728. Spinto però il sangue arterioso dal sinistro ventricolo del cuore nell'ampio seno dell'aorta, trascorre nelle sue minime diramazioni sparse in tutte le parti del corpo. È facile quindi intendere la grande intensità di forza, con cui è desso cacciato fuori dal sinistro ventricolo del cuore. Applicato il Dottor Hales un lungo tubo alla carotide di una cavalla, il sangue vi penetrò sino all'altezza di nove piedi e mezzo; adattato all'arteria di un cane, vi montò all'altezza di sei piedi ed otto pollici; ed adattato a quella di un montone vi ascese a poco meno di sei piedi e mezzo. Quindi il perspicace sperimentatore congetturò, che applicato lo stesso tubo alla carotide di un uomo, il sangue vi monterebbe all'altezza di sette piedi e mezzo; onde calcolò che la forza, con cui il sangue è spinto nell'aorta del montone, movendosi uniformemente e senza alcun ostacolo, farebbe scorrere in un minuto lo spazio di 174 piedi e $^{4}/_{10}$. E Keill su questi dati attribuisce al sangue umano tanta velocità da scorrere colle resistenze lo spazio di 156 piedi e mezzo, e senza di esse quello di 390. Intanto,

checchè possa dirsi della esattezza di questi calcoli, è innegabile l' enorme velocità del sangue arterioso, che poi s' infievolisce 1.° pel violento strofinio del liquido contro le interne pareti delle arterie, che come robustissime e poco cedevoli si distendono nell'intero lor tratto durante la sistole del cuore; 2.° pel notabile numero di diramazioni, in cui dividesi l' aorta prima di giungere agli estremi del corpo; 3.° pei diversi angoli da esse formati, che rendono obbliquo e quindi meno efficace l' urto diretto (§. 697); 4.° e per la somma dei lumi delle boccucce di tutte le minime arterie, maggiore dell' orifizio del gran tronco dell' aorta; ond' è chiaro che il corso del sangue arterioso sempreppiù si ritarda a misura che si allontana dal cuore.

729. Da queste cause di diminuzione di velocità del sangue è facile arguire l'intensità della forza, con cui il cuore lo projetta nella cavità dell' aorta. Supponendo Borrelli la forza dei muscoli in ragion diretta dei loro pesi, dal peso e dalla forza del muscolo deltoide inferì che il cuore pel suo peso ha una forza di 180,000 libbre. Keill tenendo conto della supposta velocità del sangue e del diametro dell' orifizio dell'aorta, la ridusse a 5 once, che portò ad 8 calcolando la forza che si richiede per un getto eguale a quello dell' aorta aperta in un animale vivente. Partendo poi da altri principii Jurine valutò la forza del cuore per 15 libbre e 4 once, Hales per 51 libbre, e Bernoulli per 28 libbre.

730. Intanto benchè il gran numero delle fibre muscolari componenti il cuore e la fortissima pressione avvertita da Lower e Bellino nell' introdurre un dito

nella ferita a bella posta praticata nel cuore di un animale vivente, depongano in favore della gran forza di quest' organo ; è pur nondimeno indubitato di non potersi essa esattamente valutare, ignorandosi la precisa quantità di sangue che il cuore spinge nelle arterie ad ogni contrazione, e la velocità di questo liquido nel partire dall' organo motore. Altronde, neanche colla conoscenza di questi dati si potrebbe esprimere esattamente la forza esplosiva del cuore, variando essa secondo l'età, il sesso, il temperamento, la costituzione ed altre simili circostanze. Solo può dirsi in conchiusione, che coloro, i quali riguardano il cuore come l'agente unico del corso del sangue, di molto esagerano la potenza motrice dei nervi cardiaci che animano questo muscolo; mentre altri più giudiziosi che non riguardano i vasi come semplici canali di trasporto, non ammettono nel cuore un eccesso di energia. Negando infatti ai canali sanguigni ogni potenza ausiliatrice del cuore, la forza impellente a questo attribuita da' varii Biologi sarebbe troppo piccola per poter compiere ad onta di tutti i cennati ostacoli nel tempo di poco più di tre minuti l' intero suo giro secondo le osservazioni del celebre Harveio. Ma dilatate le arterie durante la sistole dall' azione del sangue che in esse giunge, attesa la loro elasticità dopo di aver ceduto si centraggono, e reagiscono durante la diastole con una forza eguale a quella con cui furono dilatate ; onde la forza, con cui il sangue è projettato dal cuore si rigenera, e per questi nuovi e successivi impulsi rendesi esso capace di superare ogni sorta di ostacolo e contribuire convenevolmente alle sublimi funzioni della vita.

CAPITOLO IV.

DELLE PRINCIPALI MACCHINE ATTE AD ELEVARE LE ACQUE.

731. Per la elevazione ed il trasporto delle acque, oggetto della Idraulica propriamente detta, bisogna tener conto della quantità che se ne vuole elevare, e del luogo a cui si vuol farla pervenire. Se il livello del serbatojo che la contiene è alquanto superiore a quello ove si deve versarlo, basta trasportarla per un tubo continuato nella più convenevole direzione; poichè anche quando fra i due luoghi esistesse una profonda valle non mancherebbe l' acqua di montare sino al proposto sito per effetto della forza premente (§. 705).

732. Ma se si voglia condurre l' acqua in un luogo superiore al livello del serbatojo o del fiume da cui si dee attingerla, fa d' uopo ricorrere in tal caso necessariamente all' impiego delle macchine. Son queste oltremodo numerose, perchè dipendendo dall' ingegno umano di sua natura progressivo, sono diversamente costruite per profittare delle loro forze motrici e delle circostanze locali e per renderle più atte all' uso a cui sono addette. Lungi però dall' occuparci di quelle in cui all' elevazione delle acque cospirano la forza premente e l' elasticità dell' aria, e di cui terremo altrove discorso, non toglieremo in esempio pel nostro assunto che alcune di quelle, sulle quali non ha l' aria alcuna influenza.

733. La prima di queste è la *Vite* o *Coclea di* Ar-

CHIMEDE, detta *Tromba spirale*, inventata dal Geometra Siracusano per irrigare colle acque del Nilo le campagne dell' isola di Delfo. Costa essa del cilindro AB (Tav. 9 fig. 13), a cui è ravvolto il tubo spirale *abcd*. Mentre un suo estremo A è immerso nell' acqua che vuolsi attingere, corrisponde l' altro B al luogo a cui si vuol condurla. La sua altezza poi è tale che l' inclinazione del cilindro AB sull' orizzonte non eccede i 45 gradi. Girando la macchina sul perno C, si attiva col manubrio D; onde introdotta l' acqua nel tubo per l' apertura *a*, scende di mano in mano da *b* in *c*, da *c* in *d*, da *d* in *e*, da *e* in *f*, da *f* in *g*, da *g* in *h*, ed esce infine dall' opposta apertura *i*. Nel caso dell' acqua corrente potrebbesi far girare la macchina apponendosi all' estremo A la ruota a palette espressa da E. La quantità di acqua, che può elevarsi con questa macchina, è maggiore di qualunque altra elevabile colle trombe ordinarie; e se si potesse pel suo mezzo elevare il getto del liquido ad una maggiore altezza, sarebbe preferibile ad ogni altro ordigno.

734. Dopo l' *Altalena* altrove descritta (§.274) vi è un' altra macchina anche impiegata dagli ortolani ad attinger l' acqua da' pozzi poco profondi. Chiamasi questa *Tromba a rosario*, e consiste principalmente in una serie di cassette A (Tav. 9 fig. 13) combinate per mezzo di due catene o due funi senza fine, ed accavallate al cilindro B, il di cui asse è conficcato nel rocchetto C, che ingrana colla ruota a corona D. Un cavallo attaccato al bilancino E facendo girare la stanga orizzontale fissata nell' albero F, rivolge colla ruota D le cassette A che pescando in un pozzo od in una sorgente,

vi si empieno di acqua , e la travasano nel canale H , dalla di cui apertura I scorre nel sito da irrigarsi.

735. La *Macchina a corda* all'uopo inventata nel 1780 da M.[r] Vera, uno dei portalettere di Parigi, costa di due girelle A e B (Tav. 9 fig. 14) disposte in un piano verticale; la seconda alquanto immersa nell'acqua del pozzo, del lago o del fiume, che si vuol sollevare; e la prima posta nel sito ove si vuol condurla. Avvolgesi a queste girelle la corda CD, che per la stretta unione dei suoi capi ritorna in se stessa. Movendosi col manubrio E la ruota dentata F , si mettono ad un tempo in rivoluzione il rocchetto G e la girella superiore A , che ha con questo un asse comune. Girando quindi similmente la puleggia inferiore B immersa nell'acqua e la corda senza fine CD , la parte ascendente di questa, sia pel violento moto di rotazione che spinge l'acqua da B verso C, sia per la naturale aderenza del liquido alla corda, trasporta in alto una notabile quantità di acqua , che tutta intorno la circonda, costituendo una specie di cilindro. Giunta quest'acqua in contatto della girella superiore A, acquista tale forza centrifuga, che n'è violentemente spruzzata per ogni verso in direzione di varie tangenti. Custodita la girella A in una cassetta, di cui *ab* esprime la sezione, l'acqua spruzzata contro le sue pareti cade in fondo di essa e sgorga pel canale H nella vasca destinata a riceverla. Perchè l'acqua raccolta nella cassetta non iscorra giù di bel nuovo per i fori *c* e *d*, pei quali passano i capi di corda C e D, sono tai fori guerniti di due tubi elevati poco al di sotto della girella. Il foro *c* , per cui passar deve la corda ascendente C, ed il suo tubo, sono più

ampii, per far entrare nella cassetta il cilindro acquoso che circonda la corda.

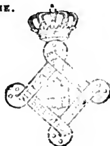
736. Se per la inaccessibilità del sito, in cui l'acqua vuol condursi, non riuscisse commoda l'applicazione della potenza alla ruota dentata F (Tav.9 fig.14), può a questa sostituirsi la gran ruota I, che colla corda senza fine KL corrispondente ad un rotellino, che rimpiazza il rocchetto G, mette in moto la macchina. In questo caso però non è l'apparato tanto vantaggioso per la potenza quanto lo è facendosi uso della ruota dentata F. La girella B che dev' essere sempre immersa nell'acqua vi si può tenerla, o facendone pendere il contropeso M, o fissandola ad una traversa. La corda senza fine CD può costruirsi nel modo ordinario od a treccia, e può essere di canape, o di stramba, detta comunemente sparto o libano, materia preferibile alla prima per la maggior quantità di acqua che trasporta. Volendosi poi sollevar l'acqua a piccola altezza, invece della corda CD può impiegarsi una catena di ferro molto pieghevole senza la girella B, per serbarsi quella convenevolmente tesa a causa del proprio peso. Per elevare molt' acqua possono conformarsi le due girelle A e B a cilindri con diverse scanalature, e far passare per queste altrettante funi senza fine; ottenendosi in tal caso un effetto eguale alla somma di tutte le funi. Vuolsi intanto avvertire che la quantità dell'acqua che si raccoglie aumenta in proporzione del diametro della corda senza fine e della velocità con cui la si mette in moto.

737. Questa macchina molto pregevole per la sua somma semplicità, per la poca spesa che la sua costruzione e manutenzione esige, per l'incessante corrente

acquosa che somministra, e per la potenza di sollevarla a grandi altezze, lo è oltremodo per la capacità d'innalzar l'acqua non solo verticalmente come dinota la figura, ma anche obbliquamente: qualità, che la rende assai comoda in parecchie circostanze.

738. I seguenti risultati degli esperimenti istituiti in Parigi con questa macchina danno una idea della prodigiosa quantità di acqua, che può con essa innalzarsi. Attivata da due uomini, si sollevarono in 8 minuti 250 pinte di acqua all'altezza di 64 piedi, in 2 minuti 15 pinte a quella di 168 piedi, e nello stesso tempo 160 pinte all'altra di 13 piedi e mezzo, essendo la macchina costrutta in quest'ultimo esprimento con sedici piccole catene di ferro (1).

FINE DEL PRIMO VOLUME.



(1) Ogni pinta di acqua pesa circa 2 libbre, di 16 once ciascuna.

Chi amasse ulteriore istruzione sulle varie macchine idrauliche potrebbe consultare le opere di BELLIDOR, di BERNOULLI, di WOLFIO, di LEUPOLD, di DESAGULIERS, di MARIOTTE, di BOSSUT, di PRONY, e di altri autori, che ne hanno trattato di proposito.

INDICE

LIBRO I.

Dell'esistenza de' corpi e loro proprietà.

LIBRO II.

Delle forze inerenti alla materia.

LIBRO III.

DELLE FORZE COMUNICATE ALLA MATERIA, E DEI LORO PRINCIPALI EFFETTI.

LIBRO IV.

STATICA, OSSIA LEGGI DELL' EQUILIBRIO.

LIBRO V.

Dinamica, ossia leggi del movimento.

LIBRO VI.

Idrostatica.

LIBRO VII.

IDRODINAMICA.

